

Cho hình chữ nhật ABCD ($AB > CD$), trên AD, BC lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE = CF$.

a) Chứng minh $BE \parallel DF$

b) Gọi O là trung điểm của BD. Chứng minh AC, BD, EF đồng qui tại O.

c) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BD cắt AB tại M cắt CD tại N. Chứng minh MBND là hình thoi.

d) Đường thẳng qua B song song với MN và đường thẳng qua N song song với BD cắt nhau tại K. Chứng minh $AC \perp CK$

Bài 1: (1,5 điểm)

Thu gọn biểu thức sau:

$$(x + 2)(x - 1) + 2(x + 3)^2 - 3(x - 2)(x + 2)$$

Bài 2: (3 điểm)

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 16$

b) $3x + 3y + x^2 - y^2$

c) $x^2 - 8x - 20$

Bài 3: (1 điểm)

Thực hiện phép tính (có đặt phép tính vào bài)

$$(2x^3 + 3x^2 + 4x - 3) : (2x - 1)$$

Bài 4: (1 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$\frac{x+3}{x+1} + \frac{1-2x}{x-1} + \frac{3-x}{x^2-1} \quad (x \neq \pm 1)$$

Bài 5: (0,5 điểm)

Một cửa hàng mở đợt khuyến mãi giảm giá 60% cho tất cả các sản phẩm. Sau thời gian khuyến mãi thì các mặt hàng sẽ bán với giá ban đầu. Nếu khách mua hàng sau đợt giảm giá thì sẽ phải trả thêm bao nhiêu phần trăm so với giá bán đã giảm?

Bài 6: (3 điểm)

Cho tam giác ABC có trung tuyến AM, trên tia AM lấy điểm D sao cho $AM = MD$.

- a) Chứng minh tứ giác ABDC là hình bình hành.
- b) Gọi BK là trung tuyến $\triangle ABC$. Tia KM cắt đoạn BD tại H. Chứng minh M là trung điểm của HK và HA song song KD.
- c) AH và KD cắt BC lần lượt tại E, F. Chứng minh rằng KF vuông góc EK thì $BC = 3AB$.

Bài 1: (1,5 điểm)

Thu gọn biểu thức sau:

$$(x - 2)(x - 1) + 2(x - 3)^2 - (3x - 2)(3x + 2)$$

Bài 2: (3 điểm)

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $25x^2 - 1$

b) $4x - 4y + x^2 - y^2$

c) $x^2 + 6x + 9y^2 - 25$

Bài 3: (1 điểm)

Thực hiện phép tính (có đặt phép tính vào bài)

$$(9x^3 - 12x^2 + 7x - 2) : (3x - 2)$$

Bài 4: (1 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$\frac{2x+3}{2x-3} + \frac{2x-3}{2x+3} + \frac{6x-8x^2-9}{4x^2-9} \quad (x \neq \pm \frac{3}{2})$$

Bài 5: (0,5 điểm)

Một vật rơi tự do ở độ cao 125m so với mặt đất. Quỹ đường rơi S của vật tính theo mét (m) sau thời gian t (giây) được xác định bởi công thức $S = 5t^2$.

- Sau thời gian 2 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?
- Hỏi sau bao lâu thì vật này chạm đất?

Bài 6: (3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Gọi I, M, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, AC.

a) Chứng minh tứ giác AIMK là hình chữ nhật.

b) Trên tia MI lấy điểm E sao cho I là trung điểm của ME. Trên tia MK lấy điểm F sao cho K là trung điểm của MF. Chứng minh $IK \parallel EF$ và $EF = 2IK$.

c) Vẽ AH vuông góc BC tại H. Chứng minh tứ giác IKMH là hình thang cân.