

Câu 1. Cho đoạn thẳng AB. Trong cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB, vẽ hai tia Ax và By vuông góc với AB tại A và B. Trên đoạn thẳng AB lấy điểm M (khác A, B). Trên tia Ax, lấy điểm C (khác A, $CA < CM$), tia vuông góc với MC tại M cắt By tại D.

- Chứng minh rằng: $\triangle AMC$ đồng dạng với $\triangle BMD$.
- Đường thẳng CD cắt AB tại E. Chứng minh rằng: $EA \cdot BD = ED \cdot AC$
- Vẽ MH vuông góc với CD tại H. Chứng minh: $HM^2 = HC \cdot HD$
- Gọi I là giao điểm của BC và AD. Chứng minh: $DE \cdot IA = ID \cdot EC$

Câu 2. Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, $AB < AC$, đường cao AH và trung tuyến AD. Kẻ DE, DF lần lượt vuông góc với AB, AC tại E, F. Chứng minh:

- $\triangle ABH \sim \triangle DBE$
- $AC \cdot DF = AH \cdot DC$
- $\frac{DE}{DF} = \frac{AC}{AB}$

Câu 3. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 8\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$.

- Vẽ đường cao AH. Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle HBA$.
- Qua C vẽ đường thẳng song song với AB và cắt AH tại D. Chứng minh: $\triangle AHB \sim \triangle DHC$.
- Chứng minh : $AC^2 = AB \cdot DC$
- Tứ giác ABDC là hình gì? Vì sao? Tính diện tích của tứ giác ABDC.

Câu 4. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$ và hai đường chéo cắt nhau tại O. Qua B kẻ đường thẳng a vuông góc với BD, a cắt DC kéo dài tại E.

- Chứng minh: $\triangle BCE \sim \triangle DBE$.
- Tính tỉ số $\frac{S_{BCE}}{S_{DBE}}$
- Kẻ đường cao CF của $\triangle BCE$. Chứng minh : $AC \cdot EF = EB \cdot CF$

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao ($H \in BC$).

- Chứng minh: $\triangle AHB \sim \triangle CHA$.
- Trên tia đối của tia AC lấy điểm D, vẽ AE vuông góc với BD tại E. Chứng minh $\triangle AEB \sim \triangle DAB$.

c) Chứng minh $BE.BD = BH.BC$.

d) Chứng minh $BHE = BDC$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, trung tuyến AM.

a) Tính AM biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$.

b) Chứng minh : $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ suy ra $AB^2 = BH.BC$

c) Chứng minh $AK^2 = \frac{AM.HC}{2}$

d) Gọi D là giao điểm của AH và KM. Chứng minh EH, AM và CD đồng quy tại một điểm.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A ,đường cao AH.Từ H kẻ HI vuông góc với AB tại I, HK vuông góc với AC tại K.

a) Chứng minh tứ giác AKHI là hình chữ nhật?

b) Chứng minh tam giác AIK đồng dạng với tam giác ACB suy ra $AI.AB = AK.AC$

c) Chứng minh góc ABK bằng góc ACI?

d) Gọi O là trung điểm của đoạn IK. Từ A vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BO tại R.

Đường thẳng AR cắt cạnh BC tại S.

Chứng minh S là trung điểm của đoạn thẳng HC?

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, AH là đường cao. Kẻ BD là tia phân giác của $\angle ABC$ cắt AH tại I.

a) Chứng minh: $AB^2 = BH.BC$

b) Chứng minh: $AH^2 = BH.CH$

c) Chứng minh: $AB.HI = AD.HB$

d) Chứng minh: $AD^2 = IH.DC$

Câu 9. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A. Có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, vẽ đường cao AH.

a) Chứng minh $\triangle BAC \sim \triangle AHC$

b) Vẽ đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt AH kéo dài tại D.

Chứng minh: $\triangle BAC \sim \triangle ACD$ rồi suy ra $AC^2 = AB.CD$

c) Chứng minh tứ giác ABDC là hình thang vuông. Tính diện tích của ABDC.

d) Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt AC tại E và cắt BD tại F. So sánh HE và HF?

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Vẽ HE vuông góc với AB tại E, vẽ HF vuông góc với AC tại F. Kẻ trung tuyến AD của tam giác ABC.

Chứng minh: EF vuông góc với AD.