TÓM TẮT CÁC CÔNG THỨC CẦN NHỚ MÔN TOÁN

I/ ĐẠI SỐ:

1. ***Tam thức bậc hai***: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$

$(a \neq 0; \alpha, \beta \in R; \alpha < \beta; S = -\frac{b}{a}; \Delta = b^2 - 4ac)$

$a/\ f(x) \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$

$b/\ f(x) \leq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases}$

$c/\ x_1 < \alpha < x_2 \Leftrightarrow af(\alpha) < 0$

$d/\ \alpha < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha > 0 \end{cases}$

$e/\ x_1 < x_2 < \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha < 0 \end{cases}$

$f/ \left[\begin{array}{l} \alpha < x_1 < x_2 \\ x_1 < x_2 < \alpha \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \end{cases}$

$g/\ x_1 < \alpha < x_2 < \beta \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) < 0 \\ af(\beta) > 0 \end{cases}$

$h/\ x_1 < \alpha < \beta < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) < 0 \\ af(\beta) < 0 \end{cases}$

$i/\ \alpha < x_1 < \beta < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} af(\alpha) > 0 \\ af(\beta) < 0 \end{cases}$

$j/ \left[\begin{array}{l} x_1 < \alpha < x_2 < \beta \\ \alpha < x_1 < \beta < x_2 \end{array} \right. \Leftrightarrow f(\alpha).f(\beta) < 0$

$k/\ \alpha < x_1 < x_2 < \beta \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ af(\alpha) > 0 \\ af(\beta) > 0 \\ \frac{S}{2} - \alpha > 0 \\ \frac{S}{2} - \beta < 0 \end{cases}$

2. ***Bất đẳng thức***:

Các tính chất của bất đẳng thức:

$* \begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Leftrightarrow a > c$

$*a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$

$* \begin{cases} c > 0 \\ a > b \end{cases} \Leftrightarrow ac > bc$

$* \begin{cases} c < 0 \\ a > b \end{cases} \Leftrightarrow ac < bc$

$* \begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a + c > b + d$

$*a + c > b \Leftrightarrow a > b - c$

$* \begin{cases} a > b \geq 0 \\ c > d \geq 0 \end{cases} \Rightarrow ac > bd$

$* \begin{cases} a > b \geq 0 \\ n \in N^* \end{cases} \Rightarrow a^n > b^n$

$*a > b \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

$*a > b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$

Bất đẳng thức chức giá trị tuyệt đối:

$-|a| \le a \le |a| \forall a \in R$

$|x| \le a \Leftrightarrow -a \le x \le a \qquad (a > 0)$

$|x| > a \Leftrightarrow x < -a \cup x > a$

$|a| - |b| < |a+b| < |a| + |b| \qquad (a, b \in R)$

Bất đẳng thức Cauchy(cho các số không âm):

* $\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$ dấu "=" xảy ra khi a = b

* $\frac{a+b+c}{3} \ge \sqrt[3]{abc}$

dấu "=" xảy ra khi a= b= c

Bất đẳng thức Bunyakovsky (cho các số thực):

$*ab + cd \le \sqrt{(a^2+c^2)(b^2+d^2)}$

Dấu "=" xảy ra khi ad= bc

$*a_1b_1 + a_2b_2 + c_3b_3 \le \sqrt{\left(a_1^2+a_2^2+a_3^2\right)\left(b_1^2+b_2^2+b_3^2\right)}$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$

3. ***Cấp số cộng***:

a/Định nghĩa: Dãy số u_1, u_2.......,u_n,.......
Gọi là cấp số cộng có công sai là d nếu
$u_n = u_{n-1} + d$

b/Số hạng thứ n: $u_n = u_1 + (n-1)d$

c/Tổng của n số hạng đầu tiên:

$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-)d]$

4. ***Cấp số nhân:***

a/Định nghĩa: Dãy số u_1, u_2.......,u_n,.......
Gọi là cấp số nhân có công bội là q nếu
$u_n = u_{n-1}.q$

b/Số hạng thứ n: $u_n = u_1.q^{n-1}$

c/Tổng của n số hạng đầu tiên:

$S_n = u_1\frac{1-q^n}{1-q} \qquad (q \ne 1)$

Nếu $-1 < q < 1 \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} S_n = \frac{u_1}{1-q}$

5. Phương trình, bất phương trình chứa giá trị tuyệt đối:

$*|A| = |B| \Leftrightarrow A = \pm B$

$*|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \ge 0 \\ A = \pm B \end{cases}$

$*|A| < B \Leftrightarrow \begin{cases} A < B \\ A > -B \end{cases}$

$*|A| < |B| \Leftrightarrow A^2 < B^2$

$*|A| > B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A > B \\ A < -B \end{array}\right.$

6. Phương trình , bất phương trình chứa căn thức:

$*\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \ge 0 \\ A = B \end{cases} \qquad (B \ge 0)$

$*\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \ge 0 \\ A = B^2 \end{cases}$

$*\sqrt{A} < \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \ge 0 \\ A < B \end{cases}$

$*\sqrt{A} < B \Leftrightarrow \begin{cases} A \ge 0 \\ B > 0 \\ A < B^2 \end{cases}$

$*\sqrt{A} > B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} B < 0 \\ A \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} B \ge 0 \\ A > B^2 \end{cases} \end{array}\right.$

7. Phương trình, bất phương trình logarit:

$$*\log_a f(x)=\log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0<a\neq 1 \\ f(x)>0 \quad\quad (g(x)>0) \\ \text{f(x)=g(x)} \end{cases}$$

$$*\log_a f(x)>\log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0<a\neq 1 \\ f(x)>0 \\ g(x)>0 \\ (a-1)\left[f(x)-g(x)\right]>0 \end{cases}$$

8. Phương trình , bất phương trình mũ:

$$*a^{f(x)}=a^{g(x)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0<a\neq 1 \\ f(x)=g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} a=1 \\ /\exists f(x), g(x) \end{cases} \end{array}\right.$$

$$*a^{f(x)}>a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ (a-1)\left[f(x)-g(x)\right]>0 \end{cases}$$

9. Lũy thừa:

$*a^{\alpha}.a^{\beta}.a^{\gamma}=a^{\alpha+\beta+\gamma}$

$*\dfrac{a^{\alpha}}{a^{\beta}}=a^{\alpha-\beta}$

$*(a^{\alpha})^{\beta}=a^{\alpha\beta}$

$*\sqrt[\beta]{a^{\alpha}}=a^{\frac{\alpha}{\beta}}$

$*\dfrac{a^{\alpha}}{b^{\alpha}}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\alpha}$

$*a^{\alpha}b^{\alpha}=(a.b)^{\alpha}$

$*a^{-\alpha}=\dfrac{1}{a^{\alpha}}$

$*\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^k}}=\sqrt[n.m]{a^k}=a^{\frac{k}{n.m}}$

10. Logarit:0<N$_1$, N$_2$, N và $0<a,b\neq 1$ ta có:

$*\log_a N=M \Leftrightarrow N=a^M$

$*\log_a a^M=M$

$*a^{\log_a N}=N$

$*N_1^{\log_a N_2}=N_2^{\log_a N_1}$

$*\log_a(N_1N_2)=\log_a N_1+\log_a N_2$

$*\log_a\left(\dfrac{N_1}{N_2}\right)=\log_a N_1-\log_a N_2$

$*\log_a N^{\alpha}=\alpha\log_a N$

$*\log_{a^{\alpha}} N=\dfrac{1}{\alpha}\log_a N$

$*\log_a N=\dfrac{\log_b N}{\log_b a}$

$*\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$

II. LƯỢNG GIÁC:

A.CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

1. Hệ thức cơ bản:

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$tgx=\dfrac{\sin x}{\cos x}$

$\cot gx=\dfrac{\cos x}{\sin x}$

$tgx.\cot gx=1$

$1+tg^2x=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$1+\cot g^2x=\dfrac{1}{\sin^2 x}$

2. Cung liên kết:

Cung đối:

$\cos(-x)=\cos x$

$\sin(-x)=-\sin x$

$tg(-x)=-tgx$

$\cot g(-x)=-\cot gx$

Cung bù:

$\sin(\pi - x) = \sin x$

$\cos(\pi - x) = -\cos x$

$tg(\pi - x) = -tgx$

$\cot g(\pi - x) = -tgx$

Cung phụ:

$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$

$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$

$tg(\frac{\pi}{2} - x) = \cot gx$

$\cot g(\frac{\pi}{2} - x) = tgx$

Cung hơn kém π:

$\sin(\pi + x) = -\sin x$

$\cos(\pi + x) = -\cos x$

$tg(\pi + x) = tgx$

$\cot g(\pi + x) = \cot gx$

Cung hơn kém $\frac{\pi}{2}$

$\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$

$\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x$

$tg(\frac{\pi}{2} + x) = -\cot gx$

$\cot g(\frac{\pi}{2} + x) = -tgx$

3. Công thức cộng:

$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$

$cox(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$

$tg(x \pm y) = \frac{tgx \pm tgy}{1 \mp tgxtgy}$

4. Công thức nhân đôi:

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$= 1 - 2\sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$tg 2x = \frac{2tgx}{1 - tg^2 x}$

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

5. Công thức nhân ba:

$\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$

$tg 3x = \frac{3tgx - tg^3 x}{1 - 3tg^2 x}$

$\cos^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{4}$

$\sin^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{4}$

6. Công thức biểu diễn theo sinx, cosx theo $t = tg\frac{x}{2}$

$\sin x = \frac{2t}{1 + t^2}$

$\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$

$tgx = \frac{2t}{1 - t^2}$

7. Công thức biến đổi:

a/Tích thành tổng:

$\cos x.\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x - y) + \cos(x + y)\right]$

$\sin x \sin y = \frac{1}{2}\left[\cos(x - y) - \cos(x + y)\right]$

$\sin x \cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x - y) + \sin(x + y)\right]$

b/Tổng thành tích:

$$\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$
$$\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$
$$\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$
$$\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$
$$tgx+tgy=\frac{\sin(x+y)}{\cos x\cos y}$$
$$tgx-tgy=\frac{\sin(x-y)}{\cos x\cos y}$$
$$\cot gx+\cot gy=\frac{\sin(x+y)}{\sin x\sin y}$$
$$\cot gx-\cot gy=\frac{\sin(x-y)}{\sin x\sin y}$$

Đặc biệt:

$$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})$$
$$\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})=-\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})$$
$$1\pm\sin 2x=(\sin x\pm\cos x)^2$$

II.PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC:

1. **Phương trình cơ bản:**

$$a/\sin x=\sin u\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=u+k2\pi\\x=\pi-x+k2\pi\end{array}\right.\quad(\mathrm{k}\in\mathrm{Z})$$
$$\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$$
$$\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$$
$$\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi$$
$$b/\cos x=\cos u\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=u+k2\pi\\x=-u+k2\pi\end{array}\right.\quad(\mathrm{k}\in\mathrm{Z})$$
$$\cos x=1\Leftrightarrow x=+k2\pi$$
$$\cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$$
$$\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}k\pi$$
$$c/tgx=tgu\Leftrightarrow x=u+k\pi\qquad(k\in Z)$$
$$d/\cot gx=\cot gu\Leftrightarrow x=u+k\pi\qquad(k\in Z)$$

2. **Phương trình bậc n theo một hàm số lượng giác:**

Cách giải: Đặt t = sinx (hoặc cosx, tgx, cotgx) ta chuyển về phương trình:
$a_n t^n+a_{n-1}t^{n-1}+......+a_0=0$
Chú ý: nếu đặt t = sinx hoặc cosx thí chú ý điều kiện $-1\le t\le 1$

3. **Phương trình bậc nhất theo sinx và cosx:**

$a\sin x+b\cos x=c$
Điều kiện để có nghiệm: $a^2+b^2\ge c^2$
Cách giải: Chia hai vế cho $\sqrt{a^2+b^2}$ và sau đó đưa về phương trình lượng giác cơ bản

4. **Phương trình đẳng cấp bậc hai đối với sinx và cosx:**

$a\sin^2 x+b\sin x\cos x+c\cos^2 x+d=0$
Cách giải:
*Xét $\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ có là

nghiệmkhông?
*Xét $\cos x \neq 0$ chia 2 vế chia cho $\cos^2 x$
và đặt t= tgx Chú ý:

$$d\frac{1}{\cos^2 x} = d(1+tg^2 x)$$

5. Phương trình dạng:

$$a.(\sin x \pm \cos x) + b\sin x.\cos x + c = 0$$

Cách giải: Đặt

$$t = \sin x \pm \cos x = \sqrt{2}\sin(x \pm \frac{\pi}{4}) \Rightarrow -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin x.\cos x = \frac{t^2-1}{2} \qquad (\sin x.\cos x = \frac{1-t^2}{2})$$

và giải phương trình bậc hai theo t

III. Hệ thức lượng trong tam giác:

1. Định lý cosin:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

2. Định lý hàm số sin:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

3. Công thức tính độ dài đường trung tuyến:

$$m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$m_b^2 = \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$$

$$m_c^2 = \frac{a^2+b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

4. Công thức độ dài đường phân giác trong:

$$l_a = \frac{2bc\cos\frac{A}{2}}{b+c}$$

$$l_b = \frac{2ac\cos\frac{B}{2}}{a+c}$$

$$l_c = \frac{2ab\cos\frac{C}{2}}{a+b}$$

5. Công thức tính diện tích tam giác:

$$S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$$

$$S = \frac{1}{2}bc.\sin A = \frac{1}{2}ab.\sin C = \frac{1}{2}ac.\sin B$$

$$S = p.r = \frac{abc}{4R}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

III. ĐẠO HÀM VÀ TÍCH PHÂN:

1. Đạo hàm các hàm số thường gặp:

$1/(x^{\alpha})'=\alpha.x^{\alpha-1}$	$12/(u^{\alpha})'=\alpha.u^{\alpha-1}.u'$
$2/(\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$13/(\sqrt{u})'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$3/\left(\dfrac{1}{x}\right)'=-\dfrac{1}{x^2}$	$14/\left(\dfrac{1}{u}\right)'=-\dfrac{u'}{u^2}$
$4/(\sin x)'=\cos x$	$15/(\sin u)'=u'.\cos u$
$5/(\cos x)'=-\sin x$	$16/(\cos u)'=-u'.\sin u$
$6/(tgx)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$17/(tgu)'=\dfrac{u'}{\cos^2 u}$
$7/(\cot gx)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$18/(\cot gu)'=-\dfrac{u'}{\sin^2 u}$
$8/(e^x)'=e^x$	$19/(e^u)'=u'e^u$
$9/(a^x)'=a^x\ln a$	$20/(a^u)'=u'a^u\ln a$
$10/(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$	$21/(\ln u)'=\dfrac{u'}{u}$
$11/(\log_a x)'=\dfrac{1}{x.\ln a}$	$22/(\log_a u)'=\dfrac{u'}{u.\ln a}$

2. **Nguyên hàm các hàm số thường gặp:**

$\int dx = x + C$	$\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a}+C$
$\int x^{\alpha}dx=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C \quad (\alpha\neq 1)$	$\int \cos xdx=\sin x+C$
$\int \dfrac{dx}{x}=\ln\lvert x\rvert+C$	$\int \sin xdx=-\cos x+C$
$\int \dfrac{dx}{x^2}=-\dfrac{1}{x}+C$	$\int \dfrac{dx}{\cos^2 x}=tgx+C$
$\int e^x dx=e^x+C$	$\int \dfrac{dx}{\sin^2 x}=-\cot gx+C$

Chú ý: $\int f(ax+b)dx=\dfrac{1}{a}F(ax+b)+C$

3. **Diện tích hình phẳng- Thể tích vật thể tròn xoay:**

-Viết phương trình các đường giới hạn hình phẳng.

-Chọn công thức tính diện tích:

$$S=\int_b^a \lvert f(x)-g(x)\rvert dx$$

$$S=\int_b^a \lvert f(y)-g(y)\rvert dy$$

-Chọn công thức tính thể tích:

*Hình phẳng quay quanh trục Ox:

$$V=\pi\int_b^a \lvert f^2(x)-g^2(x)\rvert dx$$

*Hình phẳng quay quanh trục Oy:

$$V=\pi\int_b^a \lvert f^2(y)-g^2(y)\rvert dy$$

-Biến x thì cận là x= a; x=b là hoành độ các giao điểm.

Biến y thì cận là y= a; y=b là tung độ các giao điểm.

IV. HÌNH HỌC:

PHÉP DỜI HÌNH

- **Phép biến hình**: Phép biến hình (trong mặt phẳng) là một quy tắc để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, xác định được một điểm duy nhất M’ thuộc mặt phẳng ấy. Điểm M’ gọi là ảnh của điểm M qua phép biến hình đó.

PHÉP TỊNH TIẾN VÀ PHÉP DỜI HÌNH

- **Định nghĩa phép tịnh tiến**: Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ là một phép biến hình biến điểm M thành điểm M’ sao cho $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ thường được ký hiệu là T hoặc $T_{\vec{u}}$. Vectơ $\vec{u}$ được gọi là **vectơ tịnh tiến.**
- **Tính chất của phép tịnh tiến:**
  Định lý 1: Nếu phép tịnh tiến biến hai điểm M và N lần lượt thành hai điểm M’ và N’ thì M’N’ = MN
  Định lý 2: Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không

làm thay đổi thứ tự ba điểm đó

Hệ quả: Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính, biến góc thành góc bằng nó.

- **Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$.
  Biết tọa độ của $\vec{u}$ là (a,b). Giả sử điểm M(x;y) biến thành điểm M'(x'; y'). Khi đó ta có:
  $$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$
- **Phép dời hình:** Phép dời hình là phép phép biến hình không là thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
  Định lý: Phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó, biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính , biến góc thành góc bằng nó.

PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC

- **Định nghĩa phép đối xứng trục:** Phép đối xứng qua đường thẳng a là phép phép biến hình mỗi điểm M thành điểm M' đối xứng với M qua a
- **Định lý:** Phép đối xứng trục là một phép dời hình
- **Biểu thức tọa độ:**
  Biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục Ox biến điểm M(x; y) thành M'(x'; y') ta có:
  $$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$
  Biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua trục Oy biến điểm M(x; y) thành M'(x'; y') ta có:
  $$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$
- **Trục đối xứng của một hình:** Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình H nếu phép đối $Đ_d$ biến H thành chính nó, tức là $Đ_d$(H) = H

PHÉP QUAY VÀ PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

- **Định nghĩa phép quay:** Trong mặt phẳng cho điểm O cố định và góc lượng giác φ không đổi. Phép biến hình biến điểm O thành điểm O, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho OM = OM' và $(OM, OM') = \varphi$ được gọi là **phép quay tâm O góc quay φ.**
- **Định lý:** Phép quay là một phép dời hình
- **Phép đối xứng tâm:** Phép đối xứng qua điểm O là một phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' đối xứng với M qua O, có nghĩa là $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OM'} = \vec{0}$
- **Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho phép đối xứng tâm I(a;b). Giả sử điểm M(x;y) biến thành điểm M'(x'; y'). Khi đó ta có:
  $$\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$$
- **Tâm đối xứng của một hình:** Điểm O gọi là tâm đối xứng của một hình H nếu phép đối xứng tâm $Đ_o$ biến hình H thành chính nó, tức là $Đ_o$ (H) = H

HAI HÌNH BẰNG NHAU:

- **Định lý**:Nếu ABC và A'B'C' là hai tam giác bằng nhau thì có phép dời hình biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C'.
  Từ định lý trên ta có thể phát biểu: Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi có phép dời hình biến tam giác này thành tam giác kia.

HÌNH HỌC GIẢI TÍCH:

I/ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG:

1/ **Tọa độ của vectơ**: Các công thức cần nhớ

* $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A,y_B-y_A)$

*Điểm M chia đoạn AB theo tỉ số k: $\dfrac{\overrightarrow{MA}}{\overrightarrow{MB}}=k$

$(k\neq 1)$

Tọa độ điểm M được xác định bởi:

$$M\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A-kx_B}{1-k} \\ y_M=\dfrac{y_A-ky_B}{1-k} \end{cases}$$

*Điểm I là trung điểm của AB:

Tọa độ điểm I được xác định bởi:

$$I\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2} \end{cases}$$

*Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC:

Tọa độ điểm G được xác định bởi:

$$G\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases}$$

*Cho tam giác ABC có

$\overrightarrow{AB}=(a_1;a_2),\overrightarrow{AC}=(b_1;b_2)$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|a_1b_2-a_2b_1|$

2/ **Đường thẳng**:

a/**Phương trình đường thẳng Δ:**

-Phương trình tổng quát: $Ax+By+C=0$

Vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$; $A^2+B^2\neq 0$

-Phương trình tham số: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$ $t\in R$

Vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ và qua điểm M(x_0; y_0)

-Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}$

-Phương trình đoạn chắn: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

Δ qua A(a; 0) ; B(0; b)

b/ Góc tạo bởi hai đường thẳng:

$Ax+By+C=0$

$A'x+B'y+C'=0$

$$Cos\varphi=\frac{|A.A'+B.B'|}{\sqrt{A^2+B^2}.\sqrt{A'^2+B'^2}}$$

c/Khoảng cách từ một điểm $M(x_0;y_0)$ đến đường thẳng:

$$d_{M/\Delta}=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

d/Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng:

$$\frac{AX+By+C}{\sqrt{A^2+B^2}}=\pm\frac{A'x+B'y+C'}{\sqrt{A'^2+B'^2}}$$

e/Xác định phương trình đường phân giác trong và phân giác ngoài

Hai điểm M(x_1; y_1) và M'(x_2; y_2) nằm cùng phía so với $\Delta \Leftrightarrow t_1.t_2>0$

Hai điểm M(x_1; y_1) và M'(x_2; y_2) nằm khác phía so với $\Delta \Leftrightarrow t_1.t_2<0$

$$(t_1=\frac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}};t_2=\frac{A'x_2+B'y_2+C'}{\sqrt{A'^2+B'^2}})$$

3/Đường tròn:

Phương trình đường tròn:

-Dạng 1: Phương trình đường tròn có tâm I(a; b) và bán kính R

$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

-**Dạng 2**: Phương trình có dạng

$x^2+y^2-2ax-2by+c=0$

Với điều kiện $a^2+b^2-c>0$ là phương trình đường tròn (C) có tâm I(a; b) và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$

-**Phương tích** của một điểm M_0 (x_0 ; y_0) đối với một đường tròn:

$P_{M/(C)}=x_0^2+y_0^2-2ax_0-2by_0+c$

4/Elip:

-Phương trình chinh tắc Elip (E) $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$

$(a>b); c^2=a^2-b^2$

-Tiêu điểm: F_1(-c; 0) , F_2(c; 0)

-Đỉnh trục lớn: A_1(-a; 0) , A_2(a; 0)

-Đỉnh trục nhỏ: B_1(0; -b) , B_2(0; b)

-Tâm sai : $e=\dfrac{c}{a}<1$

-Phương trình đường chuẩn: $x=\pm\dfrac{a}{e}$

-Bán kính qua tiêu:

$MF_1=a+ex_M$

$MF_2=a-ex_M$

-Phương trình tiếp tuyến của (E) tại M_0(x_0; y_0) $\in(E)$

$\dfrac{x_0x}{a^2}+\dfrac{y_0y}{b^2}=1$

-Điều kiện tiếp xúc của

(E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ và Δ: $Ax+By+C=0$ là:

$A^2a^2+B^2b^2=C^2$

5/Hypebol:

a/ Phương trình chinh tắc Elip (E) $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$

$c^2=a^2+b^2$

-Tiêu điểm: F_1(-c; 0) , F_2(c; 0)

-Đỉnh: A_1(-a; 0) , A_2(a; 0)

-Tâm sai : $e=\dfrac{c}{a}>1$

-Phương trình đường chuẩn: $x=\pm\dfrac{a}{e}$

-Phương trình tiệm cận: $y=\pm\dfrac{b}{a}x$

-Bán kính qua tiêu:

$MF_1=|ex_M+a|$

$MF_2=|ex_M-a|$

-Phương trình tiếp tuyến của (E) tại M_0(x_0; y_0) $\in(E)$

$\dfrac{x_0x}{a^2}-\dfrac{y_0y}{b^2}=1$

-Điều kiện tiếp xúc của

(E): $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ và Δ: $Ax+By+C=0$ là:

$A^2a^2-B^2b^2=C^2$

6/ Parabol:

-Phương trình chính tắc của Parabol:

$(P): y^2=2px$

-Tiêu điểm: $F(\dfrac{p}{2};0)$

-Phương trình đường chuẩn: $x=-\dfrac{p}{2}$

-Phương trình tiếp tuyến với (P) tại M(x_0 ; y_0)$\in(P)$:

$y_0y=p(x_0+x)$

-Điều kiện tiếp xúc của (P) và $(\Delta): Ax+By+C=0$

$2AC=B^2p$

II. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN:

1/ Tích có hướng của hai vectơ:

a/Định nghĩa: cho hai vectơ

$\vec{u} = (x; y; z)$

$\vec{v} = (x'; y'; z')$

$$\left[\vec{u}, \vec{v}\right] = \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} \right)$$

Các ứng dụng:

- $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{v}\right] = \vec{0}$
- $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{u}, \vec{v}\right].\vec{w} = 0$
- $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}\left\|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right\|$

-ABCD là tứ diện $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = m \neq 0$

- $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}|m|$

b/ Mặt phẳng:

-Phương trình tổng quát mặt phẳng:

Dạng 1:

$Ax + By + Cz + D = 0$

$\vec{n} = (A; B; C) \qquad (A^2 + B^2 + C^2 \neq 0)$

Dạng 2:

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

$\vec{n} = (A, B, C), M_0(x_0; y_0; z_0)$

-Phương trình mặt phẳng chắn:

$\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$

((α) qua A(a; 0; 0), B (0; b; 0), C(0; 0; c))

-Phương trình mặt phẳng qua giao tuyến của 2 mặt phẳng khác:

$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

$(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ là

$\lambda(Ax + By + Cz + D) + \mu(A'x + B'y + C'z + D') = 0$

Trong đó $\lambda^2 + \mu^2 \neq 0$

-Vị trí tương đối của hai mặt phẳng: cho hai mặt phẳng:

$(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

$(\beta): A'x + B'y + C'z + D = 0$

$a/ (\alpha) \cap (\beta) = d \Leftrightarrow A : B : C \neq A' : B' : C'$

$b/ (\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{B'} = \dfrac{D}{D'}$

$c/ (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{C'} \neq \dfrac{D}{D'}$

3/Phương trình đường thẳng:

a/Phương trình tổng quát:

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$$

b/ Phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Trong đó (x_0; y_0; z_0) và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$

c/ Phương trình chính tắc của đường thẳng:

$\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$

$(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$

4/ Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian:

Giả sử đường thẳng d qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$ và đường thẳng d' qua $M'_0(x'_0; y'_0; z'_0)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'} = (a'; b'; c')$

$a/ d, d' \subset \alpha \Leftrightarrow \left[\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M'_0} = 0$

$b/ d \cap d' = I \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M'_0} = 0 \\ a : b : c \neq a : b' : c' \end{cases}$

$c/ d \parallel d' \Leftrightarrow a : b : c = a' : b' : c' \neq (x - x_0) : (y - y_0) : (z - z_0)$

$d/ d \equiv d' \Leftrightarrow a : b : c = a' : b' : c' = (x - x_0) : (y - y_0) : (z - z_0)$

$e/ d, d' \notin \alpha \Leftrightarrow \left[\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0M'_0} \neq 0$

5/ Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian: trong không gian cho :

$$d:\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$$

$$(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$$

$$a/\ d\cap(\alpha)=I\Leftrightarrow aA+bB+cC\neq 0$$

$$b/\ d\parallel(\alpha)\Leftrightarrow\begin{cases}aA+bB+cC=0\\ Ax_0+By_0+Cz_0+D\neq 0\end{cases}$$

$$c/\ d\in(\alpha)\Leftrightarrow\begin{cases}aA+bB+cC=0\\ Ax_0+By_0+Cz_0+D=0\end{cases}$$

6/ Các công hức tính khoảng cách:

-Khoảng cácg từ một điểm đến một mặt phẳng:

$M_0(x_0;y_0;z_0)$

$$(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$$

$$\Rightarrow d_{(M/\alpha)}=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

-Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng:

Trong không gian cho điểm

$M_1(x_1;y_1;z_1)$

$$d:\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$$

$$\Rightarrow d_{M/d}=\frac{\left|\left[\overrightarrow{M_0M}.\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}$$

-Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

$$\Delta:\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$$

$$\Delta':\frac{x-x'_0}{a'}=\frac{y-y'_0}{b'}=\frac{z-z'0}{c'}$$

$$\Rightarrow d_{\Delta/\Delta'}=\frac{\left|\left[\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{M_0.M'_0}\right|}{\left|\left[\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right]\right|}$$

7/ Góc :

- Góc giữa hai đường thẳng:

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d và d' ta có:

$$d:\vec{u}=(a;b;c)$$

$$d':\overrightarrow{u'}=(a',b',c')$$

$$\cos\varphi=\frac{\left|\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right|}{|\vec{u}|.\left|\overrightarrow{u'}\right|}=\frac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$$

- Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

Gọi φ là góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

$$d:\vec{u}=(a;b;c)$$

$$(\alpha):\vec{n}=(A;B;C)$$

$$0^0<\varphi<90^0$$

$$\sin\varphi=\frac{|Aa+Bb+Cc|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

- Góc giữa hai mặt phẳng:

$$(\alpha): AX+By+Cz+D=0$$

$$(\beta): A'x+B'y+C'z+D'=0$$

$$\cos\varphi=\frac{|AA'+BB'+CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}$$

8/Phương trình mặt cầu:

Dạng 1: Có tâm I(a; b; c) và bán kính R

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$$

Dạng 2: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Trong đó tâm I (a; b; c), bán kính

$$R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$$

III/ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

-Đường thẳng và mặt phẳng:

Các tiên đề:

.Tiên đề 1: Qua hai điểm phân biệt có một đường thẳng và chỉ một mà thôi

.Tiên đề 2: Qua 3 điểm không thẳng hàng có một mặt phẳng và chỉ một mà thôi

.Tiên đề 3: Một đường thẳng có 2 điểm phân biệt thuộc mặt phẳng thì đường thẳng ấy thuộc mặt phẳng

.Tiên đề 4:Hai mặt phẳng phân biệt có 1 điểm chung thì có chung 1 đường thẳng đi qua điểm chung ấy.

Cách xác định đường thẳng, mặt phẳng :

1/ Một điểm được xác định bởi 2 đường thẳng cắt nhau $A = a \cap b$

2/ Một mặt phẳng được xác định bởi một trong các điều kiện sau:

a/ Ba điểm không thẳng hàng $(\alpha) = (ABC)$

b/ Một đường thẳng và một điểm ở ngoài đường thẳng $(\alpha) = (a, A)$

c/ Hai đường thẳng cắt nhau $(\alpha) = (a, b)$

d/ Hai đường thẳng song song : a//a' $(\alpha) = (a, a')$

Quan hệ song song :

1/ Hai đường thẳng song song khi chúng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.

2/ Nếu đường thẳng d song song với một đường thẳng d' bất kỳ thuộc mặt phẳng α thì d song song với mặt phẳng α

3/ Nếu d//α , mặt phẳng nào chứa đường thẳng d và cắt α theo một giao tuyến thì giao tuyến đó cũng song song với d

4/ Hai mặt phẳng cùng song song với đường thẳng d và cắt nhau thì giao tuyến của chúng cũng song song với d

5/ Hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song d và d' thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với d và d'

6/ Có 2 đường thẳng cùng song song, mặt phẳng nào song song với đường thẳng này thì cũng song song hoặc chứa đường thẳng kia

7/ Nếu 1 mặt phẳng song song với giao tuyến của 2 mặt phẳng và cắt 2 mặt phẳng này thì 2 giao tuyến mới song song nhau

8/ Nếu $\alpha // \beta$ thì α song song với mọi đường thẳng nằm trong β

9/ Nếu α chứa hai đường thẳng cắt nhau cùng song với β thì $\alpha // \beta$

10/ Có hai mặt phẳng song song, mặt phẳng nào cắt mặt phẳng thứ nhất thì cũng cắt mặt phẳng thứ hai và hai giao tuyến song song nhau.

Quan hệ vuông góc:

1/ Một đường thẳng vuông góc với 1 mặt phẳng thì vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mất phẳng

2/ Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì mặt phẳng nào chứa đường thẳng d thì cũng sẽ vuông góc với mặt phẳng (P)

3/ Có hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường thẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với đường thẳng thứ hai.

4/ Hai đường thẳng vuông góc thì cắt nhau hoặc chéo nhau

5/ Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng và vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song nhau.

7/ Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng (P) thì d vuông góc với (P)

8/ Có hai mặt phẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng thứ nhất thì cũng vuông góc với mặt phẳng thứ hai.

9/ Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau

10/ Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song nhau

11/ Một đường thẳng và một mặt phẳng không chứa đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì song song nhau

12/ Có một đường thẳng và một mặt phẳng song song, mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng thì cũng vuông góc với mặt phẳng.

13/ Nếu hai mặt phẳng vuông góc, đường thẳng nào nằm trong một mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến thì cũng sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

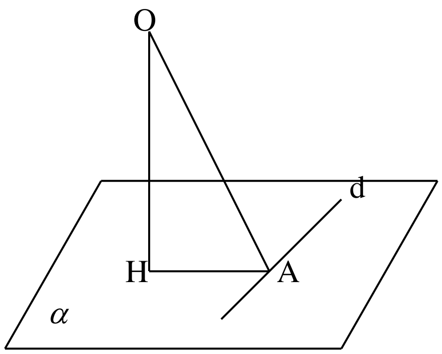
14/ Hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng cũng vuông góc với mặt phẳng thứ ba

15/ Có hai mặt phẳng song song, mặt phẳng nào cắt mặt phẳng thứ nhất thì cũng cắt mặt phẳng thứ hai và hai giao tuyến song song

16/ Định lý ba đường vuông góc

Giả sử $\begin{cases} OH \perp (\alpha) \\ OA \text{ là đường xiên} \\ A \in d \text{ nằm trong } (\alpha) \end{cases}$

Ta có $OA \perp D \Leftrightarrow HA \perp D$



Khoảng cách – góc – đường vông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau

1/ Khoảng cách từ O đến đường thẳng d là đoạn $OH \perp d$

2/ Khoảng cách từ O đến d là ngắn nhất so với các khoảng cách từ O đến mỗi điểm của d

3/ Khoảng các từ O đến mặt phẳng α là độ dài đoạn $OH \perp \alpha$

4/ Khoảng cách từ O đến α là ngắn nhất so với các khoảng cách từ O đến mỗi điểm trên α

5/ Khoảng cách giữa $d // \alpha$ là khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên d đến α

6/Khoảng cách giữa $\alpha // \beta$ là khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên α đến β

7/ Khoảng cáh giữa 2 đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung giữa hai đường thẳng

8/ Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng α là góc nhọn tạo bởi d và hình chiếu d' của nó xuống α

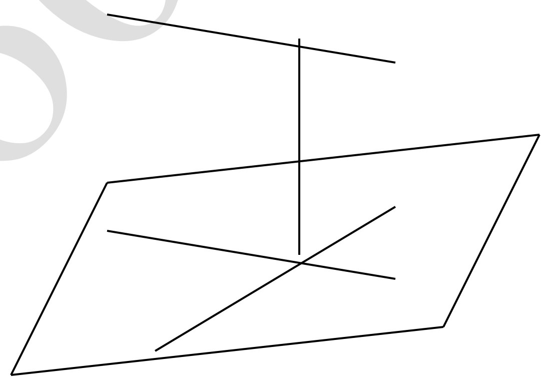
9/ Góc giữa hai đường thẳng chéo nhau là góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng song song với hai đường thẳng ấy vẽ từ một điểm bất kỳ

10/ Góc giữa hai mặt phẳng là góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng ấy

11/ Góc phẳng nhị diện là góc tạo bởi 2 đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng của nhị diện cùng vông góc với giao tuyến.

12/ Đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2:

- Dựng mặt phẳng α chứa d_2 và song song với d_1
- Tìm hình chiếu d' của d_1 lên α, d' cắt d_2 tại N
- Từ N vẽ đường vuông góc với α cắt d_1 tại M
- Suy ra MN là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2



Hình chóp- Hình lăng trụ- Hình lập phương

1/ Thể tích hình chóp: V=$\frac{1}{3}S_{đáy}.h$

2/ Thể tích chóp cụt:

V=$\frac{1}{3}\left(B+B'+\sqrt{B.B'}\right).h$ $\begin{cases}\text{B,B' là diện tích 2 đáy}\\ \text{h là chiều cao hình chóp}\end{cases}$

3/Thể tích hình hộp chữ nhật: V= a.b.c

4/ Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq}=2\pi Rh$

5/ Diện tích toàn phần hình trụ: $S_{tp}=S_{xq}+2S_{đáy}$

6/ Thể tích hình trụ: V=$\pi R^2 h$

7/ Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq}=\pi Ra$

8/Thể tích hình nón V=$\frac{1}{3}\pi R^2 h$

9/ Diện tích xung quanh hình nón cụt:$S_{xq}=\frac{\pi}{2}\left(R+R'\right)a$

10/ Thể tích hình nón cụt: V=$\frac{1}{3}\left(R^2+R'^2+RR'\right)h$

11/ Diện tích xung quanh mặt cầu: $S_{xq}=4\pi R^2$

12/ Thể tích mặt cầu: V=$\frac{4}{3}\pi R^3$

V/ GIẢI TÍCH TỔ HỢP

-Hoán vị: $P_n=n!=n(n-1)(n-2)...3.2.1$

-Chỉnh hợp: $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$ $\quad (0\le k\le n)$

-Tổ hợp: $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!k!}$

-Các hệ thức cần nhớ:

$n!=(n-1)!n$

$C_n^k=C_n^{n-k} \quad (0<k<n)$

$C_n^k=C_{n-1}^k+C_{n-1}^{k-1} \quad (0<k<n)$

-Nhị thức Newton:

$$(a+b)^n=C_n^0a^nb^0+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n$$
$$=\sum_{n}^{k=0}C_n^ka^{n-k}b^k$$

-Các công thức cần nhớ:

$C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=2^n$

$C_n^0-C_n^1+C_n^2-...+(-1)^kC_n^k+...+(-1)^nC_n^n=0$