

e) Cho B, C cố định, A di chuyển trên cung lớn BC. Chứng minh: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF không đổi.

Bài 4. Cho đường tròn (O;R) đường kính BC, A là một điểm trên đường tròn (A khác B và C). Kẻ AH vuông góc BC (H thuộc BC). Đường tròn tâm (I) đường kính AH cắt AB, AC và đường tròn (O) lần lượt tại D, E, F.

- a) Chứng minh $AH = DE$.
- b) Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp.
- c) Chứng minh OA vuông góc DE.
- d) AF cắt BC tại S. Chứng minh S, D, E thẳng hàng.
- e) Cho số cung $AB = 60^\circ$. Tính diện tích tứ giác BDCE theo R.

f) Kẻ AM là phân giác của góc BAC (M thuộc BC). CMR: $\frac{\sqrt{2}}{AM} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$

Bài 5. Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Gọi I là điểm cố định trên OB. Lấy điểm C nằm trên đường tròn (O) sao cho $CA > CB$. Dựng đường thẳng d vuông góc AB tại I cắt BC tại E, cắt AC tại F.

- a) Chứng minh tứ giác AICE nội tiếp.
- b) Chứng minh $IE \cdot IF = IA \cdot IB$
- c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF cắt AE tại N. Chứng minh N thuộc đường tròn (O;R).

d) Gọi M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF. Chứng minh rằng khi C di chuyển trên đường tròn (O) thì M luôn thuộc đường thẳng cố định.

Bài 6. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O;R). Kẻ đường cao AD và đường kính AM. Hạ BE và CF cùng vuông góc với AM.

- a) Chứng minh tứ giác ABDE và ACFD nội tiếp đường tròn.
- b) Chứng minh $DF \parallel BM$.
- c) Cho $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $R = 6\text{cm}$. Tính diện tích hình quạt giới hạn bởi OC, OM và cung nhỏ CM.

d) Cho BC cố định, A chuyển động trên cung lớn BC sao cho ΔABC có ba góc nhọn. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là một điểm cố định.

Bài 7. Cho đường tròn (O;R) và điểm M nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC tới (O) (B, C là tiếp điểm) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A, AC cắt Mx tại I. Vẽ đường kính BD. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc BD cắt MC, DC lần lượt tại K và E.

- a) Chứng minh: tứ giác MOIC nội tiếp.
- b) Chứng minh: OI vuông góc Mx.
- c) Tính ME?
- d) Cho $OM = 2R$. Khi M di chuyển thì K di chuyển trên đường nào?

Bài 8. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, C là một điểm trên nửa đường tròn ($CA < CB$). Gọi D là hình chiếu của C trên AB. Trên CD lấy E, AE cắt nửa đường tròn tại F.

- a) Chứng minh: BDEF là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh $AC^2 = AE.AF$
c) Tính $AE.AF + BD.BA$ theo R.
d) Khi điểm E di chuyển trên CD thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CEF di chuyển trên đường nào? Vì sao?

C. MỘT SỐ BÀI TOÁN THAM KHẢO

Bài 1. Giải các phương trình sau

- a) $\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{x - x^2 + 1} = x^2 - x + 2$
b) $x^2 - 5x + 14 = 4\sqrt{x+1}$
c) $\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x} = \sqrt{x^2 - 8x + 24}$
d) $x^2 + 2x + 2 = (2x+1)\sqrt{x+1}$
e) $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$

Bài 2. Cho $x > 0$. Tìm GTNN của biểu thức A: $A = 4x + \frac{1}{4x} - \frac{4\sqrt{x} + 3}{x+1} + 2016$

Bài 3. Cho $x, y > 0$. Tìm GTLN của biểu thức B: $B = \frac{x+y}{\sqrt{x(3x+y)} + \sqrt{y(3y+x)}}$

Bài 4. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm GTNN của biểu thức A sau:

$$A = \sqrt{a^2 + ab + b^2} + \sqrt{b^2 + bc + c^2} + \sqrt{a^2 + ac + c^2}$$

: