SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2018

MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. *(1,5 điểm)*

a) Trục căn thức ở mẫu thức của biểu thức $A = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$.

b) Cho $a \geq 0, a \neq 4$. Chứng minh $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2} + \dfrac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4} = 1.$

Bài 2. *(2,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24. \end{cases}$

b) Giải phương trình: $4x + \dfrac{3}{x-1} = 11.$

Bài 3. *(1,5 điểm)* Vẽ đồ thị của các hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^2$ và $y = x-4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi *A* và *B* là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác *OAB*, với *O* là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét).

Bài 4. *(1,0 điểm)* Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0,$ với *m* là tham số. Tìm tất cả các giá trị của *m* để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_{1,}x_2$ thỏa mãn hệ thức:

$$2(x_1-1)^2 + (6-x_2)(x_1x_2+11) = 72.$$

Bài 5. *(1,0 điểm)* Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

Bài 6. *(3,0 điểm)* Cho tam giác nhọn *ABC* nội tiếp trong đường tròn tâm *O* có *AB* < *AC*. Trên cung nhỏ *AC* lấy điểm *M* khác *A* thỏa mãn *MA* < *MC*. Vẽ đường kính *MN* của đường tròn (*O*) và gọi *H*, *K* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *A* trên *MB*, *MN*. Chứng minh rằng :

a) Bốn điểm *A*, *H*, *K*, *M* cùng nằm trên một đường tròn.

b) *AH.AK* = *HB.MK*.

c) Khi điểm *M* di động trên cung nhỏ *AC* thì đường thẳng *HK* luôn đi qua một điểm cố định.

-----------**HẾT**----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT VÀ ĐÁP SỐ

Bài 1. *(1,5 điểm)*

a) Trục căn thức ở mẫu thức của biểu thức A = $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

b) Cho $a \ge 0, a \ne 4$. Chứng minh $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}+\frac{2(\sqrt{a}-2)}{a-4}=1.$

Lời giải

a) Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $A=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

$$A=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{\left(2-\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}=\frac{2+\sqrt{3}}{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=2+\sqrt{3}.$$

b) Cho $a \ge 0$, $a \ne 4$. **Chứng minh** $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}+\frac{2\left(\sqrt{a}-2\right)}{a-4}=1$.

Với: $a \ge 0$, $a \ne 4$.

$$\text{VT}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}+\frac{2\left(\sqrt{a}-2\right)}{a-4}$$

$$=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}+\frac{2\left(\sqrt{a}-2\right)}{\left(\sqrt{a}-2\right)\left(\sqrt{a}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+2}+\frac{2}{\sqrt{a}+2}$$

$=1=$ VP.

Vậy đẳng thức đã được chứng minh.

Bài 2. *(2,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24. \end{cases}$

b) Giải phương trình: $4x+\frac{3}{x-1}=11.$

Lời giải

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+2y=14 \\ 2x+3y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 2x+3y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 2\left(14-2y\right)+3y=24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ 28-y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14-2y \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(6;4)$.

b) Giải phương trình $4x+\dfrac{3}{x-1}=11$ **(1)**

Điều kiện: $x\neq 1$.

$4x+\dfrac{3}{x-1}=11$

$\Leftrightarrow \dfrac{4x(x-1)}{x-1}+\dfrac{3}{x-1}=\dfrac{11(x-1)}{x-1}$

$\Leftrightarrow 4x^2-4x+3=11x-11$

$\Leftrightarrow 4x^2-15x+14=0 \qquad (2)$

Ta có: $\Delta=(-15)^2-4.4.14=1>0$.

Vậy phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt là: $\left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{15-1}{8}=\dfrac{7}{4}(tm) \\ x_2=\dfrac{15+1}{8}=2(tm) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là: $S=\left\{2;\dfrac{7}{4}\right\}$.

Bài 3. *(1,5 điểm)* Vẽ đồ thị của các hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ và $y=x-4$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Gọi *A* và *B* là các giao điểm của đồ thị hai hàm số trên. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác *OAB*, với *O* là gốc tọa độ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là centimét).

Lời giải

+) Vẽ đồ thị hàm số: $y=-\dfrac{1}{2}x^2$.

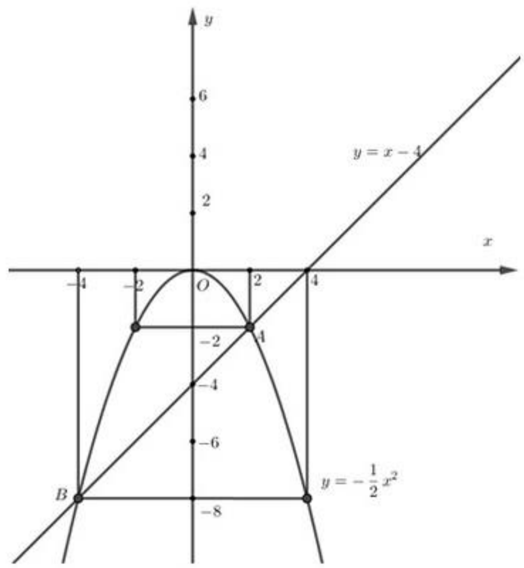
x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8

Khi đó đồ thị hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ có hình dạng là 1 Parabol và đi qua các điểm $(-4;-8)$; $(-2;-2)$; $(0;0)$; $(2;-2)$; $(4;-8)$.

+) Vẽ đồ thị hàm số: $y=x-4$.

x	0	4
y	-4	0

Khi đó đồ thị hàm số $y=x-4$ là một đường thẳng và đi qua các điểm $(0;-4)$; $(4;0)$.



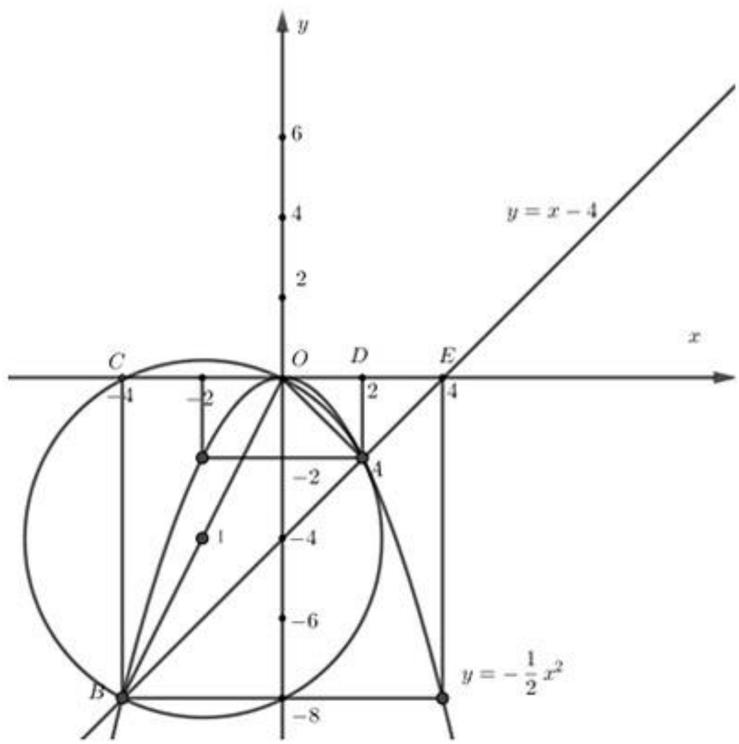
+) Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$ và $y=x-4$ là:

$-\frac{1}{2}x^2=x-4 \Leftrightarrow x^2+2x-8=0$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-4 \end{array}\right..$$

$x=2 \Rightarrow y=-2 \Rightarrow A(2;-2)$.

$x=-4 \Rightarrow y=-8 \Rightarrow B(-4;-8)$.



Xét tam giác OAE ta có: $OD = DE = \frac{1}{2}OE = 2$ cm; $AD = 2$ cm nên tam giác OAE vuông tại A.

Khi đó ta có: $OA \perp AB$ nên tam giác OAB vuông tại A.

Ta có tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là trung điểm của cạnh huyền OB và bán kính của đường tròn $= \frac{1}{2}OB$.

Ta có: Áp dụng định lí Pitago trong tam giác vuông OBC có:

$OB^2 = OC^2 + BC^2 = 4^2 + 8^2 = 80$

$\Rightarrow OB = 4\sqrt{5}$.

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là $\frac{1}{2}OB = 2\sqrt{5}$.

<u>Bài 4.</u> *(1,0 điểm)* Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_{1,}x_2$ thỏa mãn hệ thức:

$$2(x_1 - 1)^2 + (6 - x_2)(x_1x_2 + 11) = 72.$$

Lời giải

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $\Leftrightarrow \Delta' > 0$.

$\Leftrightarrow (m-1)^2 - 4m + 11 > 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m + 11 > 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 12 > 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 + 3 > 0$

$\Leftrightarrow (m-3)^2 + 3 > 0$.

Vì $(m-3)^2 \geq 0 \ \forall m \ \Rightarrow (m-3)^2 + 3 > 0 \ \forall m \ \Rightarrow \Delta' > 0 \ \forall m$.

Hay phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi – ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m-1) \\ x_1x_2 = 4m - 11 \end{cases}$.

Vì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 4m - 11 = 0$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2x_1^2 + 4(m-1)x_1 + 8m - 22 = 0 \\ x_2^2 + 2(m-1)x_2 + 4m - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1^2 = -4(m-1)x_1 - 8m + 22 \\ x_2^2 = -2(m-1)x_2 - 4m + 11 \end{cases}$$

$2(x_1 - 1)^2 + (6 - x_2)(x_1x_2 + 11) = 72$

$\Leftrightarrow 2x_1^2 - 4x_1 + 2 + 6x_1x_2 + 66 - x_1x_2^2 - 11x_2 = 72$

$$\Leftrightarrow -4(m-1)x_1 - 8m + 22 - 4x_1 + 6x_1x_2 - x_1(-2(m-1)x_2 - 4m + 11) - 11x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow -4mx_1 + 4x_1 - 8m + 22 - 4x_1 + 6x_1x_2 + 2(m-1)x_1x_2 + 4mx_1 - 11x_1 - 11x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (2m+4)x_1x_2 - 11(x_1 + x_2) = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow (2m+4)(4m-11) + 22(m-1) = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 22m + 16m - 44 + 22m - 22 = 8m - 18$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 + 8m - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 3m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m-2) + 3(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+3)(m-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -3 \\ m = 2 \end{array}\right.$$

Vậy $m = -3$ hoặc $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

<u>Bài 5.</u> *(1,0 điểm)* Cạnh huyền của một tam giác vuông bằng 17cm. Hai cạnh góc vuông có độ dài hơn kém nhau 7cm. Tính diện tích của tam giác vuông đó.

Lời giải

Gọi độ dài một cạnh góc vuông lớn hơn của tam giác vuông là x (cm), $(7 < x < 17)$.

Khi đó độ dài cạnh góc vuông còn lại của tam giác vuông đó là: $x - 7$ (cm).

Áp dụng định lí Pi – ta – go cho tam giác vuông này ta có phương trình:

$$x^2 + (x-7)^2 = 17^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x + 49 = 289$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 14x - 240 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x-15)(x+8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 15 = 0 \\ x + 8 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 15 & (tm) \\ x = -8 & (ktm) \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ độ dài cạnh còn lại của tam giác vuông là: $15 - 7 = 8$ cm.

Vậy diện tích của tam giác vuông đó là: $S = \frac{1}{2}.8.15 = 60 \text{ cm}^2$.

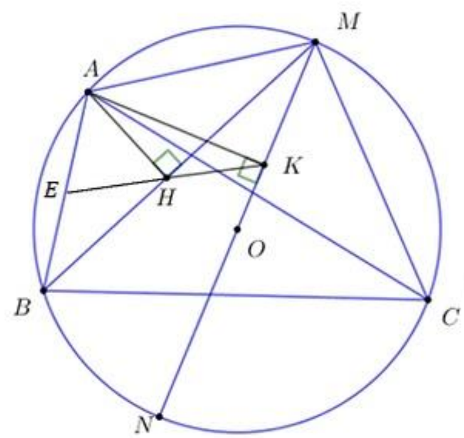
Bài 6. *(3,0 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O có $AB < AC$. Trên cung nhỏ AC lấy điểm M khác A thỏa mãn $MA < MC$. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O) và gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB, MN. Chứng minh rằng :

a) Bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn.

b) $AH.AK = HB.MK$.

c) Khi điểm M di động trên cung nhỏ AC thì đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải



a) Bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn.

Xét tứ giác $AHKM$ ta có: $AHM = AKM = 90^\circ$ (gt).

Mà hai góc này là góc kề cạnh HK và cùng nhìn đoạn AM.

$\Rightarrow AHKM$ là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).

Hay bốn điểm A, H, K, M cùng nằm trên một đường tròn (đpcm).

b) $AH.AK = HB.MK$ **.**

Ta có:

$$\begin{cases} AMK = \dfrac{1}{2} sd\,AN \\ ABH = \dfrac{1}{2} sd\,AM \end{cases} \Rightarrow AMK + ABH = \frac{1}{2}\left(sd\,AN + sd\,AM\right)$$

Mà $sd\,AN + sd\,AM = sd\,MAN = 180^\circ \Rightarrow AMK + ABH = 90^\circ$.

Mà $ABH + BAH = 90^\circ$ (tam giác ABH vuông tại H).

$\Rightarrow AMK = BAH$.

Xét tam giác AMK và tam giác BAH có:

$AKM = BHA = 90^\circ$

$AMK = BAH$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta AMK \backsim \Delta BAH$ (g.g).

$\Rightarrow \dfrac{AK}{HB} = \dfrac{MK}{AH} \Rightarrow AH.AK = HB.MK$

c) **Khi điểm M di động trên cung nhỏ AC thì đường thẳng HK luôn qua một điểm cố định.**
Kéo dài HK cắt AB tại E.

Ta có $MAK = MHK$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MK).

Lại có $MHK = EHB$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow MAK = EHB$

Do $\Delta AMK \backsim \Delta BAH$ (cmt) $\Rightarrow MAK = ABH = EBH$

$\Rightarrow EHB = EBH \Rightarrow \Delta EHB$ cân tại E.

$\Rightarrow EH = EB$ (1).

Ta có $EBH + EAH = 90^\circ$ (Tam giác ABH vuông tại H).

$EHB + EHA = AHB = 90^\circ$

$\Rightarrow EAH = EHA \Rightarrow \Delta EAH$ cân tại E

$\Rightarrow EA = EH$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EA = EB \Rightarrow E$ là trung điểm của AB. Do A, B cố định $\Rightarrow E$ cố định.

Vậy khi M di chuyển trên cung nhỏ AC thì HK luôn đi qua trung điểm của AB (đpcm).

--------HẾT--------