

Bài 32. Hai lớp 9A và 9B có tổng số 80 bạn. Trong đợt quyên góp sách, vở ủng hộ các bạn vùng bị thiên tai, bình quân mỗi bạn lớp 9A ủng hộ 2 quyển, mỗi bạn 9B ủng hộ 3 quyển. Vì vậy cả hai lớp ủng hộ 198 quyển sách, vở. Tính số học sinh mỗi lớp.

Dạng 5. Hình học

Bài 33. Cho đường tròn (O, R) , đường kính AB . Vẽ dây $CD = R$ (C thuộc cung AD). Nối AC và BD cắt nhau tại M .

- a) Chứng minh các tam giác MCD và MBA đồng dạng, tính tỉ số đồng dạng.
- b) Cho $\widehat{ABC} = 30^\circ$, tính độ dài cung nhỏ AC và diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AC và cung nhỏ AC .
- c) Khi $CD \parallel AB$, hãy tính diện tích tam giác MCD theo R .

Bài 33.1. Cho đường tròn (O, R) , đường kính BC . Gọi A là điểm chính giữa cung BC . Điểm M thuộc đoạn BC . Kẻ $ME \perp AB, MF \perp AC, MN \perp EF$ tại N .

- a) Chứng minh 5 điểm A, E, O, M, F thuộc đường tròn;
- b) Chứng minh $BE \cdot BA = BO \cdot BM$;
- c) Tiếp tuyến của đường tròn (O, R) tại A cắt MF tại K . Chứng minh $BE = KF$
- d) Khi M di chuyển trên BC , chứng minh MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 34. Cho nửa đường tròn (O, R) , đường kính AB . Điểm M thuộc nửa đường tròn. Gọi H là điểm chính giữa cung AM . Tia BH cắt AM tại I . Tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A cắt BH tại K . Nối AH cắt BM tại E .

- a) Chứng minh tam giác BAE cân
- b) Chứng minh $KH \cdot KB = KE^2$;
- c) Đường tròn tâm B , bán kính BA cắt AM tại N . Chứng minh tứ giác $BIEN$ nội tiếp
- d) Tìm vị trí của M để $\widehat{MKA} = 90^\circ$

Bài 34.1. Cho nửa đường tròn (O, R) , đường kính AB . Gọi C là điểm chính giữa cung AB . Điểm M thuộc cung AC . Hạ $MH \perp AB$, AC cắt MH tại K ; MB cắt AC tại E . Hạ $EI \perp AB$ tại I .

- a) Chứng minh các tứ giác $BHKC$ và $AMEI$ là các tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $AK \cdot AC = AM^2$
- c) Cho $R = 5\text{cm}$, tính giá trị của tổng $S = AE \cdot AC + BE \cdot BM$
- d) Cmr khi M chuyển động trên cung AC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IMC thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 34.2. Cho nửa đường tròn (O, R) , đường kính AB . Kẻ hai tiếp tuyến Ax và By trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB có chứa nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt Ax và By lần lượt tại C, D .

- a) Chứng minh tam giác COD vuông
- b) Chứng minh $CD = AC + BD$
- c) AM và BM cắt OC và OD lần lượt tại E, F. Tứ giác DEMF là hình gì? Vì sao?
- d) Gọi I là giao điểm của OM và EF. Khi M thay đổi trên nửa đường tròn (O) thì điểm I chuyển động trên đường nào?

Bài 35. Cho tam giác ABC vuông tại C. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AC cắt AB tại D. Gọi M là điểm chính giữa cung nhỏ CD. Nối AM cắt BC tại N. Nối DM cắt BC tại E. Tia phân giác của góc MAD cắt BC tại I, cắt MD tại K.

- a) Chứng minh tứ giác BDMN nội tiếp
- b) Chứng minh tam giác EIK cân
- c) Chứng minh $MN \cdot AB = MC \cdot NB$

Bài 35.1. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn (O, R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi I là trung điểm của BC. Nối A với I cắt OH tại G.

- a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp
- b) Tính độ dài đoạn EF nếu $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và $BC = 20\text{cm}$.
- c) Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC
- d) Cmr khi A chuyển động trên cung lớn BC sao cho tam giác BAC có 3 góc nhọn thì đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 35.2. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O, R). Kẻ đường kính AD cắt BC tại H. Gọi M là một điểm trên cung nhỏ AC. Hạ $BK \perp AM$ tại K. Đường thẳng BK cắt CM tại E.

- a) Chứng minh 4 điểm A, B, H, K thuộc một đường tròn;
- b) Chứng minh tam giác MBE cân tại M
- c) Tia BE cắt đường tròn (O, R) tại N ($N \neq B$). Tính độ dài cung nhỏ MN theo R
- d) Tìm vị trí của M để tam giác BME có chu vi lớn nhất.

Bài 36. Cho đường tròn tâm O. Điểm A cố định ở ngoài đường tròn (O). Qua A kẻ một cát tuyến d cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Tiếp tuyến AM, AN tiếp xúc với (O) tại M, N. Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng qua B và song song với MA cắt MN tại E.

- a) Chứng minh $AM^2 = AB \cdot AC$
- b) Chứng minh tứ giác OMAN và IMAN nội tiếp
- c) Chứng minh $IE // MC$
- d) Khi d quay quanh A thì trọng tâm G của tam giác ABC chạy trên đường nào?

Bài 37. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). P là điểm chính giữa cung AB (phần không chứa điểm C, D). Hai dây PC và PD lần lượt cắt dây AB tại E, F. Các dây AD, PC kéo dài cắt nhau tại I. Các dây BC, PD kéo dài cắt nhau tại K. CMR:

- a) $\widehat{CID} = \widehat{CKD}$
- b) Tứ giác CDFE nội tiếp được một đường tròn.
- c) $IK // AB$.
- d) PA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác FAD

Bài 38. Cho tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (O, R). Gọi D, E là các tiếp điểm trên AB, AC. Tia OA cắt đường tròn (O) tại I.

- a) Chứng minh ADOE là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADOE
- c) Tính độ dài cung nhỏ DE của đường tròn (O)
- d) Tính diện tích hình giới hạn bởi các đoạn thẳng AD, AE và cung nhỏ DE nói trên.