

Câu 1.

- a) So sánh $2\sqrt{3} + \sqrt{27}$ và $\sqrt{74}$
- b) Chứng minh đẳng thức $\left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+2}\right) \cdot \frac{x-4}{4} = 1$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)
- c) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số $y = 3x + m$ đi qua điểm $A(1;2)$

Câu 2.

Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 1 = 0$ (*) trong đó m là tham số

- a) Giải phương trình (*) khi $m = -2$
- b) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện $x_1 = 2x_2$

Câu 3. Nhân ngày sách Việt Nam, 120 học sinh khối 8 và 100 học sinh khối 9 cùng tham gia phong trào xây dựng “Tủ sách nhân ái”. Sau một thời gian phát động, tổng số sách cả hai khối đã quyên góp được là 540 quyển. Biết rằng mỗi học sinh khối 9 quyên góp nhiều hơn mỗi học sinh khối 8 1 quyển. Hỏi mỗi khối đã quyên góp được bao nhiêu quyển sách (Mỗi học sinh cùng một khối quyên góp số lượng sách như nhau).

Câu 4. Cho đường tròn (O) có dây BC cố định không đi qua tâm O. Điểm A di động trên (O) sao cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Các đường cao BE, CF của tam giác ABC (E thuộc AC, F thuộc AB) cắt nhau tại H. Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC, đoạn thẳng KA cắt (O) tại điểm M. Chứng minh rằng:

- a) BCEF là tứ giác nội tiếp
- b) $KM \cdot KA = KE \cdot KF$
- c) Đường thẳng MH luôn đi qua một điểm cố định khi A thay đổi.

Câu 5. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x(2x - 2y + 1) = y \\ y + 2\sqrt{1 - x - 2x^2} = 2(1 + y)^2 \end{cases}$$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 TOÁN NGHỆ AN 2018-2019

Câu 1

$$a) 2\sqrt{3} + \sqrt{27} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

b) Với $x \geq 0; x \neq 4$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{x-4}{4} = \frac{\sqrt{x}+2 - \sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{x-4}{4}$$
$$= \frac{4}{x-4} \cdot \frac{x-4}{4} = 1 \text{ (đpcm)}$$

c) Vì d : $y = 3x + m$ đi qua A(1;2) $\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$. thay vào (d) ta có

$$2 = 3 \cdot 1 + m \Rightarrow m = -1$$

Câu 2: a) khi $m = -2$ thì pt (*) thành : $x^2 + 2x - 3 = 0$

$\Delta' = (-1)^2 + 3 = 4 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm

$$\begin{cases} x_1 = -1 - \sqrt{4} = -3 \\ x_2 = -1 + \sqrt{4} = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } S = \{-3; 1\}$$

b) pt (*) : $x^2 + 2x + m - 1 = 0$

$$\Delta' = (-1)^2 - (m - 1) = 2 - m.$$

Để pt (*) có nghiệm thì $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$

Khi đó áp dụng Vi et, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

$$\text{Kết hợp vs đề ta có hệ } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \\ x_1 = 2x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-4}{3} \\ x_2 = \frac{-2}{3} \\ m - 1 = x_1 x_2 = \left(-\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow m = \frac{8}{9} + 1 = \frac{17}{9} \text{ (thỏa)}$$

Câu 3: Gọi x (quyển sách) là số sách khối 8 quyên góp ($x \in \mathbb{N}^*; x < 540$)

\Rightarrow Số sách khối 9: $540 - x$

Số sách 1 học sinh khối 9: $\frac{540 - x}{100}$

Số sách 1 học sinh khối 8: $\frac{x}{120}$

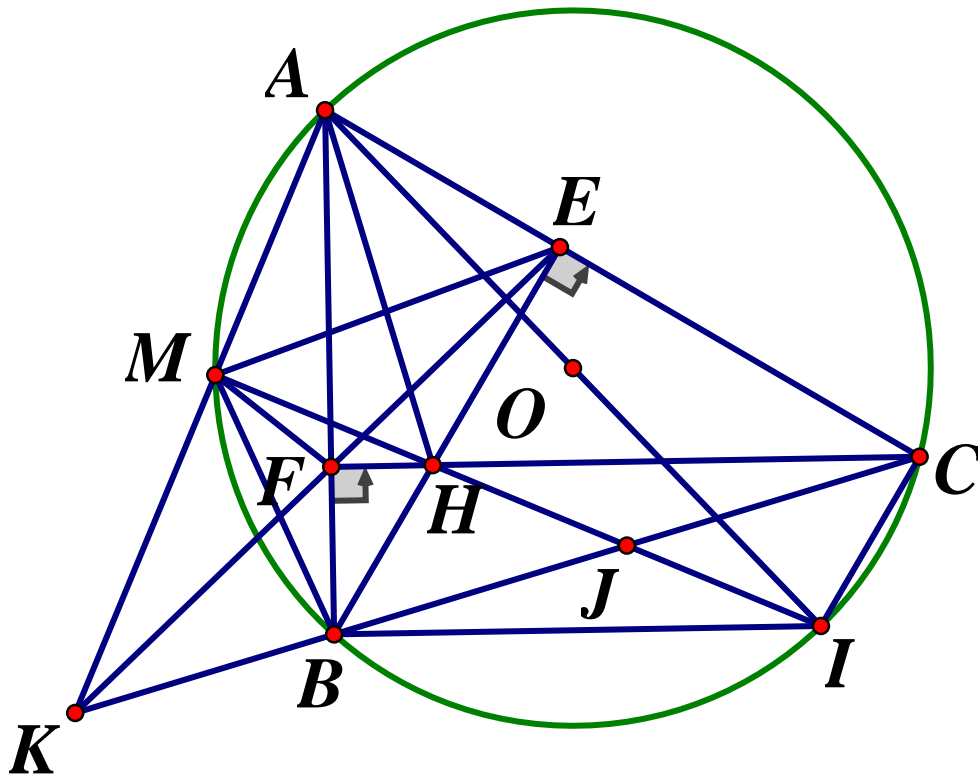
Theo đề ta có phương trình: $\frac{540 - x}{100} - \frac{x}{120} = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{6(540 - x) - 5x}{600} = 1 \Leftrightarrow -11x - 3240 = 600$$

$$\Leftrightarrow x = 240 \text{ (thỏa)}$$

Vậy khối 8 góp: 240 sách, khối 9: $540 - 240 = 300$ cuốn sách

Câu 4.



a) ta có : BE, CF là 2 đường cao $\Rightarrow \widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$

\Rightarrow BEFC có 2 đỉnh F, E cùng nhìn BC dưới 1 góc 90°

\Rightarrow BEFC là tứ giác nội tiếp

b) Vì BMAC là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KMB} = \widehat{ACB}$.

(góc ngoài tại 1 đỉnh bằng góc trong đối diện)

Xét $\triangle MKB$ và $\triangle CKA$ có : K chung; $\widehat{KMB} = \widehat{ACB}$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle MKB \sim \triangle CKA \text{ (g - g)} \Rightarrow \frac{MK}{CK} = \frac{KB}{KA} \Rightarrow KM \cdot KA = KC \cdot KB \text{ (1)}$$

Vì EFBC là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KBF} = \widehat{FEC}$

Xét $\triangle KBF$ và $\triangle KEC$ có :

CKF chung

$$\widehat{KBF} = \widehat{KEC} \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle KBF \sim \triangle KEC \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{KB}{KE} = \frac{KF}{KC} \Rightarrow KB \cdot KC = KF \cdot KE \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow KM \cdot KA = KE \cdot KF$

c) Kéo dài MH cắt đường tròn tại I

$$\text{Ta có : } KM \cdot KA = KE \cdot KF \text{ (cmt)} \Rightarrow \frac{KM}{KF} = \frac{KE}{KA}$$

$$\text{Xét } \triangle KME \text{ và } \triangle KFA \text{ có : } \frac{KM}{KF} = \frac{KE}{KA}; \widehat{K} \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle KME \sim \triangle KFA \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{KAF} = \widehat{KEM} \text{ hay } \widehat{MEF} = \widehat{MAF}$$

và 2 góc này cùng nhìn MF \Rightarrow MAEF là tứ giác nội tiếp

\Rightarrow A; M; F; H; E cùng thuộc một đường tròn

Lại có : $\widehat{AFH} = \widehat{AEH} = 90^\circ \Rightarrow$ AH đường kính của đường tròn đi qua 5 điểm A, M, F, E, H

Mặt khác AMH là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow \widehat{AMH} = 90^\circ$ hay $\widehat{AMI} = 90^\circ$

\Rightarrow AI là đường kính của đường tròn (O)

$\Rightarrow \widehat{ABI} = 90^\circ$ hay $AB \perp BI \Rightarrow BI // CF$ hay $BC // CF$

Cmtt $\Rightarrow CI // BE$ hay $CI // BH$

\Rightarrow BHCI là hình bình hành $\Rightarrow BC \cap HI = J$ nên $BC \cap MH = J$ với J là trung điểm BC

Mà BC cố định nên J cố định

Vậy khi A thay đổi ta có MH luôn đi qua trung điểm J của BC cố định

Câu 5.

$$\begin{cases} x(2x - 2y + 1) = y & (1) \\ y + 2\sqrt{1 - x - 2x^2} = 2(1 + y^2) & (2) \end{cases}$$

$$\text{Điều kiện: } 1 - x - 2x^2 \geq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(2x - 1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{Ta có: } (1) \Leftrightarrow x(2x - 2y + 1) = y$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2xy + x - y = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(x - y) + (x - y) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 1)(x - y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = y \end{cases}$$

$$*) \text{ Với } x = -\frac{1}{2} \Rightarrow (2) \Leftrightarrow y + 2\sqrt{1 + \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{4}} = 2(1 + y^2)$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 - y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$*) x = y \Rightarrow (2) \Leftrightarrow x + 2\sqrt{1 - x - 2x^2} = 2(1 + x^2)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{1 - x - 2x^2} = 4x^2 - 2x^2 - x + 1 + 1$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 2x^2 - x + 1 - 2\sqrt{1 - x - 2x^2} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + (-2x^2 - x + 1 - 2\sqrt{1 - x - 2x^2} \cdot 1 + 1^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = 0 \\ (\sqrt{1 - x - 2x^2} - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ \sqrt{1 - x - 2x^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{Vậy hệ phương trình có nghiệm } (x; y) \in \left\{ \left(-\frac{1}{2}; 0\right); \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); (0; 0) \right\}$$