

CHUYÊN ĐỀ 1

Phần I: CÁC DẠNG BÀI TOÁN TÍNH NHANH PHÂN SỐ:

CÁC BÀI TOÁN VỀ DÃY CẤP SỐ NHÂN HAY CÒN GỌI LÀ DÃY SỐ CÓ QUY LUẬT.

A. Công thức tính.

$$S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$\text{Nếu } \frac{1}{a} : \frac{1}{b} = \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = \dots = k \text{ thì } S \times k = \frac{k}{a} + \frac{k}{a} + \frac{k}{b} + \dots + \frac{k}{n} = \frac{k}{a} + S - \frac{1}{n}$$

$$S \times (k - 1) = \frac{k}{a} - \frac{1}{n} ; S = \left(\frac{k}{a} - \frac{1}{n} \right) : (k - 1)$$

Dạng 1: Tổng nhiều phân số có tử số bằng nhau và mẫu của phân số sau gấp mẫu số của phân số liền trước 2 lần.

$$\text{VD: } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$

Cách 1: Bước 1: đặt $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Bước 2: Ta thấy

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$$

.....

$$\frac{1}{64} = \frac{1}{32} - \frac{1}{64}$$

Bước 3: Vậy $A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{32} - \frac{1}{64}\right)$

$$A = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{32} - \frac{1}{64}$$

$$A = 1 - \frac{1}{64}$$

$$A = \frac{64}{64} - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

Đáp số: $\frac{63}{64}$

Cách 2:

Bước 1 đặt $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$

Bước 2: Ta thấy.

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8}$$

.....

$$\begin{aligned} \text{Bước 3: Vậy } A &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \\ &= 1 - \frac{1}{64} = \frac{64}{64} - \frac{1}{64} = \frac{63}{64} \end{aligned}$$

Dạng 2: Tính tổng của nhiều phân số có tử số bằng nhau và mẫu số của phân số liền sau gấp mẫu số của phân số liền trước n lần ($n > 1$).

$$\text{Ví dụ 1: } A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$

Cách giải:

Bước 1: Tính $A \times n$ ($n = 2$).

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } A \times 2 &= 2 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \right) \\ &= \frac{2}{2} + \frac{2}{4} + \frac{2}{8} + \frac{2}{16} + \frac{2}{32} + \frac{2}{64} \\ &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \end{aligned}$$

Bước 2: Tính $A \times n - A = A \times (n - 1)$

$$A \times 2 - A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \right)$$

$$A \times (2 - 1) - A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} - \frac{1}{64}$$

$$A = 1 - \frac{1}{64}$$

$$A = \frac{64}{64} - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

Ví dụ 2:

$$B = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486}$$

Bước 1: Tính $B \times n$ ($n = 3$)

$$\begin{aligned} B \times 3 &= 3 \times \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486} \right) \\ &= \frac{15}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} \end{aligned}$$

Bước 2: Tính $B \times n - B$

$$B \times 3 - B = \left(\frac{15}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} \right) - \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} + \frac{5}{486} \right)$$

$$B \times (3 - 1) = B \times 2 = \frac{15}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} + \frac{5}{18} + \frac{5}{54} + \frac{5}{162} - \frac{5}{2} - \frac{5}{6} - \frac{5}{18} - \frac{5}{54} - \frac{5}{162} - \frac{5}{486}$$

$$B \times 2 = \frac{15}{2} - \frac{5}{486}$$

$$B \times 2 = \frac{3645 - 5}{486} = \frac{3640}{486}$$

$$B = \frac{3640}{486} : 2 = \frac{1820}{486} = \frac{910}{243}$$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Tính nhanh

$$a - \frac{2}{3} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{24} + \frac{2}{48} + \frac{2}{96} + \frac{2}{192}$$

$$b - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256}$$

$$c - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$$

$$d - 1 + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{5}{16} + \frac{5}{32} + \frac{5}{64}$$

$$đ - \frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \frac{3}{128} + \frac{3}{512}$$

$$e - 3 + \frac{3}{5} + \frac{3}{25} + \frac{3}{125} + \frac{3}{625}$$

$$f - \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \dots + \frac{1}{1280}$$

$$g - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{59049}$$

Dạng 3: Tính tổng của nhiều phân số có tử số là n ($n > 0$); mẫu số là tích của hai thừa số có hiệu bằng n và thừa số thứ 2 của mẫu phân số liền trước là thừa số thứ nhất của mẫu phân số liền sau:

Ví dụ 1:
$$A = \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6}$$

$$A = \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \frac{6-5}{5 \times 6}$$

$$= \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} + \frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} + \frac{5}{4 \times 5} - \frac{4}{4 \times 5} + \frac{6}{5 \times 6} - \frac{5}{5 \times 6}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Ví dụ 2:

$$B = \frac{3}{2x5} + \frac{3}{5x8} + \frac{3}{8x11} + \frac{3}{11x14}$$

$$B = \frac{5-2}{2x5} + \frac{8-5}{5x8} + \frac{11-8}{8x11} + \frac{14-11}{11x14}$$

$$B = \frac{5}{2x5} - \frac{2}{2x5} + \frac{8}{5x8} - \frac{5}{5x8} + \frac{11}{8x11} - \frac{8}{8x11} + \frac{14}{11x14} - \frac{11}{11x14}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{14} = \frac{7}{14} - \frac{1}{14} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Tính nhanh

a - $\frac{4}{3x7} - \frac{4}{7x11} + \frac{4}{11x15} - \frac{4}{15x19} + \frac{4}{19x23} - \frac{4}{23x27}$

b - $\frac{2}{3x5} + \frac{2}{5x7} + \frac{2}{7x9} - \frac{2}{9x11} + \frac{2}{11x13} + \frac{2}{13x15} + \frac{2}{1x2} + \frac{2}{2x3} + \frac{2}{3x4} + \dots + \frac{2}{8x9} + \frac{2}{9x10}$

c - $\frac{4}{3x6} + \frac{4}{6x9} + \frac{4}{9x12} + \frac{4}{12x15}$

$$d - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{110}$$

$$e - \frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154} + \frac{1}{238} + \frac{1}{340}$$

Bài 2: Cho tổng

$$S = \frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \dots = \frac{664}{1995}$$

a, Tìm số hạng cuối cùng của S ?

b, Tổng S có bao nhiêu số hạng ?

Bài 3: Tính nhanh

a, $\frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \frac{41}{42} + \frac{55}{56} + \frac{71}{72} + \frac{89}{90}$

b, Tính tổng của 10 phân số trong phép cộng sau:

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \frac{41}{42} + \frac{55}{56} + \frac{71}{72} + \frac{89}{90} + \frac{109}{110}$$

Bài 4: Tính nhanh:

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+50}$$

Bài 5: So sánh S với 2, biết rằng. (Dạng so sánh)

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{45}$$

Bài 6: Chứng minh rằng: $\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{13} + \frac{1}{21} + \frac{1}{31} + \frac{4}{43} + \frac{1}{57} + \frac{1}{73} + \frac{1}{91} < 1$

Bài 7: điền dấu $<$, $>$ hoặc $=$ vào ô trống

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{10000} \quad \square \quad 1$$

Dạng 4: Tính tổng của nhiều phân số có tử số là n , có mẫu số là tích của 3 thừa số trong đó thừa số thứ 3 hơn thừa số thứ nhất n đơn vị và hai thừa số cuối của mẫu phân số liền trước là 2 thừa số đầu của mẫu phân số liền sau:

Ví dụ: Tính

$$\begin{aligned} A &= \frac{4}{1 \times 3 \times 5} + \frac{4}{3 \times 5 \times 7} + \frac{4}{5 \times 7 \times 9} + \frac{4}{7 \times 9 \times 11} + \frac{4}{9 \times 11 \times 13} \\ &= \frac{5-1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{7-3}{3 \times 5 \times 7} + \frac{9-5}{5 \times 7 \times 9} + \frac{11-7}{7 \times 9 \times 11} + \frac{13-9}{9 \times 11 \times 13} \\ &= \\ &= \frac{5}{1 \times 3 \times 5} - \frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{7}{3 \times 5 \times 7} - \frac{3}{3 \times 5 \times 7} + \frac{9}{5 \times 7 \times 9} - \frac{5}{5 \times 7 \times 9} + \frac{11}{7 \times 9 \times 11} - \frac{7}{7 \times 9 \times 11} + \frac{13}{9 \times 11 \times 13} - \frac{9}{9 \times 11 \times 13} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} - \frac{1}{3 \times 7} + \frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} + \frac{1}{7 \times 9} - \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{11 \times 13} \\ &= \frac{11 \times 13 - 3}{3 \times 11 \times 13} = \frac{143 - 3}{429} = \frac{140}{429} \end{aligned}$$

Dạng 5: Tính tích của nhiều phân số trong đó tử số của phân số này có quan hệ về tỉ số với mẫu số của phân số kia.

$$\begin{aligned}\text{Vi dụ: } & \frac{2011}{2010} \times \frac{2012}{2011} \times \frac{2013}{2012} \times \frac{2014}{2013} \times \frac{1005}{1007} \\ &= \left(\frac{2011}{2010} \times \frac{2012}{2011} \right) \times \left(\frac{2013}{2012} \times \frac{2014}{2013} \right) \times \frac{1005}{1007} \\ &= \left(\frac{2012}{2010} \times \frac{2014}{2012} \right) \times \frac{1005}{1007} \\ &= \frac{2014}{2010} \times \frac{1005}{1007} \\ &= \frac{1007}{1005} \times \frac{1005}{1007} = 1\end{aligned}$$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Tính nhanh

a, $\frac{328}{435} \times \frac{468}{432} \times \frac{435}{164} \times \frac{432}{984} \times \frac{164}{468}$

b, $\frac{2010}{2011} \times \frac{2012}{2013} \times \frac{2011}{2012} \times \frac{2013}{2014} \times \frac{2016}{2010}$

Bài 2: Tính nhanh

a, $\frac{1313}{2121} \times \frac{165165}{143143} \times \frac{424242}{151515}$

b, $\frac{2011}{2012} \times \frac{20122012}{20092009} \times \frac{200920092009}{201120112011}$

Bài 3: Tính nhanh

a, $\left(1 - \frac{1}{2}\right)x\left(1 - \frac{1}{3}\right)x\left(1 - \frac{1}{4}\right)x\left(1 - \frac{1}{5}\right)$

b, $\left(1 - \frac{3}{4}\right)x\left(1 - \frac{3}{7}\right)x\left(1 - \frac{3}{10}\right)x\left(1 - \frac{3}{13}\right)x\left(1 - \frac{3}{97}\right)x\left(1 - \frac{3}{100}\right)$

c, $\left(1 - \frac{2}{5}\right)x\left(1 - \frac{2}{7}\right)x\left(1 - \frac{2}{9}\right)x\left(1 - \frac{2}{11}\right)x \dots x\left(1 - \frac{2}{97}\right)x\left(1 - \frac{2}{99}\right)$

Bài 4: Cho

$$M = \frac{1}{3}x\frac{5}{7}x\frac{9}{11}x\frac{13}{15}x \dots x\frac{37}{39}$$

$$N = \frac{7}{5}x\frac{11}{9}x\frac{15}{13}x \dots x\frac{39}{37}$$

Hãy tính $M \times N$?

Bài 5: Tính tích của 10 hỗn số đầu tiên trong dãy các hỗn số sau:

$$1\frac{1}{3}x1\frac{1}{8}x1\frac{1}{15}x1\frac{1}{24}x1\frac{1}{35}x \dots$$

Dạng 6: Vận dụng tính chất của 4 phép tính để tích, ghép ở tử số hoặc ở mẫu số nhằm tạo ra thừa số giống nhau ở cả mẫu số và tử số rồi thực hiện rút gọn biểu thức.

Ví dụ 1:
$$\frac{2013x2009 - 2013x1009}{2014x999 + 1014}$$
$$= \frac{2013x(2009 - 1009)}{(2013 + 1)x999 + 1014} = \frac{2013x1000}{2013x999 + (999 + 1014)}$$

$$= \frac{2013 \times 1000}{2013 \times 999 + 2013} = \frac{2013 \times 1000}{2013 \times 1000}$$

$$= 1 \text{ (Vì tử số bằng mẫu số)}$$

Ví dụ 2: $\frac{2013 \times 2012 - 1013}{1000 + 2013 \times 2011}$

$$= \frac{2013 \times (2011 + 1) - 1013}{1000 + 2013 \times 2011}$$

$$= \frac{2013 \times 2011 + (2013 - 1013)}{1000 + 2013 \times 2011}$$

$$= \frac{2013 \times 2011 + 1000}{1000 + 2013 \times 2011} = 1 \text{ (Vì tử số bằng mẫu số)}$$

Ví dụ 3:

$$\frac{37}{53} \times \frac{23}{48} \times \frac{535353}{373737} \times \frac{242424}{232323}$$

$$= \frac{37}{53} \times \frac{23}{48} \times \frac{53 \times 10101}{37 \times 10101} \times \frac{24 \times 10101}{23 \times 10101}$$

$$= \frac{37}{53} \times \frac{23}{48} \times \frac{53}{37} \times \frac{24}{23}$$

$$= \left(\frac{37}{53} \times \frac{53}{37} \right) \times \left(\frac{23}{48} \times \frac{24}{23} \right)$$

$$= 1 \times \frac{24}{48} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

Dạng 7. Dạng thừa hoặc thiếu

a) Tính nhanh: $\frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143}$ b) Tính nhanh:

$$\frac{3}{3 \times 7} + \frac{3}{7 \times 11} + \frac{3}{11 \times 15} + \dots + \frac{3}{23 \times 27}$$

c) Tính nhanh: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{64}$ d) $A = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{729}$

e) $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{9607} + \frac{1}{9999}$

BÀI TẬP ÔN TẬP

I. Tính nhanh **Dạng I: Dãy số có quy luật:**

a) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{96}$ b) $2 + 4 + 8 + \dots + 64$ c)

$\frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \dots + \frac{4}{23 \times 27}$ d) $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{9 \times 10 \times 11}$

2. Dạng I cao nâng cao:

a) Tính nhanh: $\frac{5}{6} + \frac{5}{66} + \frac{5}{176} + \frac{5}{336}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{64} + \dots +$ (kéo dài mãi)

c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{243} + \dots +$ (kéo dài mãi)

3.* Dạng I (bs) khi số hạng sau bằng tổng tất cả các số trước cộng thêm số hạng đầu:

$$A = 5 + 10 + 20 + 40 + \dots + 640 + 1280$$

$$B = 2 + 4 + 8 + 16 + 32$$

4. Dạng II. Tính nhanh (Quy về cùng tử hoặc mẫu hoặc có thể rút gọn).

a) $\frac{1}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{4} \times \frac{8}{3} \times \frac{9}{2}$ a) $\frac{1}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{4} \times \frac{8}{3} \times \frac{9}{2} \times 10$

b) $\frac{1}{10} + \frac{20}{100} + \frac{300}{1000} + \frac{4000}{10000}$ b) $\frac{1}{10} + \frac{20}{100} + \frac{300}{1000} + \frac{4000}{10000} + \frac{80000}{100000}$

c) $\frac{5}{7} + \frac{7}{13} + \frac{19}{13} + \frac{6}{5} + \frac{9}{7} + \frac{9}{5}$

5.* Tích có dạng hỗn số hoặc dạng hiệu hoặc tổng:

a) $(1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{9})$ (đưa về PS) b) $(1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{9})$

c) $(1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{9})$

6. Dạng III. Tính nhanh khi có một số nhân với một tổng hoặc một hiệu hoặc một thương.

a) $81,6 \times 27,3 - 17,3 \times 81,6$ b) $\frac{1}{3} \times 2 + \frac{1}{3} + 7 \times \frac{1}{3}$

c) $372,463 \times 998 + 744,926$ d) $A = 2,45 \times 46 + 8 \times 0,75 + 54 \times 2,45 + 8 \times 0,5$

e) $241,324 \times 999 + 241,324$ h) $\frac{7}{8} \times 5 + \frac{7}{8} \times 5 - \frac{7}{8} \times 2$

7. Dạng III. Kết quả có thể bằng 0 hoặc bằng 1

a) Tính nhanh: $(2010 \times 2011 + 2012 \times 2013) \times (1 + \frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3})$

b) $\frac{2009 \times 2009 \times 20082008 - 2008 \times 2008 \times 20092009}{2008 \times 20072007}$ c) $\frac{11 \times 11 \times 1010 - 10 \times 10 \times 1111}{10 \times 2020}$

d) $\frac{2011 \times 2011 \times 20102010 - 2010 \times 2010 \times 20112011}{2010 \times 20092009}$ e)

$$\frac{2046 - (47 \times 48 - 47 \times 47 - 24 - 24 - 23)}{2 + 4 + 8 + \dots + 512 + 1024}$$

g) $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} : \frac{2}{3} + 1934$

h) $\frac{1}{5} : \frac{1}{3} \times \frac{1:5}{1:3} + 1996$

9. a) Tính nhanh: $5 \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{17}\right) - \left(\frac{2}{5} + \frac{2}{17} + \frac{6}{10} + \frac{9}{51}\right)$ (lưu ý nhân chia trước cộng trừ sau, bỏ ngoặc phải đổi dấu).

b) $(30 : 7\frac{1}{2} + 0,5 \times 3 - 1,5) \times \left(4\frac{1}{2} - \frac{9}{2}\right) : (14,5 \times 100)$

c) $\frac{1+3+6+10+\dots+45+55}{1 \times 10 + 2 \times 9 + 3 \times 8 + \dots + 8 \times 3 + 9 \times 2 + 10 \times 1}$

Cách giải: Tách tử: $1+3+6+10+\dots+55 = 1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)+\dots+(1+2+3+4+\dots+10)$.

Nhận xét: Số 1 xuất hiện 10 lần, số 2 xuất hiện 9 lần,, số 10 xuất hiện 1 lần)

d) $(2010 \times 2011 + 2012 \times 2013) \times \left(1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} \times \frac{3}{4}\right)$

Phần II. Những bài toán tìm x

Muốn tìm x thường ta phải đưa về các dạng tìm các thành phần chưa biết của phép tính

1. Tìm x phải quy đồng: (lưu ý nguyên tắc quy đồng hoặc rút gọn như đại trà)

a) $\frac{2}{5} : \frac{3}{5} \times y + \frac{4}{7} = \frac{1}{3} + \frac{4}{7}$ b) $2 > \frac{y}{4} > \frac{1}{4}$ c) $\frac{x}{17} = \frac{60}{204}$ d) $\frac{x}{5} < \frac{3}{7}$ g)

$1 < \frac{11}{x} < 2$ h) $1 < \frac{11}{x} < 2$ i) $\frac{1}{a+b+c} = \frac{abc}{1000}$ k) $\frac{a+8}{b+10} = \frac{a}{b}$ a)

$\frac{12+x}{43-x} = \frac{2}{3}$ (tổng tỉ)

2.* Tìm x phải vận dụng kiến thức tổng hợp đã học

a) Tìm x, biết: $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{x \times (x+1)} = 1 \frac{93}{95}$

b) $3 \times y \times (\frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{20} \times \frac{1}{30}) = \frac{3}{4}$

c) $\frac{100 - x + 0,5 \times 2}{2} - 0,5 = 0$

d) Tìm x, biết: $\frac{3}{5 \times 8} + \frac{3}{8 \times 11} + \frac{3}{11 \times 14} + \dots + \frac{3}{x \times (x+1)} = \frac{303}{1540}$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1: Tính nhanh

a, $\frac{2013 \times 2012 - 1}{2011 \times 2013 + 2012}$

d, $\frac{254 \times 399 - 145}{254 + 399 \times 253}$

b, $\frac{2013 \times 2012 - 1013}{2011 \times 2013 + 1000}$

đ, $\frac{5932 + 6001 \times 5931}{5932 \times 6001 - 69}$

Bài 2: Tính nhanh

a, $\frac{1988 \times 1996 + 1997 + 1995}{1997 \times 1996 - 1995 \times 1996}$

e, $\frac{1994 \times 1993 - 1992 \times 1993}{1992 \times 1993 + 1994 \times 7 + 1986}$

b, $\frac{399 \times 45 + 55 \times 399}{1995 \times 1996 - 1991 \times 1995}$

g, $\frac{2012 \times (0,4 - 3 : 7,5)}{2012 \times 2013}$

$$c, \frac{1978 \times 1979 + 1980 \times 21 + 1958}{1980 \times 1979 - 1978 \times 1979}$$

$$h, \frac{2,34 \times 12300 - 24,3 \times 1230}{45 \times 20,1 + 55 \times 28,9 + 4,5 + 33 - 55 \times 5,37}$$

$$d, \frac{1996 \times 1997 + 1998 \times 3 + 1994}{1997 \times 1999 - 1997 \times 1997}$$

$$đ, \frac{2003 \times 14 + 1988 + 2001 \times 2002}{2002 + 2002 \times 503 + 504 \times 2002}$$

Bài 3: Tính nhanh

$$a, \frac{546,82 - 432,65 + 453,18 - 352,35}{215 \times 48 - 215 \times 46 - 155 - 60}$$

$$b, \frac{2010 \times 2012 - 1}{2011 \times 2010 + 2009}$$

$$c, \frac{2004 \times 37 + 2004 \times 2 + 2004 \times 59 + 2004}{334 \times 321 - 201 \times 334 - 334 \times 102 - 8 \times 334}$$

$$d, \frac{16,2 \times 3,7 + 5,7 \times 16,2 + 7,8 \times 4,8 + 4,6 \times 7,8}{11,2 + 12,3 + 13,4 - 12,6 - 11,5 - 10,4}$$

Bài 4: Tính nhanh

$$a, \frac{1011}{2012} \times \frac{20122012}{20132013} \times \frac{201320132013}{201120112011}$$

$$b, \frac{1313}{2121} \times \frac{165165}{143143} \times \frac{424242}{151515}$$

$$c, \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{24} + \frac{1}{124}}{\frac{3}{4} + \frac{3}{24} + \frac{3}{124}} + \frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{17} + \frac{2}{127}}{\frac{3}{7} + \frac{3}{17} + \frac{3}{127}}$$

$$d, \frac{141 + 1515 + 1616 + 1717 + 1818 + 1919}{2020 + 2121 + 2222 + 2323 + 2424 + 2525}$$

Bài 5: Tính nhanh

$$a, \frac{0,8 \times 0,4 \times 1,25 \times 25 + 0,725 + 0,275}{1,25 \times 4 \times 8 \times 25}$$

$$b, \frac{9,6 : 0,2 \times 15,4 \times 2 \times 15,4 : 0,25}{30,8 : 0,5 \times 7,7 : 0,125 \times 5 \times 6}$$

$$c, \frac{25 \times 4 - 0,5 \times 40 \times 5 \times 0,2 \times 20 \times 0,25}{1 + 2 + 8 + \dots + 129 + 256}$$

$$d, \frac{0,5 \times 40 - 0,5 \times 20 \times 8 \times 0,1 \times 0,25 \times 10}{128 : 8 \times 16 \times (4 + 52 : 4)}$$

$$đ, \frac{0,1997 + 2,5 \times 12,5 \times 0,4 \times 0,08 + 0,8003}{1,25 \times 2,5 \times 8 \times 4}$$

$$e, \frac{(10,6524 + 0,3476) \times 125 \times 0,4 + 8}{4 \times 0,1 \times 8 \times 0,25 \times 125}$$

Bài 6: Tính nhanh

a, $\frac{12,48 : 0,5 \times 6,25 \times 4 \times 2}{2 \times 3,12 \times 1,25 : 0,25 \times 10}$ b, $\frac{19,8 : 0,2 \times 44,44 \times 2 \times 13,2 : 0,25}{3,3 \times 88,88 : 0,5 \times 6,6 : 0,125 \times 5}$

Bài 7: Tính nhanh

$$\frac{989898}{454545} - \frac{31313131}{15151515}; \quad 10101 \times \left(\frac{5}{10101} - \frac{5}{20202} + \frac{5}{30303} + \frac{5}{40404} \right)$$

*** Một số bài toán tính nhanh phân số không thuộc 7 dạng trên.**

Bài 1: a - $\frac{1+3+6+10+\dots+45+55}{1 \times 10 + 2 \times 9 + 3 \times 8 + \dots + 8 \times 3 + 9 \times 2 + 10 \times 1}$

 b - $\frac{1 \times 20 + 2 \times 19 + 3 \times 18 + 4 \times 17 + \dots + 18 \times 3 + 19 \times 2 + 20 \times 1}{20 \times (1+2+3+\dots+20) - (1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 19 \times 20)}$

Bài 2: Tính nhanh $\frac{1}{1000} + \frac{13}{1000} + \frac{25}{1000} + \frac{37}{1000} + \frac{49}{1000} + \dots + \frac{87}{1000} + \frac{99}{1000}$ (K/c)

Bài 3: Tính nhanh tổng hợp

a, $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} \times \frac{5}{7} : \frac{2}{3} + 1934$ b, $\frac{1}{5} : \frac{1}{3} \times \frac{1:5}{1:3} + 1934$

c, $(30 : 7\frac{1}{2} + 0,5 \times 3 - 1,5) \times (4\frac{1}{2} - \frac{9}{2}) : (14,5 \times 100)$ d, $\frac{7}{8} \times 5 + \frac{7}{8} \times 5 - \frac{7}{8} \times 2$

c, $(2012 \times 2013 + 2013 \times 2011) \times (1 + \frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3})$

c) Tính A : B, biết

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10} \quad ; \quad B = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$$

1.

c) $(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{9}) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{10}) = \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{10}$

Cách giải: Cộng cả số bị trừ và số trừ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{10}$ thì hiệu không đổi.

Bài 4: Tính theo cách thuận tiện nhất.

a, $126 \times 6 + 3 \times 42 + 3 \times 126$

b, $11 - 22 + 33 - 44 + 55 - 66 + 77 - 88 + 99 - 100 + 111$

Bài 5: Tính nhanh.

$$5 + 10 + 15 + \dots + 50 + 55 + 60$$

Bài 6: a, Thực hiện phép tính bằng cách nhanh nhất: $\frac{2006 \times 2004 - 9}{1995 + 2004 \times 2005}$

Bài 7: a) Thực hiện phép tính bằng cách nhanh nhất: $2004 \times 727 + 2005 \times 273$

b) Tính nhanh: $2 + 5 + 8 + 11 + 1$; c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \dots + \frac{1}{9607} + \frac{1}{9999}$

b) Tính nhanh: $(1 - \frac{1}{2}) \times (1 - \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{2011}) \times (1 - \frac{1}{2012})$

Bài 8. Tính nhanh

a) $\frac{1}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{4} \times \frac{8}{3} \times \frac{9}{2}$

b) $\frac{1}{10} + \frac{20}{100} + \frac{300}{1000} + \frac{4000}{10000}$ c) Tính nhanh: $\frac{2}{3} + \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63}$

Bài 9 a) Tính nhanh: $\frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21} + \frac{4}{21} + \frac{5}{21} + \dots + \frac{17}{21} + \frac{18}{21} + \frac{19}{21} + \frac{20}{21}$

b) Tính nhanh: $\frac{1}{3} + 3\frac{2}{3} + 7 + 10\frac{1}{3} + 3\frac{2}{13}$

c) Tính nhanh: $2 + 5 + 8 + 11 + 14$

d) Tính nhanh: $1 + 2 + 3 + \dots + n = 13 \times n$, biết $n = \overline{ab}$ và \overline{ab} là số tự nhiên.

Bài 10a) Tính nhanh: $\frac{1}{10} + \frac{20}{100} + \frac{300}{1000} + \frac{4000}{10000}$ b) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{64}$

c) $(2010 \times 2011 + 2012 \times 2013) \times (1 + \frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} - 1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3})$ d) $4\frac{1}{5} \times \frac{10}{11} + 5\frac{2}{11}$

Bài 11a) Tính bằng cách thuận tiện nhất: $241,324 \times 999 + 241,324$

b) $6: \frac{3}{5} - 1\frac{1}{6} \times \frac{6}{7}$ c) $5 \times (\frac{1}{5} + \frac{1}{17}) - (\frac{2}{5} + \frac{2}{17} + \frac{6}{10} + \frac{9}{51})$

d) Tính giá trị biểu thức bằng cách thuận tiện nhất.

$26 \times 201,4 + 201,4 \times 73 + 201,4$

Bài 12 a) Tính nhanh: $\frac{4}{3 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{4}{11 \times 15} + \dots + \frac{4}{23 \times 27}$

b) Tính nhanh: $5 + \frac{4}{1} + \frac{3}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ c, $\frac{2010 \times 2012 - 1}{2011 \times 2010 + 2009}$

Bài 13 a) Tính nhanh: $\frac{5}{7} + \frac{7}{13} + \frac{19}{13} + \frac{6}{5} + \frac{9}{7} + \frac{9}{5}$

b) Tính bằng cách thuận tiện nhất: $\frac{75}{100} + \frac{18}{21} + \frac{19}{32} + \frac{1}{4} + \frac{3}{21} + \frac{13}{32}$ (nhẩm)

c) Tính nhanh: $\frac{0,2 \times 317 \times 7 + 0,14 \times 3520 + 33,1 \times 14}{2 + 5 + 8 + \dots + 62 + 65 - 387}$

Bài 14 a) Tính nhanh: $\frac{1}{3} + \frac{13}{15} + \frac{33}{35} + \frac{61}{63}$ b) $\frac{1 \times 3 \times 5 + 4 \times 12 \times 20}{3 \times 5 \times 7 + 12 \times 20 \times 28}$

c) Tính nhanh: $\frac{1}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{4} \times \frac{8}{3} \times \frac{9}{2}$ d) $\frac{3737}{4747} + \frac{57}{47}$

Bài 15 a) Tính bằng cách hợp lí nhất: $201,4 \times 8 + 6 \times 201,4 - 201,4 \times 4$

b) Tính nhanh: $\frac{5}{6} + \frac{5}{66} + \frac{5}{176} + \frac{5}{336}$ c) $(1 - \frac{1}{2}) \times ((1 + \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times (1 + \frac{1}{5}) \times (1 - \frac{1}{6}))$

Bài 16: Tính nhanh.

a, $2014 \times 0,75 + 2014 \times 0,25$

b, $(20,1 \times 20,2 + 28,3 \times 12,4) \times (11 \times 9 - 900 \times 0,1 - 9)$

c) Tính nhanh: $\frac{19,8 : 0,2 \times 44,44 \times 2 \times 13,2 : 0,25}{3,3 \times 88,88 : 0,5 \times 6,6 : 0,125 \times 5}$

MỘT SỐ DẠNG TOÁN TÍNH NHANH KHÁC

I. CÁC BÀI TOÁN VỀ DÃY CÁCH ĐỀU.

A. Công thức tính.

Tổng = (Số đầu + số cuối) x số số hạng : 2

Số khoảng cách = (Số lớn nhất - số bé nhất) : giá trị 1 khoảng cách

Số số hạng = Số k/cách + 1 = (Số lớn nhất - số bé nhất) : giá trị 1 k/ cách + 1

Số lớn nhất = giá trị 1 khoảng cách x số k/cách + số bé nhất

Số bé nhất = Số lớn nhất - giá trị 1 khoảng cách x số k/cách

Giá trị 1 khoảng cách = hiệu 2 số liền nhau

B. Bài tập vận dụng.

Tính nhanh các tổng sau.

Bài 1: $1 + 3 + 5 + 7 + \dots$ (dãy có 50 số hạng)

Giải

Dãy trên là dãy cách đều, hai số liền nhau hơn kém nhau 2 đơn vị: $3-1=2$; $5-3=2$...

Dãy có 50 số hạng nên số đầu cách số cuối 49 khoảng cách 2 đơn vị hay hiệu của chúng bằng : $49 \times 2 = 98$