

c. $\left(-\frac{a}{2}\right)^3 \cdot 3xy \cdot (4a^2x^2) \left(4\frac{1}{3}ay^2\right)$ (a là hằng số)

d. $(2x^2y^3z^4)^k \cdot \left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^2$ (k là số nguyên dương)

e. $\left(2\frac{1}{3}x^2y^3\right)^{10} \cdot \left(\frac{3}{7}x^5y^4\right)^{10}$

178. Cho đơn thức : $A = (2a^3b^2x^4y)^3 \cdot \left(-\frac{3}{10}b^5x^2y^2z^3\right)$

Xác định xem chữ nào là hằng , chữ nào là biến để đơn thức A có bậc là :

a. 22

b. 31

c. 8

179. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là đơn thức :

b ; -4 ; $2+c$; $3a^2$; $a-b\sqrt{2}$; $a^3bc \cdot \frac{1}{2}a$; 0

180. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không phải là đơn thức :

$4x-3xy+z$; xy^2 ; x^2+2y+z ; $3xzx^2z^3$

181. Cho đơn thức : $2\left(a+\frac{1}{a}\right)x^2y^4$

a. Tìm a để đơn thức luôn luôn không âm với mọi x, y

b. Tìm a để đơn thức luôn luôn không dương với mọi x, y

182. Tìm bậc của các đơn thức :

a. $x^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}y\right) \cdot \frac{1}{5}x^4$

d. $8(-u^3) \cdot 5(uv)^2 \cdot (-3v)^3$

e. $-10y^2 \cdot (2yz)^3 \cdot (-5z)^2$

b. $-y \cdot 2x^3y \cdot \frac{4}{5} \cdot x \cdot ab^5$ (a, b là hằng số)

f. $\left(-\frac{1}{3}xy^2z\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}xy^2\right) \cdot 2yz^2$

c. $(-u^2) \cdot \frac{3}{4}v^3 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)uv$

g. $(2x^2)^2 \cdot (-3y^3) \cdot (-5xz)^3$

183. Cho hai đơn thức $-2a^5b^2$ và $3a^2b^6$ cùng dấu. Tìm dấu của a

184. Rút gọn biểu thức :

a. $3^{n+2} - 3^{n+1} - 6 \cdot 3^n$

e. $90 \cdot 10^k - 10^{k+2} + 10^{k+1}$

b. $(3 \cdot 2^{n-2} + 2^n - 2^{n-1}) : 5$

f. $2,5 \cdot 5^{n-3} \cdot 10 + 5^n - 6 \cdot 5^{n-1}$

c. $10^{n+1} - 6 \cdot 10^n$

d. $2^{n+3} + n^{n+2} - n^{n+1} + 2^n$

185. CMR : Với mọi số n nguyên dương thì :

a. $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

b. $8 \cdot 2^n + 2^{n+1}$ có tận cùng bằng chữ số 0

c. $3^{n+3} - 2 \cdot 3^n + 2^{n+5} - 7 \cdot 2^n$ chia hết cho 25

d. $4^{n+3} + 4^{n+2} - 4^{n+1} - 4^n$ chia hết cho 300

186. Thu gọn các đa thức sau rồi tìm bậc của chúng :

a. $3y(x^2 - xy) - 7x^2(y + xy)$

b. $\frac{1}{5}xy(x + y) + 2(y^3x - xy^2)$

187. Cho các đa thức : $A = 4x^2 - 5xy + 3y^2$; $B = 3x^2 + 2xy + y^2$; $C = -x^2 + 3xy + 2y^2$
 Tính $A + B + C$; $B - C - A$; $C - A - B$

188. Tìm đa thức M, biết :

a. $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$

b. $M - (3xy - 4y^2) = x^2 - 7xy + 8y^2$

c. $(25x^2y - 13xy^2 + y^3) - M = 11x^2yb - 2y^3$

d. $(12x^4 - 15x^2y + 2xy^2 + 7) + M = 0$

189. Tính giá trị của đa thức :

a. $A = xy + x^2y^2 + x^3y^3 + \dots + x^{100}y^{100}$

biết : $x = -1$; $y = -1$

b. $B = xyz + x^2y^2z^2 + x^3y^3z^3 + \dots + x^{100}y^{100}z^{100}$

biết : $x = -1$; $y = -1$; $z = -1$

c. $C = 7x - 7y + 4ax - 4ay - 5$

biết : $x - y = 0$

d. $D = x(x^2 + y^2) - y(x^2 + y^2) + 3$

biết : $x - y = 0$

e. $E = x^3 + x^2y - xy^2 - y^3 + x^2 - y^2 + 2x + 2y + 3$

biết : $x + y + 1 = 0$

f. $F = (x + y)(y + z)(z + x)$

biết : $xyz = 2$ và $x + y + z = 0$

g. $G = x^3 + x^2y - 2x^2 - xy - y^2 + 3y + x - 1$

biết : $x + y - 2 = 0$

h. $H = x^3 + x^2y - 2x^2 - xy^2 + 2xy + 2y + 2x - 2 - x^2y$

biết : $x + y - 2 = 0$

i. $I = x^4 + 2x^3y - 2x^3 + x^2y^2 - 2x^2y - x(x + y) + 2x + 3$

biết : $x + y - 2 = 0$

j. $J = 4x^4 + 7x^2y^2 + 3y^4 + 5y^2$

biết : $x^2 + y^2 = 5$

ĐA THỨC MỘT BIẾN . CỘNG TRỪ ĐA THỨC MỘT BIẾN

190. Tính hiệu $f(x) - g(x)$ rồi sắp xếp theo lũy thừa giảm dần :

a. $f(x) = x^5 - 3x^4 + x^2 - 5$

$g(x) = 2x^4 + 7x^3 - x^2 + 6$

b. $f(x) = 5x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

$g(x) = -x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 4x + 5$

c. $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0$

191. Tìm đa thức $P(x)$ và $Q(x)$ biết : $P(x) + Q(x) = x^2 + 1$ và $P(x) - Q(x) = 2x$

192. Cho các đa thức :

$A(x) = 3x^6 - 5x^4 + 2x^2 - 7$; $B(x) = 8x^6 + 7x^4 - x^2 + 11$; $C(x) = x^6 + x^4 - 8x^2 + 6$

Tính : $A(x) + B(x)$; $B(x) + C(x)$; $A(x) + C(x)$; $A(x) + B(x) - C(x)$; $B(x) + C(x) - A(x)$;

$B(x) + C(x) - A(x)$; $C(x) + A(x) - B(x)$; $A(x) + B(x) - C(x)$

193. Cho các đa thức :

$f(x) = 5(x - 1)(2x + 1) + (x - 3)(12x - 2) + 3x - 2$

$g(x) = \left(3 + \frac{1}{3}x^2 - 5x^3 + \frac{5}{2}x^4\right) \left(\frac{2}{3}x^2 - 2x^3\right)$

$h(x) = x^2(x^2 - 3x) - 2(x^4 - 3x^3) + x^4 - 3x^3 + 1$

- Khai triển, rút gọn và sắp xếp theo lũy thừa giảm dần
- Tìm bậc ; hệ số cao nhất ; hệ số tự do của từng đa thức
- Tính $k(x) = f(x) + g(x)$. Tìm bậc ; hệ số cao nhất ; hệ số tự do của $k(x)$

NGHIỆM CỦA ĐA THỨC

194. Tìm nghiệm của đa thức :

- | | | |
|----------------|------------------|---------------------|
| a. $x^2 - 3x$ | d. $x^2 - 1$ | g. $x^2 + \sqrt{3}$ |
| b. $2x^2 + 5x$ | e. $(x-3)(4-5x)$ | h. $x^2 + 2x$ |
| c. $x^2 + 1$ | f. $x^2 - 2$ | i. $x^2 + 2x - 3$ |

195. Cho đa thức $f(x) = x^2 - 5x + 6$. CMR : $x = 2$; $x = 3$ là nghiệm của $f(x)$

196. Cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

- Biết rằng : $a + b + c + d = 0$. CMR : 1 là nghiệm của $f(x)$
- Biết rằng : $a + c = b + d$. CMR : -1 là nghiệm của $f(x)$

197. Thu gọn rồi tìm nghiệm của đa thức :

- $f(x) = x(1 - 2x) + (2x^2 - x + 4)$
- $g(x) = x(x - 5) - x(x + 2) + 7x$
- $h(x) = x(x - 2) + 1$

198. Xác định hệ số m để đa thức sau nhận 1 làm nghiệm của :

- $mx^2 + 2x + 8$
- $7x^2 + mx - 1$
- $x^5 - 3x^2 + m$

199. Cho đa thức $f(x) = x^2 + mx + 2$. xác định m để $f(x)$ có nghiệm là $x = -2$

200. Cho các đa thức : $f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 + 2x - 9$; $g(x) = -x^4 + 2x^2 - x + 8$

- Tìm đa thức $h(x) = f(x) + g(x)$. Tìm bậc và tìm nghiệm của đa thức $h(x)$
- Tìm đa thức $k(x)$ sao cho $k(x) - h(x) = \frac{1}{2}x^2$

201. CMR: các đa thức sau không có nghiệm :

- $x^2 + x + 1$
- $x^2 + 2x + 3$
- $-x^2 + 2x - 3$

HÌNH HỌC
CƠ BẢN

- Cho ΔABC vuông tại A và $B > C$. kẻ đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của AH, CH
 - CMR : $BH < CH$ và $BD < CD < AC$
 - Kẻ đường thẳng $Cx \perp BC$; Cx và AE cắt nhau tại K. CMR : $AH < KE < AC$
- Cho ΔABC cân tại A. Lấy điểm D thuộc cạnh B, điểm E thuộc cạnh AC sao cho $BD = CE$
 - CMR : $\Delta BEC = \Delta CDB$ và $\Delta ABE = \Delta ACD$
 - Gọi K là giao điểm của BE và CD . CMR : ΔBKC cân
 - CMR : AK là phân giác của \hat{A}
- Cho ΔABC có $AB < AC$. Đường thẳng kẻ từ trung điểm M của BC vuông góc với phân giác của góc \hat{A} cắt AB tại D và AC tại E
 - CMR : ΔADE cân
 - Đường thẳng qua B song song với AC cắt DE tại K. CMR : $BD = BK = EC$

4. Cho ΔABC vuông tại A có $B = 60^\circ$. kẻ đường phân giác BD. Đường thẳng qua A vuông góc với BD tại H cắt BC tại E
 - a. Tính \widehat{AEB} , suy ra ΔABE đều
 - b. CMR : H là trung điểm của AE và ΔADE cân
 - c. Đường thẳng AB và DE cắt nhau tại F. CMR : D là trực tâm của ΔBFC và $AE \parallel FC$
5. Cho ΔABC cân tại A. Vẽ các đường phân giác BD, CE
 - a. CMR : $BD = CE$
 - b. BD cắt CE tại I. CMR : ΔBIC cân và $\Delta BIE = \Delta CID$
 - c. CMR : $AI \perp ED$ và $ED \parallel BC$
6. Cho ΔABC cân tại A, các trung tuyến BM, CN cắt nhau ở G.
 - a. CMR : $BM = CN$ và AG là tia phân giác của \widehat{A}
 - b. Gọi I là trung điểm của AG và K là trung điểm CG. CMR : BM, CI, AK đồng qui
7. Cho ΔABC cân tại A. Kẻ trung tuyến AM
 - a. CMR : $AM \perp BC$
 - b. Đường thẳng qua B và vuông góc với AB cắt AM tại D. Trên tia AM lấy điểm E sao cho M là trung điểm của DE. CMR : $CE \parallel BD$
 - c. CMR : BC là tia phân giác của góc DBE
 - d. CMR : $BE \perp AC$
8. Cho ΔABC có đường trung tuyến BO. Trên tia BO lấy điểm D sao cho O là trung điểm của BD. Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng DM cắt AC tại I và cắt AB tại E.
 - a. CMR : $CD \parallel AB$
 - b. CMR : I là trọng tâm của ΔBCD và $AC = 6.IO$
 - c. CMR : $BE = AB$
 - d. BD cắt AM tại K. CMR : C, K và trung điểm của AB thẳng hàng
9. Cho ΔABC vuông tại A. Kẻ trung tuyến AM. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$
 - a. CMR : $BA \parallel DC$ và tính số đo \widehat{ACD}
 - b. CMR : $\Delta ABC = \Delta CDA$
 - c. CMR : $AM = \frac{1}{2}BC$
 - d. Cho $AM = 5\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$, Tính độ dài AC
10. Cho ΔABC cân tại A có BH, CK là đường cao.
 - a. CMR : $\Delta ABH = \Delta ACK$ và $\Delta BKC = \Delta CHB$
 - b. Gọi I là giao điểm của BH và CK. CMR : $AI \perp BC$ và AI là tia phân giác của \widehat{A}
 - c. Gọi M là trung điểm của BC. CMR : A, I, M thẳng hàng
11. Cho ΔABC vuông tại A, $AB = 12\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$. Kẻ đường cao AH. Lấy điểm M trên đoạn HC. Qua M vẽ đường thẳng song song với AC cắt AH tại D
 - a. Tính độ dài AC
 - b. CMR : $HB > HC$
 - c. CMR : $BD \perp AM$
12. Cho ΔABC cân tại A ($AB > BC$). Đường trung tuyến của AB cắt BC tại D. I là trung điểm AB
 - a. CMR : $\widehat{BAD} = \widehat{ACB}$
 - b. Trên tia đối của tia AD lấy điểm E sao cho $AE = CD$. CMR : $\Delta ABE = \Delta CAD$
 - c. CMR : ΔBDE cân và $BE > DI$
13. Cho ΔABC vuông tại A, vẽ đường cao AH
 - a. CMR : $\widehat{BAH} = \widehat{BCA}$
 - b. Đường phân giác AD của góc \widehat{BAH} ($D \in BC$) và đường phân giác của góc \widehat{ACB} cắt nhau tại E. CMR : ΔCDE vuông và ΔACD cân
 - c. AH và CE cắt nhau tại I. CMR : $DI \perp AC$
14. Cho ΔABC có $\widehat{A} = 64^\circ$. Hai phân giác của B và C cắt nhau tại I

- a. Tính BIC
b. Kẻ đường thẳng qua I // BC cắt AB tại M và AC tại N. CMR : $\triangle BMI$ và $\triangle CNI$ cân
c. CMR : $MN = BM + CN$
15. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, kẻ phân giác BD của B, Đường thẳng qua D vuông góc với BC tại H cắt AB tại K
a. CMR : $\triangle ABD = \triangle HBD$ và BD là trung trực của AH
b. CMR : $BD \perp KC$ và $AH // KC$
c. CMR : $AH + KC < 2AC$
16. Cho $\triangle ABC$. Hai đường phân giác của B và C cắt nhau tại I. Gọi H, K, L lần lượt là hình chiếu của I xuống BC, AB, AC
a. CMR : $\triangle IBH = \triangle IBK$
b. CMR : $BK + CL = BC$
c. Cho $AB = 7\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Tính AK, AL
17. Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 45^\circ$. Hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H
a. CMR : $CH \perp AB$
b. CMR : $\triangle AEB$ và $\triangle HEC$ vuông cân
c. CMR : $AH = BC$
18. Cho đoạn thẳng BC. Gọi M là trung điểm của BC và I là trung điểm của BM. Trên đường trung trực của BM ta lấy hai điểm A và D sao cho I là trung điểm của AD
a. CMR : BC là tia phân giác của ABD
b. Gọi K là trung điểm của CD. CMR : A, M, k thẳng hàng
c. Cho biết $BC = 36\text{cm}$, $AI = 12\text{cm}$. Tính AM, AK

ÔN LUYỆN

CHƯƠNG 2: TAM GIÁC

CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC

TRƯỜNG HỢP 1 : CẠNH – CẠNH – CẠNH

1. Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC. CMR : $\triangle ABM = \triangle ACM$
2. Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Vẽ cung tròn tâm B bán kính AC, cung tròn tâm C bán kính AB, hai cung tròn này cắt nhau tại D. CMR : $\triangle ABC = \triangle DCB$

TRƯỜNG HỢP 2 : CẠNH – GÓC – CẠNH

3. Cho góc xOy. Trên Ox lấy điểm A, B, trên Oy lấy điểm C, D sao cho $OA = OC$, $OB = OD$.
CMR : $\triangle OAD = \triangle OCB$
4. Cho $\triangle ABC$ ($BC > AB$) BD là phân giác. $E \in BC$ sao cho $BE = AB$. CMR : $\triangle BAD = \triangle BED$
5. Cho $\triangle ABC$, gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Trên tia DE lấy điểm F sao cho:
 $DE = EF$. CMR : $\triangle AED = \triangle FEC$
6. Cho $\triangle ABC$, gọi D, E lần lượt là trung điểm của AC, AB. Trên tia BD, lấy điểm M sao cho : $BM = 2BD$. Trên tia CE lấy điểm N sao cho E là trung điểm của CN. CMR : $\triangle AEN = \triangle BEC$ và $\triangle ADM = \triangle CDB$

7. Cho ΔABC có $B = 2C$. Trên tia đối của tia CB lấy K sao cho $AB = CK$. Phân giác của góc B cắt AC tại D , trên tia đối của tia BD lấy điểm E sao cho $AC = BE$.
- CMR : $\angle ACK = \angle ABE$
 - CMR : $\Delta ACK = \Delta ABE$
8. Cho ΔABC có AD là phân giác, $E \in AB$ sao cho $AC = AE$, $F \in AC$ sao cho $AB = AF$. CMR : $\Delta AED = \Delta ACD$ và $\Delta AFD = \Delta ABD$

TRƯỜNG HỢP 3 : GÓC – CẠNH - GÓC

9. Cho ΔABC vuông tại A . Phân giác BD . $DE \perp BC$. CMR : $\Delta ABD = \Delta EBD$
10. Cho ΔABC . Có D là trung điểm của BC . Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A , vẽ $Bx \parallel AC$ cắt AD tại E .
- CMR: $\Delta ADC = \Delta EDB$
 - Trên tia đối của tia AC , lấy điểm F : $AF = AC$. Gọi I là giao điểm của AB & EF .
CMR: $BE = AF$ và $\Delta AIF = \Delta BIE$.
11. Cho ΔABC ($AB < AC$), tia Ax đi qua trung điểm M của BC . Kẻ BE, CF vuông góc với Ax
- CMR : $EBM = FCM$
 - CMR : $\Delta BEM = \Delta CFM$
12. Cho ΔABC ($AB < AC$), phân giác AD , đường vuông góc với AD tại D cắt các đường thẳng AB, AC tại E, F . CMR : $\Delta AED = \Delta AFD$
13. Cho ΔABC vuông cân tại A . Qua A kẻ đường thẳng xy (B, C nằm cùng phía đ/v xy), vẽ $BD \perp xy, CE \perp xy$
- CMR : $\angle DAB = \angle ECA$ và $\angle ABD = \angle EAC$ (**Góc cùng phụ**)
 - CMR : $\Delta ADB = \Delta CEA$
14. Cho ΔABC , phân giác của góc A, B cắt nhau tại I . Vẽ $IM \perp AB, IN \perp BC, IP \perp AC$
- CMR : $AIM = AIP$ và CMR : $\Delta IAM = \Delta IAP$
 - CMR : $BIM = BIN$ và CMR : $\Delta IMB = \Delta INB$
 - CMR : $\Delta INC = \Delta IPC$
15. Cho ΔABC cân tại A . E, F là chân đường vuông góc kẻ từ B, C
- CMR : $\angle ABE = \angle ACF$ và $\Delta ABE = \Delta ACF$
 - CMR : $\Delta BEC = \Delta CFB$
 - BE cắt CF tại I . CMR : $\Delta IBF = \Delta ICE$
16. Cho ΔABC ($AB = AC$). E, F là trung điểm của AB, AC
- CMR : $AE = EB = AF = FC$ và $\Delta ABF = \Delta CAE$
 - CMR : $\Delta BEC = \Delta CFB$
 - BF cắt CE tại I . CMR : $\Delta IBE = \Delta ICF$
17. Cho ΔABC ($AB = AC$). E, F là chân đường phân giác kẻ từ B, C
- CMR : $\angle ABE = \angle EBC = \angle ACF = \angle FCB$ và $\Delta ABE = \Delta ACF$
 - CMR : $\Delta BEC = \Delta CFB$
 - BE cắt CF tại I . CMR : $\Delta IBF = \Delta ICE$
18. Cho ΔABC ($AB = AC$). E, F là 2 điểm trên AB, AC sao cho $AE = AF$
- CMR : $BF = CE$ và $\Delta ABF = \Delta CAE$
 - CMR : $\Delta BEC = \Delta CFB$
 - BF cắt CE tại I . CMR : $\Delta IBE = \Delta ICF$

TỔNG HỢP

CHỨNG MINH PHÂN GIÁC

19. Trên đường trung trực d của đoạn thẳng AB lấy điểm C bất kỳ.

- a. $CMR : \Delta HAC = \Delta HBC$ (H là giao điểm của AB và (d))
b. $CMR : \text{đường thẳng } d \text{ là đường phân giác của góc } ACB$
20. Cho ΔABC . Trên AC lấy điểm D sao cho $CD = AB$. Các đường trung trực của AC và BD cắt nhau tại O
a. $CMR : \Delta OAB = \Delta OCD$
b. $CMR : AO \text{ là phân giác của góc } A$
21. Cho góc xOy . Lấy các điểm A, B theo thứ tự thuộc Ox, Oy sao cho $OA = OB$. Vẽ $AH \perp Oy$ ($H \in Oy$), $BK \perp Ox$ ($K \in Ox$). Gọi $M = AH \cap BK$
a. $CMR : \Delta OAH = \Delta OBK$ (Góc có cạnh tương ứng vuông góc)
b. $CMR : OM \text{ là tia phân giác của góc } xOy$
22. Cho Oz là tia phân giác của góc xOy . $M \in Oz$, Vẽ $MH \perp Ox, MK \perp Oy$
a. $CMR : \Delta MHO = \Delta MKO$
b. Gọi $E = MK \cap Ox, F = MH \cap Oy$. $CMR : \Delta MHE = \Delta MKF$
23. Cho góc xOy . Vẽ tia phân giác Ot của góc xOy , trên Ot lấy điểm M. Đường thẳng d qua M và vuông góc với Ot cắt Ox, Oy theo thứ tự tại A, B.
a. $CMR : \Delta OAM = \Delta OBM$
b. Lấy điểm C thuộc Ot . $CMR : \Delta OCA = \Delta OCB, \Delta AMC = \Delta BMC$
24. Cho Oz nằm giữa Ox, Oy . $M \in Oz, MH \parallel Ox, MK \parallel Oy$
a. $CMR : \Delta MHO = \Delta MKO, \Delta KHO = \Delta MKH$
b. Qua M vẽ (d) // HK cắt Ox, Oy lần lượt tại E, F. $CMR: \Delta MEH = \Delta OFK, \Delta MKF = \Delta OHE, \Delta MEH = \Delta MKF$
c. $CMR : H \text{ là trung điểm của } OE \text{ và } K \text{ là trung điểm của } OF$

CHỨNG MINH TRUNG ĐIỂM

25. Cho đoạn thẳng AB. Qua A, B vẽ ra 2 đường thẳng a, b vuông góc AB. Đường thẳng qua trung điểm O của AB cắt a, b theo thứ tự A_1, B_1 . $CMR: O \text{ là trung điểm } A_1B_1$.
26. Cho đoạn thẳng AB có O là trung điểm. Trên 2 nmp đối nhau bờ AB vẽ các tia Ax, By cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm C, trên tia By lấy điểm D sao cho $AC = BD$.
a. $CMR: O \text{ là trung điểm } CD$
b. Trên cạnh BC lấy điểm E và trên cạnh AD lấy điểm F sao cho $BE = AF$. $CMR : O \text{ là trung điểm } EF$.
27. Cho đoạn thẳng AB. Trên cùng nmp bờ AB vẽ Ax, By sao cho $\widehat{BAx} = 120^\circ, \widehat{ABY} = 60^\circ$. Trên tia By lấy điểm C và trên tia đối tia Ax lấy điểm D sao cho $AD = BC$. Gọi O là giao điểm của AC, BD.
a. $CMR: O \text{ là trung điểm của mỗi đoạn } AC, BD$.
b. Qua O vẽ đường thẳng cắt AD, BC tại E, E. $CMR : O \text{ là trung điểm } EF$.
c. Trên AD lấy I, trên BC lấy J sao cho $AI = BJ$. $CMR: O \text{ là trung điểm } IJ$.
d. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. $CMR: O \text{ là trung điểm } MN$.
28. Cho ΔABC . M, N là trung điểm của AB, AC. Trên tia đối của tia MC lấy E sao cho $ME = MC$, trên tia đối của tia NB lấy F sao cho $NF = NB$. $CMR: A \text{ là trung điểm của } EF$.
29. Cho 4 điểm A, B, C, D sao cho $AB \parallel CD$ và $AB = CD$. O là giao điểm của AC và BD. $CMR: O \text{ là trung điểm mỗi đoạn } AC \text{ và } BD$.

CHỨNG MINH TRUNG TRỰC

30. Cho ΔABC có đường cao AH. M, N là trung điểm AB, AC. Trên tia đối tia MC lấy điểm E sao cho $ME = MC$, trên tia đối của tia NB lấy F sao cho $NF = NB$. $CMR: HA \text{ là đường trung trực của } EF$.
31. Cho góc xOy . Vẽ tia phân giác Ot của góc xOy , trên Ot lấy điểm M. Đường thẳng d qua M và vuông góc với Ot , cắt Ox, Oy theo thứ tự tại A và B. $CMR: Ot \text{ là đường trung trực của } AB$.
32. Cho xOy . Vẽ cung tròn tâm O, cung này cắt Ox, Oy tại A, B. Vẽ các cung tròn tâm A và B có cùng bán kính cắt nhau tại C. $CMR: OC \text{ là trung trực của } AB$.
33. Cho ΔABC có $\widehat{A} = 30^\circ, \widehat{B} = 40^\circ$. Trên nmp bờ AB không chứa điểm C lấy điểm D sao cho

$BC = BD, ABC = ABD$. CMR: AB là đường trung trực của CD .

CHỨNG MINH SONG SONG – BẰNG NHAU

34. Cho ΔABC , Vẽ cung tròn tâm A bán kính BC và cung tròn tâm C bán kính BA , chúng cắt nhau tại D . (D, B nằm khác phía đối với AC). CMR: $AD \parallel BC$ và $AB \parallel CD$.
35. Cho 4 điểm A, B, C, D phân biệt sao cho $AB=CD, AD=BC$. CMR: $AB \parallel CD; AD \parallel BC$.
36. Cho ΔABC . Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm AB, AC . Trên tia DE lấy F sao cho $DE=EF$.
CMR : $AD \parallel CF$ và $AD = CF$.
37. Cho ΔABC , M là trung điểm BC . Trên tia AM lấy D sao cho $AD = 2AM$. CMR:
a. $AB \parallel CD$ và $AB = CD$
b. $AC \parallel BD$ và $AC = BD$
38. Cho ΔABC có D là trung điểm AB . Nếu:
a. Vẽ $DE \parallel BC$ cắt AC tại E . CMR: E là trung điểm của AC và $DE = \frac{1}{2} BC$.
b. E là trung điểm AC . CMR: $DE \parallel BC$ và $DE = \frac{1}{2} BC$

CHỨNG MINH VUÔNG GÓC

39. Cho ΔABC . Vẽ $BD \perp AC, CE \perp AB$. Trên tia đối của tia BD lấy F sao cho $BF = AC$. Trên tia đối của tia CE lấy điểm G sao cho $CG = AB$. CMR:
a. $AF = AG$
b. $AF \perp AG$
40. Cho góc bẹt xOy có tia phân giác Ot . Trên tia Ot lấy 2 điểm A, B (A nằm giữa O, B). Lấy $C \in Ox$ sao cho $OC = OB, D \in Oy$ sao cho $OD = OA$. CMR:
a. $AC = BD$
b. $AC \perp BD$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc ngược)
41. Cho ΔABC . Vẽ đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB (D, C khác phía đối với AB), vẽ đoạn thẳng AE vuông góc và bằng AC (E, B khác phía đối với AC).
a. CMR: $CD = BE$ và $CD \perp BE$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc ngược)
b. F là trung điểm của BC . CMR : $DE = 2AF$ và $DE \perp AF$.

TAM GIÁC CÂN – TAM GIÁC VUÔNG CÂN

TÍNH TOÁN

42. Cho ΔABC cân tại A . Tính số đo các góc của ΔABC , biết :
a. $\hat{A} = 120^\circ$ b. $\hat{A} = 30^\circ$ c. $B = 45^\circ$ d. $C = 60^\circ$
43. Cho ΔABC cân tại A . Lấy các điểm D, E thuộc cạnh BC sao cho $BD = BA$ và $CA = CE$. Tính số đo của \hat{DAE} . Biết :
a. $\hat{A} = 80^\circ$ b. $\hat{A} = 120^\circ$ c. $\hat{A} = 90^\circ$ d. $\hat{A} = 60^\circ$

CHỨNG MINH TAM GIÁC CÂN

SỬ DỤNG 2 CẠNH BẰNG NHAU

44. Cho ΔABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm M, N sao cho $BM = CN$. CMR : ΔAMN cân
45. Cho ΔABC cân tại A . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm AB, AC, BC .
a. CMR : $AM = MB = AN = NC$. Hỏi ΔAMN là tam giác gì ?
b. CMR : ΔPMN cân
46. Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$) BD là phân giác của góc ABC . Vẽ $DH \perp BC$.
a. CMR : ΔABH cân
b. CMR : ΔDAH cân tại D

47. Cho góc xOy , trên tia Ox , Oy lần lượt lấy các điểm A , B sao cho $OA = OB$. Vẽ $AH \perp Oy$, $BK \perp Ox$.
- CMR : $O\hat{A}H = OBK$ (t/c góc cùng phụ)
 - CMR : $\triangle OHK$ cân
 - CMR : $AK = BH$
 - CMR : AH cắt BK tại I . CMR : $\triangle IHK$ cân

SỬ DỤNG 2 GÓC BẰNG NHAU

48. Cho $\triangle ABC$ có AD là phân giác. Vẽ $DE \parallel AB$. CMR : $\triangle ADE$ cân
49. Cho $\triangle ABC$ có AD là phân giác. Vẽ $Cx \parallel AB$ cắt AD tại E . CMR : $\triangle ACE$ cân
50. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A có AD là phân giác. Vẽ $Bx \parallel AC$ cắt AD tại E .
- CMR : $\triangle ABE$ cân
 - CMR : $BE = AC$
 - CMR : $\triangle BDE = \triangle ADC$

CHỨNG MINH TAM GIÁC VUÔNG

51. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BC$.
- Tính các góc của $\triangle BCE$, $\triangle AEC$
 - Trên tia đối của tia BC lấy điểm F sao cho $BF = BC$. Tính số đo các góc của $\triangle BEF$
 - CMR : $\triangle CEF$ vuông
52. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , trung tuyến AM . Trên tia đối của tia AM lấy điểm D sao cho $MA = MD$
- CMR : $\triangle AMC = \triangle DMB$
 - CMR : $\triangle ABD$ vuông
 - CMR : $\triangle ABC = \triangle ABD$
 - So sánh AM và BC (t/c trung tuyến bằng nửa cạnh huyền)

CHỨNG MINH

53. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Vẽ đường thẳng a qua A sao cho B và C thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ a . Vẽ BH , CK vuông góc với a . CMR :
- $\hat{C}AK = \hat{A}BH$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc)
 - $AH = CK$
 - $HK = BH + CK$
54. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , Gọi Ax là tia phân giác của góc ngoài đỉnh A . CMR : $Ax \parallel BC$
55. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $\hat{A} = 120^\circ$. Vẽ $\triangle DBC$ đều (A , D cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ là BC)
CMR : DA là phân giác của góc BDC
56. Cho $\triangle ABC$, các đường trung trực của AB , AC cắt nhau tại O và cắt BC theo thứ tự tại E , F .
- CMR : $OB = OC$. Hỏi $\triangle OBC$ là tam giác gì ?
 - CMR : AO là tia phân giác của $\hat{E}AF$
57. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , tia phân giác của \hat{A} cắt BC tại D . CMR:
- $DB = DC$
 - $AD \perp BC$
58. Cho hai góc kề bù xOz và zOy . Vẽ các tia Om , On theo thứ tự là phân giác của xOz và zOy . Lấy các điểm A , B thuộc Ox , Oz sao cho $OA = OB$. AB cắt Om tại I . CMR :
- $Om \perp On$
 - $AB \perp OI$
 - $AB \parallel On$
59. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , phân giác AD , trên tia đối của tia AB lấy điểm E sao cho $AB = AE$. CMR : $AD \parallel CE$
60. Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$), phân giác AD , trên tia đối của tia AB lấy điểm E sao cho $AC = AE$. CMR : $AD \parallel CE$

61. Cho ΔABC có $BC = 2AB$. Gọi M là trung điểm của BC và D là trung điểm của BM . Trên tia AD lấy điểm E sao cho $AE = 2AD$
- CMR : ΔABM cân tại B
 - CMR : $AD = DE$ và $\Delta ADB = \Delta EDM$
 - CMR : $ME = MC$ và $AME = AMC$
 - CMR : $\Delta MAE = \Delta MAC$ và $AC = 2AE$
 - Hỏi ΔMEC và ΔAEC là tam giác gì ?
62. Cho ΔABC cân tại A . Lấy các điểm D, E theo thứ tự thuộc AB, AC sao cho $AD = AE$. Gọi O là giao điểm của BE và CD . CMR :
- $BE = CD$
 - $DE \parallel BC$
 - $\Delta OCE = \Delta OBD$
63. Cho ΔABC . Vẽ phía ngoài ΔABC các tam giác vuông cân tại A : ΔABD và ΔACE . Vẽ $AH \perp BC$, cắt DE tại K . Vẽ $DM \perp AH, EN \perp AH$
- CMR : $DM = EN$ và $DK = EK$
 - CMR : $CD \perp BE$ và $CD = BE$
64. Cho ΔABC . Vẽ phía ngoài ΔABC các ΔABD vuông cân tại B và ΔACE vuông cân tại C . Vẽ $DI \perp BC, EK \perp BC$
- CMR : $BI = CK$
 - CMR : $BC = ID + EK$
65. Cho ΔABC vuông tại A . M là trung điểm BC . CMR : $AM = BM = CM = \frac{BC}{2}$
(Tính chất trung tuyến trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền)

TAM GIÁC ĐỀU

CHỨNG MINH TAM GIÁC ĐỀU

66. Cho ΔABC đều. $M, N, P \in$ tia đối của tia AC, BA, CB sao cho $AM = BN = CP$. CMR: ΔMNP đều
67. Cho ΔABC đều. $D \in BC$ sao cho $BC = 3BD$. Vẽ $DE \perp BC, DF \perp AC$. CMR : ΔDEF đều
68. Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Trên cùng 1 nmp bờ AB , vẽ các tam giác đều ACD, BCE . Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AE, BD . CMR : ΔCIK đều
69. Cho ΔABC có $\hat{A} = 60^\circ$. M, N trung điểm của AB, AC . Kẻ $BH \perp AC, CK \perp AB$.
CMR : $\Delta AHN, \Delta AKM$ đều (gợi ý: Sử dụng t/c của trung tuyến trong Δ vuông)

CHỨNG MINH

70. Cho ΔABC vuông tại A có $B = 60^\circ$. CMR : $AB = \frac{BC}{2}$ (Bổ đề : t/c nửa Δ đều)
71. Cho ΔABC vuông tại A có $B = 30^\circ$. CMR : $AC = \frac{BC}{2}$ (Bổ đề : t/c nửa Δ đều)
72. Cho ΔABC đều. Gọi D, E, F là 3 điểm thuộc AB, BC, CA sao cho $AD = BE = CF$
- CMR : ΔDEF đều
 - M, N, K thuộc tia đối của tia AB, BC, CA sao cho $AM = BN = CK$. CMR : ΔMNK đều

- c. Trên tia đối tia NK lấy I, trên tia đối tia KN lấy H sao cho NI = KH = NK. CMR: MI = MH
73. Vẽ phía ngoài ΔABC các tam giác đều : ΔABM , ΔACN
- CMR : BN = CM
 - Gọi K là giao điểm của BN, CM. Tính số đo góc MKB
74. Điểm C nằm giữa 2 điểm A và E. Trên cùng 1mp bờ là AE, vẽ các tam giác đều ABC, CDE
- CMR : AD = BE
 - Gọi M, P lần lượt là trung điểm của AD, BE. CMR : ΔCPM đều

TAM GIÁC VUÔNG – ĐỊNH LÝ PITAGO

TÍNH CẠNH CỦA TAM GIÁC

75. Cho ΔABC vuông tại A, biết AC = 4cm, BC = 5cm. Tính độ dài AB
76. Cho ΔABC vuông tại A, biết AB = 3cm, AC = 4cm. Tính độ dài BC
77. Cho ΔABC vuông cân tại A có AB = 3cm. Tính AC, BC
78. Cho ΔABC vuông cân tại A có AC = 4cm. Tính AB, BC
79. Cho ΔABC vuông cân tại A có BC = 4cm. Tính AC, AB
80. Cho ΔABC vuông tại . Tính độ dài AC biết :
- AB = 3cm, BC = 5cm
 - AB = 8cm, BC = 10cm
 - AB = 1cm, BC = 1,25cm
 - AB = 0,8cm, BC = 1cm
81. Cho ΔABC vuông tại A. Tính độ dài cạnh BC, biết :
- AB = AC = 2cm
 - AB = 9cm, AC = 12cm
 - AB = 12cm, AC = 16cm
82. Cho ΔABC . AH \perp BC. Tính chu vi ΔABC biết :
- AC = 13cm, AH = 12cm, BH = 9cm
 - AC = 20cm, AH = 12cm, BH = 5cm

CHỨNG MINH TAM GIÁC VUÔNG

83. Cho ΔABC có AB = 25cm, BC = 20cm, AC = 15cm. CMR : ΔABC vuông
84. Cho ΔABC có AB = 12cm, BC = 20cm, AC = 16cm. CMR : ΔABC vuông
85. CMR : ΔABC vuông . Biết :
- AB = 15cm, BC = 20cm, AC = 25cm
 - AB = 4cm, BC = $4\sqrt{2}$ cm, AC = 4cm

CHỨNG MINH

86. Cho ΔABC vuông tại A. M là trung điểm BC. CMR : $AM = BM = CM = \frac{BC}{2}$
(Tính chất trung tuyến trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền)
87. Trên đường trung trực d của đoạn thẳng AB lấy điểm C bất kỳ. CMR :
- CA = CB
 - Đường thẳng d là phân giác của góc ACB
88. Cho góc xOy. Lấy các điểm A, B theo thứ tự thuộc Ox, Oy sao cho OA = OB. Vẽ AH \perp Oy, BK \perp Ox. Gọi M là giao điểm của AH, BK. CMR :
- OH = OK
 - OM là tia phân giác của góc xOy
89. Cho ΔABC . Các tia phân giác của góc B và C cắt nhau tại I. Vẽ IM \perp AB, IN \perp BC, IP \perp AC. CMR : IM = IN = IP

TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG