SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học: 2018 - 2019
Môn thi: TOÁN (chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút.
(Đề thi gồm: 01 trang)

Câu 1 (*2,0 điểm*).

a) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{x^2}{(x+y)(1-y)}-\dfrac{y^2}{(x+y)(1+x)}-\dfrac{x^2y^2}{(1+x)(1-y)}$.

b) Chứng minh rằng $\sqrt{1+\dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}}+...+\sqrt{1+\dfrac{1}{2017^2}+\dfrac{1}{2018^2}}<2018.$

Câu 2 (*2,0 điểm*).

a) Giải phương trình $2\left((1-x)\sqrt{x^2+2x-1}+x\right)=x^2-1.$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-3y-2+\sqrt{y(x-y-1)+x}=0 \\ 3\sqrt{8-x}-\dfrac{4y}{\sqrt{y+1}+1}=x^2-14y-8. \end{cases}$

Câu 3 (*3,0 điểm*).

Cho đoạn thẳng *AB* và *C* là điểm nằm giữa hai điểm *A, B*. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng *AB*, vẽ nửa đường tròn đường kính *AB* và nửa đường tròn đường kính *BC*. Lấy điểm *M* thuộc nửa đường tròn đường kính *BC* ($M\neq B; M\neq C$). Kẻ *MH* vuông góc với *BC* ($H\in BC$), đường thẳng *MH* cắt nửa đường tròn đường kính *AB* tại *K*. Hai đường thẳng *AK* và *CM* giao nhau tại *E*.

a) Chứng minh $BE^2=BC.AB.$

b) Từ *C* kẻ $CN\perp AB$ (*N* thuộc nửa đường tròn đường kính *AB*), gọi *P* là giao điểm của *NK* và *CE*. Chứng minh rằng tâm đường tròn nội tiếp của các tam giác *BNE* và *PNE* cùng nằm trên đường thẳng *BP*.

c) Cho $BC=2R$. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác MCH và MBH. Xác định vị trí điểm M để chu vi tam giác O_1HO_2 lớn nhất.

Câu 4 (*1,5 điểm*).

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $2x^2+5y^2=41+2xy.$

b) Có bao nhiêu số tự nhiên n không vượt quá 2019 thỏa mãn n^3+2019 chia hết cho 6.

Câu 5 (*1,5 điểm*).

a) Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $\sqrt{a}+\sqrt{b}=1$.

Chứng minh rằng $3(a+b)^2-(a+b)+4ab\geq\dfrac{1}{2}\sqrt{(a+3b)(b+3a)}.$

b) Cho 100 điểm trên mặt phẳng sao cho trong bất kỳ bốn điểm nào cũng có ít nhất ba điểm thẳng hàng. Chứng minh rằng ta có thể bỏ đi một điểm trong 100 điểm đó để 99 điểm còn lại cùng thuộc một đường thẳng.