

## CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN KHẢO SÁT HÀM SỐ

### I. Bài toán về giao điểm của hai đồ thị:

**Bài 1:** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3x + 2$ . Viết phương trình đường thẳng  $d$  cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho  $x_A = 2$  và  $BC = 2\sqrt{2}$ .

**Bài 2:** Cho hàm số:  $y = 4x^3 - 6mx^2 + 1$ ,  $m$  là tham số. Tìm  $m$  để đường thẳng  $d: y = -x + 1$  cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt A(0;1), B, C và B, C đối xứng qua đường phân giác thứ nhất.

**Bài 3:** Cho hàm số:  $y = \frac{x+3}{x-2}$ , có đồ thị (H). Tìm điểm  $m$  để đường thẳng  $d: y = -x + m + 1$  cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc AOB bằng  $90^\circ$ .

**Bài 4:** Cho hàm số  $y = \frac{x+3}{x+2}$  có đồ thị (H). Tìm  $m$  để đường thẳng  $d: y = 2x + 3m$  cắt (H) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -4$  với O là gốc tọa độ.

**Bài 5:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  có đồ thị (C). Tìm  $m$  để đường thẳng  $d: y = x + m$  cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho  $AB = 2\sqrt{2}$ .

**Bài 6:**  $y = \frac{4x-1}{2-x}$ ;  $y = -x + m$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B. Khi đó tìm  $m$  để đoạn AB ngắn nhất.

**Bài 7:** Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $k$  thì đường thẳng  $y = x + k$  luôn cắt đồ thị  $y = \frac{x+2}{x+1}$  tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm  $K$  sao cho AB ngắn nhất.

**Bài 8:** Tìm  $k$  để đồ thị:  $y = x^3 - 3x^2 - 6x + k$  cắt trục hoành tại 3 điểm lần lượt là A, B, C sao cho  $AB = BC$ .

### II. Bài toán về tiếp tuyến của hai đồ thị

**Bài 9** Cho hàm số:  $y = -x^3 + 3x^2 - 2$  (C). Tìm các điểm thuộc (C) mà qua đó kẻ được một và chỉ một tiếp tuyến đến (C).

**Bài 10:** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3x$  (1). Tìm  $m$  để (d) cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm A, B, C khác nhau sao cho tiếp tuyến với đồ thị tại B và C vuông góc với nhau.

**Bài 11:** Cho hàm số:  $y = \frac{4x-2}{x+1}$  (C). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục Oy và tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ  $x = 3$ .

**Bài 12:** Cho hàm số  $y = 4x^3 - 6x + 1$  (C). viết pttt của (C) biết tiếp tuyến đó đi qua  $M(-1; -9)$ .

**Bài 13:** Cho hàm số:  $y = \frac{2x}{x-2}$ , có đồ thị (H). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H), biết tiếp tuyến cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho  $\Delta OAB$  thỏa mãn  $AB = OA\sqrt{2}$ .

**Bài 14:** Cho hàm số:  $y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ . Tìm  $m$  để trên đồ thị hàm số có đúng hai điểm có hoành độ dương mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng  $x + 2y - 3 = 0$ .

**Bài 15:** Cho hàm số  $y = \frac{2mx+3}{x-m}$ . Gọi I là giao điểm 2 tiệm cận. Tìm  $m$  để tiếp tuyến bất kỳ của đồ thị hàm số cắt hai tiệm cận tại A, B sao cho diện tích  $\Delta IAB$  bằng 64.

**Bài 16:** Cho hàm số:  $y = \frac{x+3}{2(x+1)}$  có đồ thị là (H). Viết phương trình tiếp tuyến tại M trên (H) sao cho tiếp tuyến tại đó cắt hai trục Ox, Oy tại hai điểm A, B đồng thời trung trực của AB đi qua gốc tọa độ.

### III. Bài toán về cực trị của hàm số:

**Bài 17:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 3m - 5$ . Định  $m$  để đồ thị hàm số có cực đại cực tiểu, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị ấy.

**Bài 18:** Cho hàm số  $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + m + 2$ . Định  $m$  để đồ thị hàm số có hai cực trị đồng thời hoành độ của điểm cực tiểu nhỏ hơn 1.

**Bài 19:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$  ( $C_m$ ). Định  $m$  để hàm số có hai điểm cực trị cùng dương.

**Bài 20:** Cho hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$  (1),  $m$  là tham số.

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của đồ thị hàm (1) số khi  $m=1$ .
- b. Tìm  $m$  để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) cách đều gốc tọa độ.

**Bài 21:** Cho hàm số  $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$  (1) ( $m$  là tham số).

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của đồ thị hàm số khi  $m=1$ .
- b. Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị. ;;;

**Bài 22:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + (m^2 - 3)x$ . Tìm các giá trị của  $m$  để hàm số có cực đại  $x_1$ , cực tiểu  $x_2$  đồng thời  $x_1; x_2$  là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng  $\sqrt{\frac{5}{2}}$

**Bài 23:** Cho hàm số:  $y = x^4 - 2mx^2 + m^2 - 4$ , với  $m$  là tham số. Xác định  $m$  để đồ thị hàm số đã cho có 3 cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

**Bài 24:** Cho hàm số:  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+6)x + 1$ . Tìm điểm  $m$  để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số đi qua điểm  $A(3;5)$ .

**Bài 25:** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^2 - m$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $-1 < x_1 < x_2$

#### IV. Bài toán tìm điểm đặc biệt trên đồ thị hàm số:

**Bài 1:** Cho hàm số:  $y = \frac{-x+1}{x-2}$ , có đồ thị (H). Tìm trên (H) các điểm sao cho độ dài đoạn thẳng AB bằng 4 và đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng  $y = x$ .

**Bài 2:** Cho hàm số:  $y = \frac{-x-1}{x+2}$ . Tìm trên đồ thị hàm số các điểm A, B sao cho tiếp tuyến của đồ thị tại

A, B song song với nhau và  $AB = 2\sqrt{2}$ .