

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Tìm x để biểu thức $A = \sqrt{2x-1}$ có nghĩa.

Giải

$$A \text{ có nghĩa khi } 2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

b) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{3} \sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3}$

Giải

$$B = \sqrt{3} \sqrt{3^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = 9$$

c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1}$, $a > 0$ và $a \neq 1$.

Giải

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-1} = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \\ &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{1}{\sqrt{a}-1} = \sqrt{a} - 1. \end{aligned}$$

Câu 2: (1,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$.

Giải

$$\text{Đặt } t = x^2, t \geq 0. \text{ Phương trình đã cho trở thành: } t^2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

b) Cho đường thẳng $d: y = m - 1x + n$. Tìm các giá trị của m, n để đường thẳng d đi qua điểm $A(1, -1)$ và có hệ số góc bằng -3 .

Giải

$$\text{Đường thẳng } d \text{ đi qua điểm } A(1, -1) \text{ nên } -1 = m - 1 + n \Leftrightarrow m + n = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đường thẳng } d \text{ có hệ số góc bằng } -3 \text{ nên } m - 1 = -3 \Leftrightarrow m = -2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được } m = -2, n = 2.$$

Câu 3: (1,0 điểm)

Để phục vụ cho Festival Huế 2018, một cơ sở sản xuất nón lá dự kiến làm ra 300 chiếc nón lá trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm nhân công nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nón lá so với dự kiến ban đầu, vì vậy cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc nón lá sớm hơn 3 ngày so với thời gian đã định. Hỏi theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm ra bao nhiêu chiếc nón lá? Biết rằng số chiếc nón lá làm ra mỗi ngày bằng nhau và nguyên chiếc.

Giải

Gọi x là số chiếc nón lá mà cơ sở đó dự kiến làm trong mỗi ngày ($x \in \mathbb{N}^*$)

Theo dự kiến, số ngày cơ sở đó phải làm là: $\frac{300}{x}$ (ngày)

Thực tế mỗi ngày làm ra được nhiều hơn 5 chiếc nên theo thực tế, số ngày cơ sở đó đã làm là $\frac{300}{x+5}$ (ngày)

Vì cơ sở đã hoàn thành trước 3 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3 \Leftrightarrow 3x^2 + 15x - 1500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -25 (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy theo dự kiến ban đầu, mỗi ngày cơ sở đó làm ra 20 chiếc nón lá.

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + 2mx + m^2 + m = 0$ (1) (Với x là ẩn số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -1$.

Giải

Khi $m = -1$ thì phương trình đã cho trở thành $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy khi $m = -1$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 0, x = 2$.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

Giải

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - m^2 + m > 0 \Leftrightarrow m < 0$

c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$x_1 - x_2 \quad x_1^2 - x_2^2 = 32^*$$

Giải

Với $m < 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo định lý Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = m^2 + m \end{cases}$

$$* \Leftrightarrow x_1 - x_2 \quad x_1 + x_2 = 32 \Leftrightarrow \left[x_1 + x_2 \quad x_1 + x_2 \right] \quad x_1 + x_2 = 32$$

Do đó:

$$\Leftrightarrow 8m^2 = 32 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ loại} \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 5: (3,0 điểm)

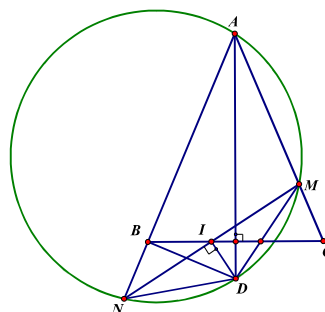
Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là điểm bất kỳ nằm trên cạnh AC (M không trùng A và C).

Một đường thẳng đi qua điểm M cắt cạnh BC tại I và cắt cạnh AB tại N sao cho I là trung điểm của đoạn

thẳng MN. Đường phân giác trong của góc BAC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN tại điểm D (D không trùng A). Chứng minh rằng:

a) $DN = DM$ và $DI \perp MN$

Giải



Ta có $NAD = DAM$ (Do AD là phân giác trong của góc BAC) nên $DN = DM \Rightarrow DN = DM$
 Từ đó tam giác DNM cân tại D có $IN = IM \Rightarrow DI$ vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao của $\triangle DMN$ nên $DI \perp MN$

b) Tứ giác BNDI nội tiếp

Giải

Ta có $ND = MD \Rightarrow NAD = MND$ 1

Mà $ABC + NAD = 90^\circ$ 2 , $NDI + MND = 90^\circ$ 3

Từ (1), (2) và (3) suy ra $ABC = NDI$. Suy ra tứ giác BNDI nội tiếp.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC luôn đi qua một điểm cố định (Khác điểm A) khi M di chuyển trên cạnh AC.

Giải

Theo kết quả câu b) ta có tứ giác BNDI nội tiếp, suy ra $NBD = NID = 90^\circ \Rightarrow DB \perp AB$ tại B nên đường thẳng BD cố định.

Mặt khác điểm D nằm trên đường phân giác trong AD của góc BAC (cố định) nên đường thẳng AD cố định, suy ra D cố định.

Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN luôn đi qua điểm D cố định (đpcm)

Câu 6: (1,0 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD với $AB = 2a, BC = a$. Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB một vòng thì được hình trụ có thể tích V_1 và khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh BC một vòng thì được hình trụ có thể tích V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

Giải

Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB một vòng thì ta được hình trụ có:

$$r_1 = a, h_1 = 2a \Rightarrow V_1 = 2\pi a^3$$

Khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh BC một vòng thì ta được hình trụ có:

$$r_2 = 2a, h_2 = a \Rightarrow V_2 = 4\pi a^3$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}.$$