Chương IV: SỐ PHỨC

I. Tóm tắt lý thuyết

1. Định nghĩa số phức

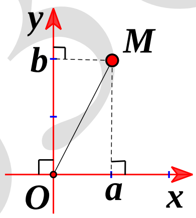
- Số phức z là một biểu thức có dạng $z=a+bi$, trong đó a và b là các số thực, i là một số thỏa mãn $i^2=-1$.
    - a là phần thực.
    - b là phần ảo.
    - i là đơn vị ảo.
- Tập hợp các số phức kí hiệu là $\mathbb{C}$.
- **Đặt biệt:**
    - Số phức $z = a + 0i$ có phần ảo bằng 0 được coi là số thực và viết z = a.
    - Số phức $z = 0 + bi$ có phần thực bằng 0 được gọi là số thuần ảo (số ảo) và viết z = bi.
    - Số phức z = 0 + 0i vừa là số thực vừa là số ảo.

2. Số phức bằng nhau.

- Hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$ bằng nhau nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng nhau.
    - $z = z' \Leftrightarrow a + bi = a' + b'i \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$

3. Biểu diễn hình học của số phức.

- Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm M(a;b) trong mặt phẳng Oxy.



4. Mô đun số phức.

- Môđun số phức $z = a+bi$ là số thực không âm kí hiệu $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$.

5. Số phức liên hợp.

- Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là số phức $\overline{z} = a - bi$.

6. Cộng, trừ, nhân và chia số phức.

- **Cộng, trừ, nhân 2 số phức:** ***như đa thức.***
- **Chia 2 số phức:** ***nhân tử và mẫu cho số phức liên hợp của mẫu.***
- Cho hai số phức $z=a+bi$ và $z'=a'+b'i$.
    - Cộng hai số phức: $(a+bi)+(a'+b'i)=(a+a')+(b+b')i$.
    - Trừ hai số phức: $(a+bi)-(a'+b'i)=(a-a')+(b-b')i$.
    - Nhân hai số phức: $(a+bi)(a'+b'i)=(aa'-bb')+(ab'+a'b)i$.

- Chia hai số phức: $\frac{a+bi}{a'+b'i}=\frac{(a+bi)(a'-b'i)}{(a'+b'i)(a'-b'i)}=\frac{aa'-bb'}{a'^2-b'^2}+\frac{ab'+a'b}{a'^2-b'^2}i$.

7. Căn bậc hai của số thực âm.

- Căn bậc hai của số thực a âm là $\pm i\sqrt{|a|}$.

8. Phương trình bậc hai với hệ số thực.

- Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$.
- $\Delta=b^2-4ac$
- $\Delta<0$: phương trình có hai nghiệm phức: $x_{1,2}=\frac{-b\pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.
- $\Delta=0$: phương trình có nghiệm kép: $x=-\frac{b}{2a}$
- $\Delta>0$: phương trình có hai nghiệm thực: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\Delta}{2a}$.

*** Bấm máy: mode 5 3** hoặc

Mode 2 $D=B^2-4AC:X=\frac{-B+\sqrt{D}}{2A}$ **CALC**

9. Phương trình trùng phương:

- Dạng: $ax^4+bx^2+c=0$; $a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$
- Giải: bấm: mode 5 3, nghiệm: x^2

II. Các dạng bài tập.

Bài 1: Xác định phần thực và phần ảo của số phức

1. $z=\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}i$ 2. $z=1+2i-3i^2+4i^3-5i^4$

Giải

1. Số phức $z=\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}i$ có phần thực là $z=1+\sqrt{2}$ phần vào là $\sqrt{3}$

2. $z=1+2i-3i^2+4i^3-5i^4=4+2i-4i-5=-1-2i$

Vậy số phức z có phần thực là -1, phần ảo là -2.

Bài 2: Cho hai số phức $z=2+3i$, $z'=3-4i$.

1. Xác định phần thực và phần ảo của số phức z+z'.
2. Xác định phần thực và phần ảo của số phức z−2z'.
3. Xác định phần thực và phần ảo của số phức 2z.z'.

Xác định phần thực và phần ảo của số phức $\frac{z}{z'}$.

Giải

1. Ta có: $z+z'=2+3i+3-4i=5-i$.
   Số phức z+z' có phần thực là 5, phần ảo là -1.
2. Ta có: $z-2z'=2+3i-2\left(3-4i\right)=-4+11i$.
   Số phức z+z' có phần thực là -4, phần ảo là 11.

3. Ta có $2z.z' = 2(2+3i)(3-4i) = 36+2i$

Số phức 2z.z' có phần thực là 36, phần ảo là 2.

4. Tacó $\frac{z}{z'} = \frac{2+3i}{3-4i} = \frac{(2+3i)(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)} = \frac{-6+17i}{25} = \frac{-6}{25} + \frac{17}{25}i$

Số phức $\frac{z}{z'}$ có phần thực $-\frac{6}{25}$ và phần ảo là $\frac{17}{25}$.

Bài 3: Xác định phần ảo của số phức

1. $z=(1+2i)^2 + (1-3i)i + 2$ 2. $z = (1-i)^2(2+3i) + i(1-2i)$

Giải:

1. $z=(1+2i)^2 + (1-3i)i + 2 = -3+4i+i+3+2 = 2+5i$

Vậy số phức z có phần ảo là 5.

2. **Ta có** $z = (1-i)^2(2+3i) + i(1-2i)$

$z = (-2i)(2+3i) + 2 + i$

$z = 6-4i+2+i$

$z = 8-3i$

Vậy số phức z có phần ảo là -3.

Bài 4: Xác định phần thực và phần ảo của số phức z biết $\bar{z} = \frac{4+2i}{1+i}$

Ta có $\bar{z} = \frac{4+2i}{1+i} = \frac{(4+2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{6-2i}{3} = 3-i$

$\Rightarrow z = 3+i$

Vậy số phức z có phần thực là 3 phần ảo -1.

Bài 5: Xác định phần ảo của số phức z biết $\bar{z} = (\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)$

Ta có $\bar{z} = (\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)$

$\bar{z} = (1+2\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)$

$\bar{z} = 5+\sqrt{2}i \Rightarrow z = 5-\sqrt{2}i$

Vậy số phức z có phần ảo là $-\sqrt{2}$.

Bài 6: Cho số phức $z = 1+(1+mi)+(1+mi)^2$. Xác định số thực m để z là số thuần ảo.

Ta có $z = 1+(1+mi)+(1+mi)^2$

$z = 1+1+mi+1+2mi+m^2i^2$

$z = (3-m^2)+3mi$

Để z là số thuần ảo $\Leftrightarrow 3-m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\sqrt{3} \\ m=-\sqrt{3} \end{array}\right.$

Vậy với $m=\sqrt{3},\ \ m=-\sqrt{3}$ thì z là số thuần ảo.

Bài 7: Xác định phần thực, phần ảo, mô đun, số phức liên hợp của các số phức:

1. $z=(8-6i)-(2-3i)$ 2. $z=(1-2i)(2+4i)-(3i+1)$

3. $z-(3-4i)=(2-3i)^2$ 4. $(1-i)^2 z=3-4i$

5. $z=\dfrac{2-3i}{1+i}$ 6. $z=\dfrac{(2-i)^2}{1-i}$

Bài 8: Xác định phần thực và phần ảo của số phức z, biết:

1. $\bar{z}=(2-2i)^2(1-3i)$ 2. $\bar{z}=\dfrac{1}{1+i}-(3i+1)$ 3. $i\bar{z}-(3-4i)=2+4i$

Bài 9: Xác định môđun và tìm số phức liên hợp của số phức z, biết:

1. $z=4+3i$ 2. $z=8-6i$

Giải

1. $|z|=\sqrt{4^2+3^2}=5,\ \bar{z}=4+3i$
2. $|z|=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10,\ \bar{z}=8+6i$

Bài 10: Cho hai số phức $z=2+3i,\ z'=4-11i$. Xác định môđun số phức z + z'.

Ta có: $z+z'=2+3i+4-11i=6-8i$.

Số phức $z+z'=6-8i$ có môđun là $|z+z'|=|6-8i|=\sqrt{6^2+(-8)^2}=\sqrt{100}=10$.

Bài 11: Cho hai số phức $\bar{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Xác định môđun số phức $\bar{z}+iz$.

Ta có: $\bar{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}=\dfrac{-8}{1-i}=\dfrac{-8(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{-8-8i}{2}=-4-4i$

$\Rightarrow z=-4+4i$

$\Rightarrow \bar{z}+iz=-4-4i+i(-4+4i)=-4-4i-4i+4i^2=-8-8i$

Vậy môđun số phức $\bar{z}+iz$ là $|\bar{z}+iz|=|-8-8i|=\sqrt{(-8)^2+(-8)^2}=8\sqrt{2}$.

Bài tập luyện tập

Bài 12: Tìm phần thực, phần ảo, môđun, số phức liên hợp của các số phức:

1. $z=(1+2i)2i-3i^2+2$ 2. $z=\dfrac{(2-3i)i}{1-i}$

3. $z=(1-2i)(2+i)i-(3i+1)3i$ 4. $z-2i^3=(1-i)^2 2i$

5. $z = i + (2-4i)(3+2i)$

6. $z = (-1+i)^3 - (2i)^3$

7. $z = \dfrac{2}{1-i} + (1+i)^2$

8. $(3-2i)^2 + \dfrac{4-5i}{2+i}$

Bài 13: Giải các phương trình sau trên tập số phức

1. $iz = 3-7i$ 2. $iz + 4 + 5i = i(6+3i)$ 3. $(1-i)z + (2-i) = 4-5i$

Bài giải

1. $iz = 3-7i$

Ta có $iz = 3-7i \Leftrightarrow z = \dfrac{3-7i}{i} = \dfrac{(3-7i)(-i)}{i.(-i)} = \dfrac{7-3i}{1} = 7-3i$

2. $iz + 4 + 5i = i(6+3i)$

$\Leftrightarrow iz = -3 + 6i - 4 - 5i$

$\Leftrightarrow iz = -7 + i$

$\Leftrightarrow z = \dfrac{-7+i}{i} = \dfrac{(-7+i)i}{i^2} = 1 + 7i$

3. $(1-i)z + (2-i) = 4-5i$

$\Leftrightarrow (1-i)z = -(2-i) + 4 - 5i$

$\Leftrightarrow (1-i)z = 2-4i$

$\Leftrightarrow z = \dfrac{2-4i}{1-i} = \dfrac{(2-4i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \dfrac{6-2i}{2} = 3-i$

Bài 14: Giải các phương trình sau $x^2 - 2x + 5 = 0$ trên tập số phức.

Ta có a = 1, b = −2, c = 5.

Tính $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.1.5 = 4 - 20 = -16$

Phương trình có hai nghiệm phức $\left[\begin{array}{l} x_1 = 1+2i \\ x_2 = 1-2i \end{array}\right.$

Bài 15: Giải các phương trình sau $z^2 - 6z + 10 = 0$ trên tập số phức.

Ta có a =1, b= −6, c =10.

Tính $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4.1.10 = 36 - 40 = -4$

Phương trình có hai nghiệm phức $\left[\begin{array}{l} z_1 = 3+i \\ z_2 = 3-i \end{array}\right.$

Bài 16: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

Ta có a = 1, b = −2, c =10.

Tính $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.1.10 = 4 - 40 = -36$

Phương trình có hai nghiệm phức $\left[\begin{array}{l} z_1 = 1+3i \\ z_2 = 1-3i \end{array}\right.$

Ta có $|z_1| = \sqrt{10}$, $|z_2| = \sqrt{10}$.

Vậy $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10+10 = 20$.

Bài 17: Giải các phương trình sau $z^4 + 3z^2 - 4 = 0$ trên tập số phức.

$$z^4 + 3z^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = 1 \\ z^2 = -4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm 1 \\ z = \pm 2i \end{array}\right.$$

Bài 18: Giải các phương trình sau $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$ trên tập số phức.

$$x^4 + 10x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = -1 \\ x^2 = -9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm i \\ x = \pm 3i \end{array}\right.$$

Bài tập luyện tập.

Bài 19: Giải các phương trình sau trên tập số phức:

1. $z = (1-3i) - (2-3i)(1-i)$
2. $z = (1-2i)3i - (3i+1)(1+i)$
3. $iz - (2-4i) = (4-i)^2$
4. $(1-i)^2 z - (2-i)i = 3-4i$
5. $(1-i)z - (2-i) = (1-i)(2-i)$
6. $(2-i)z - (1-i) = (1-i)^2(2-i)$
7. $(1 + 3i)z - (2 + 5i) = (2 + i)z$
8. $\frac{z}{4-3i} + 2 - 3i = 5 - 2i$
9. $(1 + 3i)z - (2 + 5i) = (2 + i)$
10. $(3 - 2i)z + (6 - 4i) = 5 - i$

Bài 20: Giải các phương trình sau trên tập số phức:

1. $z^2 + z + 10 = 0$
2. $-z^2 + 2z - 5 = 0$
3. $-z^2 + z - 3 = 0$
4. $x^2 - 3x + 7 = 0$
5. $3x^2 - x + 2 = 0$
6. $3x^2 + x + 2 = 0$

Bài 21: Giải các phương trình sau trên tập số phức:

1. $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$
2. $x^4 + 17x^2 + 16 = 0$
3. $-z^4 - 3z^2 + 4 = 0$
4. $\mathbf{z^4 - 8z^2 - 9 = 0}$
5. $z^4 - 5z^2 - 6 = 0$
6. $z^4 + 7z^2 - 8 = 0$

Bài 22: Tìm các số thực x và y biết:

a. $(2x + 3) + (y + 2)i = x - (y - 4)i$

c. $(3x - 2) + (2y + 1)i = (x + 1) - (y - 5)i$

b. $(2 - x) - i\sqrt{2} = \sqrt{3} + (3 - y)i$

d. $(2x + y) + (y + 2)i = (x + 2) - (y - 4)i$

A. SỐ PHỨC. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ PHỨC.

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Số phức **là một biểu thức dạng a + bi, trong đó a, b là các số thực và số i thỏa mãn** $i^2 = -1$**.**

Kí hiệu $\boxed{z = a + bi}$

- **i:** ***đơn vị ảo,*** • **a:** ***phần thực,*** • **b:** ***phần ảo.***

<u>Chú ý:</u>

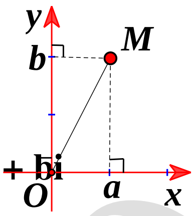
○ $z = a + 0i = a$ **được gọi là** số thực $(a \in \mathbb{R} \subset \mathbb{C})$

○ $z = 0 + bi = bi$ **được gọi là** số ảo (**hay** số thuần ảo)

○ $0 = 0 + 0i$ **vừa là số thực vừa là số ảo**

Biểu diễn hình học của số phức**:**

M(a;b) biểu diễn cho số phức z ⇔ z = a + bi



2. Hai số phức bằng nhau. **Cho hai số phức** $z = a + bi$ **và** $z' = a' + b'i$ **với** $a, b, a', b' \in \mathbb{R}$

$$\boxed{z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}}$$

3. Cộng và trừ số phức. **Cho hai số phức** $z = a + bi$ **và** $z' = a' + b'i$ **với** $a, b, a', b' \in \mathbb{R}$

$$\boxed{z + z' = (a + a') + (b + b')i}$$

$$\boxed{z - z' = (a - a') + (b - b')i}$$

○**Số đối của z = a + bi là –z = – a – bi (a, b** $\in \mathbb{R}$)

4. Nhân hai số phức. **Cho hai số phức** $z = a + bi$ **và** $z' = a' + b'i$ **với** $a, b, a', b' \in \mathbb{R}$

$$\boxed{z.z' = (aa' - bb') + (ab' + a'b)i}$$

5. Số phức liên hợp **của số phức z = a + bi là** $\boxed{\overline{z} = a - bi}$

○ $\overline{\overline{z}} = z$; $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$; $\overline{z.z'} = \overline{z}.\overline{z'}$

○**z là số thực** $\Leftrightarrow z = \overline{z}$ **; z là số ảo** $\Leftrightarrow z = -\overline{z}$

6. Môđun **của số phức z = a + bi**

○ $\boxed{|z| = \sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{z\bar{z}} = |\overrightarrow{OM}|$

○ $|z| \ge 0\ \forall z \in C$, $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

○ $|z.z'| = |z||z'|$, $|z + z'| \le |z| + |z'|\ \ \forall z, z' \in$

7. Chia hai số phức.

○**Số phức nghịch đảo của z (z**$\ne 0$**) :** $z^{-1} = \frac{1}{|z|^2}\bar{z}$

○**Thương của z' chia cho z (z**$\ne 0$**) :** $\boxed{\frac{z'}{z} = z'z^{-1} = \frac{z'\bar{z}}{|z|^2} = \frac{z'\bar{z}}{z\bar{z}}}$

○**Với z**$\ne 0$, $\frac{z'}{z} = w \Leftrightarrow z' = wz.$ **,** $\overline{\left(\frac{z'}{z}\right)} = \frac{\overline{z'}}{\bar{z}}$, $\left|\frac{z'}{z}\right| = \frac{|z'|}{|z|}$

II. CÁC DẠNG TOÁN

Tìm phần thực và phần ảo và môđun của các số phức sau

a. $z = i + (2-4i)(3+2i)$**;** **b.** $z = (-1+i)^3 - (2i)^3$**;** **c.** $z = \frac{2}{1-i} + \left(\overline{1+i}\right)$

<u>Bài toán 1</u>.

Giải.

a. $z = i + (2-4i)(3+2i) = i + 14 - 8i = 14 - 7i$

Phần thực a = 14; Phần ảo b = -7**; môđun** $|z| = 7\sqrt{5}$

b. $z = (-1+i)^3 - (2i)^3 = 2 + 2i - (-8i) = 2 + 10i$

Phần thực a = 2; Phần ảo b = 10; môđun $|z| = 2\sqrt{26}$

c. $z = \frac{2}{1-i} + \left(\overline{1+i}\right) = 1 + i + 1 - i = 2$

Phần thực a = 2; Phần ảo b = 0; môđun $|z| = 2$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

1. Tìm phần thực và phần ảo và môđun của các số phức sau:

a. (4 – i) + (2 + 3i) – (5 + i)

h. $\frac{(1+2i)^2 - (1-i)^3}{(3+2i)^3 - (2-i)^2}$

l. $(3+2i)^3[(2-i)-(5-2i)]$

b. $(2+i)^3-(3-i)^3$

c. $\frac{1}{2-3i}$

d. $(2-3i)^3$

e. $(1+i)^2-(1-i)^2$

f. $\left(\sqrt{3}+i\right)^2-\left(\sqrt{3}-i\right)^2$

g. $(2+i)^3-(3-i)^3$

i. $(3-2i)^2+\frac{4-5i}{2+i}$

j. $(1-2i)+\frac{1+i}{2+i}$

k. $\frac{3-2i}{i}$

m. $\frac{\sqrt{3}-i}{1+i}-\frac{\sqrt{2}-i}{i}$

n. $\frac{\sqrt{3}-i}{1+i}-\frac{\sqrt{2}-i}{i}$

o. $\frac{3+2i}{1-i}+\frac{1+i}{3-2i}$

p. $\frac{3-4i}{(1-4i)(2+3i)}$

2. Tính

a. $\frac{3}{1+2i}$

b. $\frac{1+i}{1-i}$

c. $\frac{m}{i\sqrt{m}}$

d. $\frac{a+i\sqrt{a}}{a-i\sqrt{a}}$

e. $\frac{3+i}{(1-2i)(1+i)}$

f. $2i(3+i)(2+4i)$

g. $3+2i+(6+i)(5+i)$

h. $\frac{a+i\sqrt{b}}{i\sqrt{a}}$

i. $(2-i)^4$

j. $\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i}$

k. $4-3i+\frac{5+4i}{3+6i}$

l. $\frac{(1+i)^2(2i)^3}{-2+i}$

m. $(3-2i)(2-3i)$

n. $(2+3i)^2$

o. $(2-3i)^3$

p. $\frac{4+2i}{1+i}$

q. $\frac{2+i+(1+i)(4-3i)}{3+2i}$

r. $\frac{(3-4i)(1+2i)}{1-2i}+4-3i$

s. $\frac{3-i}{i}+(5-i)^2$

t. $\frac{2+\sqrt{2}i}{1-\sqrt{2}i}+\frac{1+\sqrt{2}i}{2-\sqrt{2}i}$

<u>Bài toán 2</u>.

Tính $(1+i)^{2012}$

Giải.

$$(1+i)^{2012}=\left[(1+i)^2\right]^{1006}=(2i)^{1006}=2^{1006}.i^{1006}=2^{1006}.(i^2)^{503}=2^{1006}.(-1)^{503}=-2^{1006}$$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

Tính.

a. $1+i+i^2+i^3+...+i^{2009}$

b. $(1-i)^{100}$

c. $(1+i)^{2008}+(1-i)^{2008}$

<u>Bài toán 3</u>.

Tìm các số thực x và y biết $2x+yi-3+2i=x-yi+2+4i$

Giải.

$$2x+yi-3+2i=x-yi+2+4i \Leftrightarrow (2x-3)+(y+2)i=(x+2)+(4-y)i \Leftrightarrow \begin{cases}2x-3=x+2\\ y+2=4-y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=4\\ y=1\end{cases}$$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

Tìm các số thực x và y biết:

e.(2x + 3) + (y + 2) i = x – (y – 4) i

g.(3x - 2) + (2y + 1) i = (x + 1) – (y – 5) i

f. (2 – x) – i $\sqrt{2}$ = $\sqrt{3}$ + (3 – y) i

h.(2x + y) + (y + 2) i = (x + 2) – (y – 4) i

Bài toán 4.

Tìm tập hợp các điểm M trên mặt phẳng phức biểu diễn cho số phức z thỏa mãn:

a. $|z+i|=|z-2-3i|$**;** **b.** $|z+3|\le 1$

Giải. **Đặt** $z=x+yi$**, khi đó:**

a. $|z+i|=|z-2-3i| \Leftrightarrow |x+yi+i|=|x+yi-2-3i| \Leftrightarrow |x+(y+1)i|=|x-2+(y-3)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y+1)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2} \Leftrightarrow x+2y-3=0$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x+2y-3=0$

b. $|z+3|\le 1 \Leftrightarrow |x+yi+3|\le 1 \Leftrightarrow |x+3+yi|\le 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2+y^2}\le 1 \Leftrightarrow (x+3)^2+y^2\le 1$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là hình tròn $(x+3)^2+y^2\le 1$ **tâm I(-3;0) và bán kính bằng 1**

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

Tìm tập hợp các điểm M trên mặt phẳng phức biểu diễn cho số phức z thỏa mãn:

a. $|z+\bar{z}+3|=4$

b. 2|z – i| = $|z-\bar{z}+2i|$

c. $|z|=|\bar{z}-3+4i|$

d. $\left|\frac{z-i}{z+i}\right|=1$

e. $|z-1+i|=2$

a. z + 2$\bar{z}$ = 2 – 4i

b. $z^2-\bar{z}=0$

f. $z^2+|z|=0$

g. $|2+z|=|i-z|$

h. $|z|$ **= 1**

i. $|z|$ **=** $|\bar{z}-3+4i|$

j. $|z-(2\_i)|=\sqrt{10}$ **và** $\bar{z}.\bar{z}'$**= 25**

k. $|z| \le$ **1**

l. $|z|$**=1 và phần ảo của z =1**

m. $|z-(3-4i)|=2$

n. $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^4=1$

o. $\left|\frac{z-i}{z+i}\right|=1$

p. 1<$|z|\le$**2**

q. $|2i-2\bar{z}|=|2z-1|$

r. phần thực của z thuộc đọan [0;1], phần ảo của z thuộc đoạn [-1;2]

c. $z+2\bar{z}=2-4i$

d. $z^2+|z|^2=0$

B. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT, BẬC HAI TRÊN TẬP SỐ PHỨC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Căn bậc hai **của số phức**

○ $z = 0$ **có một căn bậc hai là 0**

○ $z = a$ **là *số thực dương* có 2 căn bậc 2 là** $\pm\sqrt{a}$

○ $z = a$ **là *số thực âm* có 2 căn bậc hai là** $\pm\sqrt{|a|}.i$

○**z = x + yi là số phức có căn bậc 2 là w = a + bi sao cho**

$$w^2 = z \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}} \quad (\mathbf{a, b, x, y} \in \mathbb{R})$$

2. Phương trình bậc hai **ax² + bx + c = 0 (a, b, c *là* *số thực* cho trước, a** $\neq 0$**).**

Tính $\Delta = b^2 - 4ac$

○ $\Delta > 0$**: Phương trình có hai nghiệm phân biệt thực** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

○ $\Delta < 0$**: Phương trình có hai nghiệm phân biệt phức** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$

○ $\Delta = 0$**: Phương trình có 1 nghiệm kép là** $x = -\dfrac{b}{2a}$

3. Phương trình bậc hai **Az² + Bz + C = 0 (*A, B, C* *là* *số phức* cho trước, A** $\neq 0$**).**

Tính $\Delta = B^2 - 4AC$

○ $\Delta \neq 0$**: Phương trình có hai nghiệm phân biệt** $z_{1,2} = \dfrac{-B \pm \delta}{2A}$

(δ **là 1 căn bậc hai của** Δ**)**

○ $\Delta = 0$**: Phương trình có 1 nghiệm kép là** $z_1 = z_2 = -\dfrac{B}{2A}$

II. CÁC DẠNG TOÁN.

<u>Bài toán 1</u>.

Tìm căn bậc hai của các số phức sau:

a. -4**;** **b.** $3 - 4i$ **(NC)**

Giải.

a. Hai căn bậc hai của -4 **là** $\pm\sqrt{|-4|}.i = \pm 2i$

b. Gọi $w = x + yi$ **là căn bậc hai của** $3 - 4i$**, ta có:**

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ y = -\dfrac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \\ y = -\dfrac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x^2 = -1 \text{ (loại)} \\ x^2 = 4 \end{array}\right. \\ y = -\dfrac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right. \\ y = -\dfrac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy $3-4i$ **có hai căn bậc hai là** $2-i$ **và** $-2+i$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

1. Tìm căn bậc hai của các số phức sau:

8;3; -9**;** -11**; -I; -2i; 2i; 4i**

2. Tìm căn bậc hai của các số phức sau: (NC)

$-5+12i$; $8+6i$; $33-56i$; $-3+4i$; **3+4i; 5 – 12i**

Bài toán 2.

Giải các phương trình sau trên tập số phức:

a. $(3-2i)z+4+5i=7-3i$**;** **b.** $\dfrac{z}{4-3i}+2-3i=5-2i$

Giải.

a. $(3-2i)z+4+5i=7-3i \Leftrightarrow (3-2i)z=3-8i \Leftrightarrow z=\dfrac{3-8i}{3-2i}=\dfrac{25}{13}-\dfrac{18}{13}i$

b. $\dfrac{z}{4-3i}+2-3i=5-2i \Leftrightarrow \dfrac{z}{4-3i}=3+i \Leftrightarrow z=(3+i)(4-3i)=15-5i$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

Giải các phương trình sau trên tập số phức:

a. $\dfrac{2+i}{1-i}z=\dfrac{-1+3i}{2+i}$

b. 2iz + 1 – i = 0

c. (1 – i)z + 2 – i = 2z + i

d. (iz –1)(z + 3i)($\bar{z}$ **– 2 + 3i) = 0**

e. (2 i) $\bar{z}$ **– 4 = 0**

f. $(4-5i)z=2+i$

g. $(3-2i)^2(z+i)=3i$

s. (1 + 3i)z – (2 + 5i) = (2 + i)z

t. (3 + 4i)z =(1 + 2i)(4 + i)

h. $\dfrac{3+5i}{z}=2-4i$

i. $\dfrac{z}{4-3i}+(2-3i)=5-2i$

j. (1 + 3i)z – (2 + 5i)= (2 + i)

k. (3 – 2i)z + (6 – 4i)= 5 – i

l. (3 + 4i)z + (1 – 3i)=2 + 5i.

m. $z\left(3-\dfrac{1}{2}i\right)=3+\dfrac{1}{2}i$

n. $[(2-i)\bar{z}+3+i](iz+\dfrac{1}{2i})=0$

Bài toán 3.

Giaûi caùc phöông trình sau treân taäp soá phöùc: (NC)

a. $7z^2+3z+2=0$**;** **b.** $-3x^2+2x-1=0$

Giải.

a. $7z^2 + 3z + 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = -47 < 0$

Phương trình có 2 nghiệm phức phân biệt:

$$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-3 + \sqrt{47}.i}{14} = -\frac{3}{14} + \frac{\sqrt{47}}{14}i$$

$$z_2 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a} = \frac{-3 - \sqrt{47}.i}{14} = -\frac{3}{14} - \frac{\sqrt{47}}{14}i$$

b. $-3x^2 + 2x - 1 = 0$

$\Delta' = b'^2 - ac = -2 < 0$

Phương trình có 2 nghiệm phức phân biệt:

$$x_1 = \frac{-b' + i\sqrt{|\Delta'|}}{a} = \frac{-1 + \sqrt{2}.i}{-3} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}i$$

$$x_2 = \frac{-b' - i\sqrt{|\Delta'|}}{a} = \frac{-1 - \sqrt{2}.i}{-3} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i$$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

1. Giải các phương trình sau trên tập số phức:

a. $x^2 - \sqrt{3}.x + 1 = 0$

b. $3\sqrt{2}.x^2 - 2\sqrt{3}.x + \sqrt{2} = 0$

c. $3x^2 - x + 2 = 0$

d. $3x^2 + x + 2 = 0$

e. $x^2 + x + 1 = 0$

f. $z^4 - 8 = 0$

g. $x^3 - 1 = 0$

h. $z^3 + 1 = 0$

i. $z^4 + 4 = 0$

j. $5z^2 - 7z + 11 = 0$

k. $z^2 - 2\sqrt{3}z + 7 = 0$

l. $z^3 - 8 = 0$

m. $z^2 + z + 7 = 0$

n. $z^2 - z + 1 = 0$

o. $z^2 + 2z + 5 = 0$

p. $8z^2 - 4z + 1 = 0$

q. $x^2 + 7 = 0$

r. $x^2 - 3x + 3 = 0$

s. $x^2 - 5x + 7 = 0$

t. $x^2 - 4x + 11 = 0$

u. $z^2 - 3z + 11 = 0$

2. Giải phương trình sau trên trường số phức

a. $z^4 - 5z^2 - 6 = 0$

b. $z^4 + 7z^2 - 8 = 0$

c. $z^4 - 8z^2 - 9 = 0$

d. $z^4 + 6z^2 + 25 = 0$

e. $z^4 + 4z - 77 = 0$

f. $8z^4 + 8z^3 = z + 1$

g. $z^4 + z^3 + \frac{1}{2}z^2 + z + 1 = 0$

h. $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$

i. $\frac{4z - 3 - 7i}{z - i} = z - 2i$

j. $z^3 + \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} = 0$

<u>Bài toán 4</u>.

Giaûi caùc phöông trình sau treân taäp soá phöùc: (NC)

a. $x^2 - (3 + 4i)x + 5i - 1 = 0$; **b.** $z^2 - 2iz + 2i - 1 = 0$

Giải.

a. $x^2-(3+4i)x+5i-1=0$

$\Delta=b^2-4ac=-3+4i=(1+2i)^2\neq 0$

Gọi δ **là một căn bậc hai của** Δ**, ta có** $\delta=1+2i$

Do $\Delta\neq 0$**, phương trình có 2 nghiệm phân biệt:**

$$x_1=\frac{-b+\delta}{2a}=\frac{3+4i+1+2i}{2}=2+3i$$

$$x_2=\frac{-b-\delta}{2a}=\frac{3+4i-(1+2i)}{2}=1+i$$

b. $z^2-2iz+2i-1=0$

$\Delta'=b'^2-ac=-2i=(1-i)^2\neq 0$

Gọi δ' **là một căn bậc hai của** Δ'**, ta có** $\delta'=1-i$

Do $\Delta'\neq 0$**, phương trình có 2 nghiệm phân biệt:**

$$z_1=\frac{-b'+\delta'}{a}=\frac{i+1-i}{1}=1$$

$$z_2=\frac{-b'-\delta'}{a}=\frac{i-(1-i)}{1}=-1+2i$$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ. (NC)

1. Giải các phương trình sau trên tập số phức:

a. $x^2-(3-i)x+4-3i=0$

b. $(z^2+i)(z^2-2iz-1)=0$

c. $x^2+(1+i)x-2-i=0$

d. $2z^2-iz+1=0$

e. $z^2+(-2+i)z-2i=0$

f. $z^2+(1-3i)z-2(1+i)=0$

g. $z^2+(1-3i)z-2(1+i)=0$

h. $x^2-(2+8i)x+14i-23=0$

i. $z^2-(5-14i)z-2(12+5i)=0$

j. $z^2-80z+4099-100i=0$

k. $(z+3-i)^2-6(z+3-i)+13=0$

l. $z^2-(\cos\varphi+i\sin\varphi)z+i\cos\varphi\sin\varphi=0.$

m. $z^4-8(1-i)z^2+63-16i=0$

n. $z^4-24(1-i)z^2+308-144i=0$

o. $(1-i)x^2-2x-(11+3i)=0$

p. $(1+i)x^2-2(1-i)x+1-3i=0$

q. $z^2+18z+1681=0$

2. Giải các hệ phương trình :

a. $\begin{cases} z_1+z_2=4+i \\ z_1^2+z_2^2=5-2i \end{cases}$

b. $\begin{cases} z_1.z_2=-5-5.i \\ z_1^2+z_2^2=-5+2.i \end{cases}$

c. $\begin{cases} z_1^2+z_2^2=5+2i \\ z_1+z_2=4-i \end{cases}$

d. $\begin{cases} u^2+v^2+4uv=0 \\ u+v=2i \end{cases}$

e. $\begin{cases} |z-2i|=|z| \\ |z-i|=|z-1| \end{cases}$

C. DẠNG LƯỢNG GIÁC CỦA SỐ PHỨC. (NC)

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Dạng lượng giác của số phức.

$\boxed{z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)}$ **(r > 0) là dạng lương giác của z = a + bi (a, b** $\in \mathbb{R}, z \neq 0$)

○ $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ **là môđun của z**

○ φ **(số thực) là một acgumen của z thỏa** $\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{a}{r} \\ \sin\varphi = \dfrac{b}{r} \end{cases}$

2. Nhân chia số phức dưới dạng lượng giác. **Nếu z = r(cos** $\varphi + i\sin\varphi)$, $z' = r'(\cos\varphi' + i\sin\varphi')$ **thì :**

○ $\boxed{z.z' = r.r'[\cos(\varphi + \varphi') + i\sin(\varphi + \varphi')]}$

○ $\boxed{\dfrac{z}{z'} = \dfrac{r}{r'}[\cos(\varphi - \varphi') + i\sin(\varphi - \varphi')]}$

3. Công thức Moa-vrơ :

$n \in N^*$ **thì** $\boxed{[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)}$

Nhân xét: $(\cos\varphi + i\sin\varphi)^n = \cos n\varphi + i\sin n\varphi$

4. Căn bậc hai của số phức dưới dạng lượng giác

Căn bậc hai của số phức z = r(cos $\varphi + i\sin\varphi)$ **(r > 0) là**

$$\boxed{\sqrt{r}(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}) \text{ và } -\sqrt{r}(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin\frac{\varphi}{2}) = \sqrt{r}[\cos(\frac{\varphi}{2} + \pi) + i\sin(\frac{\varphi}{2} + \pi)]}$$

II. CÁC DẠNG TOÁN.

Bài toán 1.

Vieát daïng löôïng giaùc cuûa caùc soá phöùc sau:

a. $z = 2 - 2i$ **;** **b.** $z = -1 - \sqrt{3}.i$

Giải.

a. $z = 2 - 2i$

○**Mô đun** $r = \sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{2}$

○**Gọi** φ **là một acgumen của z ta có** $\begin{cases} \cos\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\varphi = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\dfrac{\pi}{4}$

Dạng lượng giác $z = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right]$

b. $z = -1 - \sqrt{3}.i$

○**Mô đun** $r = \sqrt{a^2 + b^2} = 2$

○**Gọi** φ **là một acgumen của z ta có** $\begin{cases} \cos\varphi = -\dfrac{1}{2} \\ \sin\varphi = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = -\dfrac{2\pi}{3}$

Dạng lượng giác $z = 2\left[\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)\right]$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

1. Tìm một acgumen của mỗi số phức sau:

a. $-2 + 2\sqrt{3}.i$

b. 4 – 4i

c. 1 – $\sqrt{3}.i$

d. $\cos\dfrac{\pi}{4} - i.\sin\dfrac{\pi}{4}$

e. $-\sin\dfrac{\pi}{8} - i.\cos\dfrac{\pi}{8}$

f. $(1 - i.\sqrt{3})(1+i)$

g. $\dfrac{1 - i\sqrt{3}}{1+i}$

2. Thực hiện phép tính

a. 5 $(\cos\dfrac{\pi}{6} + i.\sin\dfrac{\pi}{6}).3(\cos\dfrac{\pi}{4} + i.\sin\dfrac{\pi}{4})$

b. $\dfrac{\sqrt{2}(\cos 45^0 + i.\sin 45^0)}{\sqrt{3}(\cos 15^0 + i.\sin 15^0)}$

c. 3(cos20º + isin20º)(cos25º + isin25º)

d. $\dfrac{\sqrt{2}(\cos\dfrac{2\pi}{3} + i.\sin\dfrac{2\pi}{3})}{2(\cos\dfrac{\pi}{2} + i.\sin\dfrac{\pi}{2})}$

3. Viết dưới dạng lượng giác các số phức sau:

a. $1 - i\sqrt{3}$

b. 1 + i

c. $(1 - i\sqrt{3})(1+i)$

d. $\dfrac{1 - i\sqrt{3}}{1+i}$

e. $2.i.(\sqrt{3} - i)$

f. $\dfrac{1}{2+2i}$

g. z = $\sin\varphi + i.\cos\varphi$

Bài toán 2.

Tính:

a. $(1-i)^{10}\left(\sqrt{3}+i\right)^6$**;** **b.** $\dfrac{(1+i)^{10}}{\left(\sqrt{3}+i\right)^9}$

Giải.

a. $(1-i)^{10}\left(\sqrt{3}+i\right)^{6}$

$$(1-i)^{10}=\left[\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)\right]^{10}=2^{5}\left[\cos\left(-\frac{5\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right)\right]=32\left(0-i\right)=-32i$$

$$\left(\sqrt{3}+i\right)^{6}=\left[2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\right]^{6}=32.\left(\cos\pi+i\sin\pi\right)=2^{6}\left(-1+0i\right)=-2^{6}$$

$$\Rightarrow (1-i)^{10}\left(\sqrt{3}+i\right)^{5}=-32i.\left(-64\right)=2048i$$

b. $\dfrac{(1+i)^{10}}{\left(\sqrt{3}+i\right)^{9}}$

$$(1+i)^{10}=\left[\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^{10}=2^{5}.\left(\cos\frac{5\pi}{2}+i\sin\frac{5\pi}{2}\right)=32\left(i\right)=32i$$

$$\left(\sqrt{3}+i\right)^{9}=\left[2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\right]^{9}=2^{9}\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)=-512i$$

$$\Rightarrow \frac{(1+i)^{10}}{\left(\sqrt{3}+i\right)^{9}}=-\frac{1}{16}$$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

Tính :

a. $[\sqrt{2}(\cos 30^{0}+i\sin 30^{0})]^{7}$

b. $(\sqrt{3}-i)^{6}$

c. $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{33}$

d. $\left(\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}$

e. $\left(\dfrac{i+1}{i}\right)^{2010}$

f. $\left(\dfrac{5+3i\sqrt{3}}{1-2i\sqrt{3}}\right)^{21}$

g. $\left(\cos\dfrac{\pi}{3}-i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)i^{5}(1+\sqrt{3}i)^{7}$

h. $\left(\dfrac{1+i}{-\sqrt{3}+i}\right)^{280}$

i. $\left(1+i\right)^{25}$

j. $\dfrac{\left(1+i\right)^{50}}{\left(\sqrt{3}+i\right)^{49}}$

k. $(\cos 12^{o}+i\sin 12^{o})^{5}$

<u>Bài toán 3</u>.

Tìm căn bậc hai của các số phức sau:

a. $z=-1-i\sqrt{3}$ **;** **b.** $z=\dfrac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

Giải.

a. $-1-i\sqrt{3}$

Dạng lượng giác: $z=2\left[\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)\right]$

Hai căn bậc hai của z là $w_1=\sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]=\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}i$

và

$w_2=-\sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]=-\sqrt{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i=-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}i$

b. $z=\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

Dạng lượng giác $z=\sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right]$

Hai căn bậc hai của z là $w_1=\sqrt[4]{2}\left[\cos\left(-\frac{7\pi}{24}\right)+i\sin\left(-\frac{7\pi}{24}\right)\right]$ **và**

$$w_2=-\sqrt[4]{2}\left[\cos\left(-\frac{7\pi}{24}\right)+i\sin\left(-\frac{7\pi}{24}\right)\right]=\sqrt[4]{2}\left[\cos\left(\frac{17\pi}{24}\right)+i\sin\left(\frac{17\pi}{24}\right)\right]$$

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ.

Tìm căn bậc hai của mỗi số phức sau :

a. $-1+4\sqrt{3}.i$

b. $4+6\sqrt{5}.i$

c. $-1-2\sqrt{6}.i$

d. $1+4\sqrt{3}i$

e. $(\sqrt{3}-i)^6$

f. $\left(\frac{i}{1+i}\right)^{2004}$

g. $-11+4\sqrt{3}i$

h. $\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)$

i. $\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4}$

j. $\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}$

k. $4+6\sqrt{5}i$

l. $-1-2\sqrt{6}i$

D - 2009

Câu VII.a ***(1,0 điểm)***

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện $|z-(3-4i)|=2$.

B - 2009

Câu VII.a ***(1,0 điểm)***

Tìm số phức z thoả mãn: $|z-(2+i)|=\sqrt{10}$ và $z.\overline{z}=25$.

A - 2009

Câu VII.a (1,0 điểm)

Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính giá trị của biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$.

CĐ - 2009

Câu VII.a ***(1,0 điểm)***

Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

TN THPT - 2009

Câu 5a (*1,0 điểm*). Giải phương trình $8z^2-4z+1=0$ trên tập số phức.

Câu 5b (*1,0 điểm*). Giải phương trình $2z^2-iz+1=0$ trên tập số phức.

TN THPT - 2008

Câu 3 (*1,0 điểm*)

Tính giá trị của biểu thức $P = (1+\sqrt{3}\,i)^2 + (1-\sqrt{3}\,i)^2$.

TN THPT - 2007

Câu 3 *(1,5 điểm)*

Giải phương trình $x^2 - 4x + 7 = 0$ trên tập số phức.

TN THPT - 2007

Câu 3 *(1,5 điểm)*

Giải phương trình $x^2 - 6x + 25 = 0$ trên tập số phức.

TN THPT - 2006

2. Giải phương trình $2x^2 - 5x + 4 = 0$ trên tập số phức.

----------------------------**Hết**----------------------------

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$z = a + bi$$

$$\bar{z} = a - bi$$

$a, b \in \mathbb{R}$

a : phần thực

b : phần ảo

i : đơn vị ảo ; $i^2 = -1$

$$z = a + 0i = a \in \mathbb{R}$$
$$z = 0 + bi = bi$$
$$z = 0 + 0i = 0$$

$$z = a + bi \Leftrightarrow M(a;b)$$

$$z = a + bi$$

$$z' = a' + b'i$$

$$z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = a + bi \\ z' = a' + b'i \end{cases}$$

$$z + z' = (a + a') + (b + b')i$$

$$z - z' = (a - a') + (b - b')i$$

$$z.z' = (aa' - bb') + (ab' + a'b)i$$

$$\downarrow$$

$$z.\bar{z} = a^2 + b^2$$

$$\frac{z'}{z} = \frac{z'.\bar{z}}{z.\bar{z}} = \frac{z'.\bar{z}}{a^2 + b^2}$$