

**Hướng dẫn chung:** Nếu học sinh giải cách khác với cách nêu trong HDC này, mà đúng, thì vẫn được điểm tối đa của phần (câu) tương ứng.

Câu	Ý	NỘI DUNG	Điểm
I (2,0đ)	1 (1,0đ)	<b>Giải phương trình:</b> $x^2 + 8x + 7 = 0$ .	
		Ta thấy phương trình có các hệ số thỏa mãn $a - b + c = 1 - 8 + 7 = 0$ .	0,5
		Do đó phương trình có hai nghiệm $x = -1$ ; $x = -7$	0,5
	2 (1,0đ)	<b>Giải hệ phương trình:</b> $\begin{cases} 2x - y = -6 \\ 5x + y = 20 \end{cases}$	
		Hệ tương đương với $\begin{cases} 7x = 14 \\ 5x + y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 5x + y = 20 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 10 + y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \end{cases}$ .	0,5	
II (2,0đ)	1 (1,0đ)	<b>Rút gọn biểu thức</b> $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 4\sqrt{x} + 4} : \left( \frac{x}{x + 2\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{x} + 2} \right)$ , với $x > 0$ .	
		Ta có: $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 4\sqrt{x} + 4} : \left( \frac{x}{x + 2\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{x} + 2} \right)$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 2)^2} : \left( \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)} + \frac{x}{\sqrt{x} + 2} \right)$	
		$= \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 2)^2} : \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{x}{\sqrt{x} + 2} \right)$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 2)^2} : \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 2}$	0,25
	$= \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}$	0,25	
	2 (1,0đ)	<b>Tìm tất cả các giá trị của <math>x</math> để</b> $A \geq \frac{1}{3\sqrt{x}}$ .	
Với $x > 0$ ta có $A = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}$ và $\sqrt{x} > 0$ ; $\sqrt{x} + 2 > 0$ .			
Khi đó $A \geq \frac{1}{3\sqrt{x}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)} \geq \frac{1}{3\sqrt{x}} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 \leq 3$		0,5	
$\Leftrightarrow \sqrt{x} \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1$		0,25	
	Kết hợp với điều kiện ta được: $0 < x \leq 1$ .	0,25	
III (2,0đ)	1 (1,0đ)	<b>Cho đường thẳng (d):</b> $y = ax + b$ . <b>Tìm <math>a, b</math> để đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d')</b> : $y = 2x + 3$ <b>và đi qua điểm</b> $A(1; -1)$ .	
		Đường thẳng (d): $y = ax + b$ song song với đường thẳng (d'): $y = 2x + 3$ nên ta có $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq 3 \end{cases}$ .	0,5

	<p>Khi đó (d): <math>y = 2x + b</math> đi qua điểm <math>A(1; -1)</math> nên:  <math>-1 = 2.1 + b \Leftrightarrow b = -3</math> (thỏa mãn điều kiện <math>b \neq 3</math>). Vậy <math>a = 2, b = -3</math>.</p>	0,5
	<p><b>Cho phương trình <math>x^2 - (m-2)x - 3 = 0</math> (<math>m</math> là tham số). Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1; x_2</math> với mọi <math>m</math>. Tìm <math>m</math> để các nghiệm đó thỏa mãn hệ thức: <math>\sqrt{x_1^2 + 2018} - x_1 = \sqrt{x_2^2 + 2018} + x_2</math>.</b></p>	
	<p>Ta có <math>\Delta = (m-2)^2 + 12 &gt; 0, \forall m</math> nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> với mọi <math>m</math>.</p> <p><b>(Lưu ý: Học sinh có thể nhận xét <math>ac = -3 &lt; 0</math> để suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, trái dấu với mọi <math>m</math>)</b></p>	0,25
2 (1,0đ)	<p>Ta có: <math>\sqrt{x_1^2 + 2018} - x_1 = \sqrt{x_2^2 + 2018} + x_2</math>  <math>\Leftrightarrow \sqrt{x_1^2 + 2018} - \sqrt{x_2^2 + 2018} = x_2 + x_1</math>  <math>\Leftrightarrow \frac{x_1^2 - x_2^2}{\sqrt{x_1^2 + 2018} + \sqrt{x_2^2 + 2018}} = x_2 + x_1</math></p>	0,25
	<p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 &amp; (1) \\ \sqrt{x_1^2 + 2018} + \sqrt{x_2^2 + 2018} = x_1 - x_2 &amp; (2) \end{cases}</math></p> <p>Theo định lí Viet ta có: <math>x_1 + x_2 = m - 2</math>. Khi đó:  (1) <math>\Leftrightarrow m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2</math>.  (2) không xảy ra. Thật vậy:</p>	0,25
	<p>Do <math>\sqrt{x_1^2 + 2018} &gt;  x_1 ; \sqrt{x_2^2 + 2018} &gt;  x_2 </math> suy ra  <math>\sqrt{x_1^2 + 2018} + \sqrt{x_2^2 + 2018} &gt;  x_1  +  x_2  \geq x_1 - x_2</math>. Vậy <math>m = 2</math>.</p>	0,25
IV (3,0đ)	<p><b>Cho đường tròn tâm <math>O</math>, đường kính <math>AB = 2R</math>. Gọi <math>d_1</math> và <math>d_2</math> lần lượt là các tiếp tuyến của đường tròn (<math>O</math>) tại <math>A</math> và <math>B</math>, <math>I</math> là trung điểm của đoạn thẳng <math>OA</math>, <math>E</math> là điểm thay đổi trên đường tròn (<math>O</math>) sao cho <math>E</math> không trùng với <math>A</math> và <math>B</math>. Đường thẳng <math>d</math> đi qua <math>E</math> và vuông góc với đường thẳng <math>EI</math> cắt <math>d_1, d_2</math> lần lượt tại <math>M, N</math>.</b></p>	
	<p><b>Chứng minh <math>AMEI</math> là tứ giác nội tiếp.</b></p>	
1 (1,0đ)	<p><math>\angle MAI = \angle MEI = 90^\circ</math></p>	0,5
	<p>Suy ra <math>\angle MAI + \angle MEI = 180^\circ</math>. Vậy <math>AMEI</math> nội tiếp.</p>	0,5

		<b>Chứng minh <math>IB.NE = 3.IE.NB</math>.</b>	
	2 (1,0đ)	+) $EAI = EBN$ (cùng phụ với $EBA$ ) +) $AEI = BEN$ (cùng phụ với $IEB$ ). Suy ra $\triangle IAE \sim \triangle NBE$ .	0,5
		$\Rightarrow \frac{IA}{IE} = \frac{NB}{NE} \Rightarrow IA.NE = IE.NB$	0,25
		$\Rightarrow \frac{IB}{3}.NE = IE.NB \Rightarrow IB.NE = 3IE.NB$ (đpcm).	0,25
		<b>Khi điểm <math>E</math> thay đổi, chứng minh tích <math>AM.BN</math> có giá trị không đổi và tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác <math>MNI</math> theo <math>R</math>.</b>	
	3 (1,0đ)	Do tứ giác $AMEI$ nội tiếp nên $AMI = AEI$ (1). Tương tự ta có tứ giác $BNEI$ nên $BIN = BEN$ (2). Theo trên ta có $AEI = BEN$ (3). Từ (1), (2), (3) suy ra $AMI = BIN$ (4).	0,25
		Do tam giác $AMI$ và $BIN$ vuông tại $A$ và $B$ , suy ra $\triangle AMI \sim \triangle BIN$ . Suy ra: $\frac{AM}{BI} = \frac{AI}{BN} \Rightarrow AM.BN = AI.BI$ không đổi.	0,25
		Từ (4) ta có: $BIN + AIM = AMI + AIM = 90^\circ \Rightarrow MIN = 90^\circ$ hay $\triangle MNI$ vuông tại $I$ . Khi đó: $S_{\triangle MNI} = \frac{1}{2}IM.IN = \frac{1}{2}\sqrt{AM^2 + AI^2}.\sqrt{BN^2 + BI^2}$	0,25
		$\geq \frac{1}{2}\sqrt{2AM.AI}.\sqrt{2BN.BI} = \sqrt{AM.BN.AI.BI} = AI.BI = \frac{R}{2}.\frac{3R}{2} = \frac{3R^2}{4}$	0,25
		Dấu “=” xảy ra khi $AM = AI, BN = BI$ . Vậy $S_{\triangle MNI}$ đạt GTNN bằng $\frac{3R^2}{4}$	0,25
		<b>Cho <math>a, b, c</math> là các số thực dương thỏa mãn <math>a + b + c = 1</math>. Chứng minh <math>\frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{abc} \geq 30</math>.</b>	
	V (1,0đ)	Áp dụng BĐT Cauchy ta có: $\begin{cases} 1 = a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc} > 0 \\ ab + bc + ca \geq 3\sqrt[3]{(abc)^2} > 0 \end{cases} \Rightarrow ab + bc + ca \geq 9abc > 0 \Rightarrow \frac{1}{abc} \geq \frac{9}{ab + bc + ca}$	0,25
		Khi đó: $\frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{abc} \geq \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{9}{ab + bc + ca} =$ $= \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{ab + bc + ca} + \frac{1}{ab + bc + ca} + \frac{7}{ab + bc + ca} \quad (1)$	0,25
		Áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x + y + z}$ với mọi $x, y, z > 0$ ta được $\frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{ab + bc + ca} + \frac{1}{ab + bc + ca} \geq \frac{9}{a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)}$ $= \frac{9}{(a + b + c)^2} = 9 \quad (2)$	0,25
		Lại có $1 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \geq 3(ab + bc + ca) \quad (3)$	0,25
		Thay (2), (3) vào (1) ta được $\frac{1}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{abc} \geq 9 + 7.3 = 30$ .	0,25
		Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \frac{1}{3}$ .	0,25

----- Hết -----