a) Chứng minh các tứ giác BHMK, CHMI nội tiếp đường tròn
b) Chứng minh $MH^2 = MI.MK$
c) Qua M vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt AB, AC tại P, Q. Chứng minh chu vi ΔAPQ không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

Bài 38: Cho (O) có đường kính BC. Gọi A là một điểm thuộc cung BC $\left(\overset{\frown}{AB} < \overset{\frown}{AC}\right)$. D là điểm thuộc bán kính OC. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC ở E, cắt tia BA ở F.

a) Chứng minh tứ giác ADCF nội tiếp
b) Gọi M là trung điểm của EF. Chứng minh $\widehat{AME} = 2\widehat{ACB}$
c) Chứng minh AM là tiếp tuyến của (O)
d) Tính diện tích hình giới hạn bởi các đoạn thẳng BC, BA và cung nhỏ AC của (O) biết BC = 8cm; $\widehat{ABC} = 60^o$.

Bài 39: Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R và một điểm M di chuyển trên nửa đường tròn. Người ta vẽ đường tròn tâm E tiếp xúc với (O) tại M và tiếp xúc với AB tại N. Đường tròn này cắt MA, MB lần lượt tại các điểm thứ hai C, D.

a) Chứng minh CD // AB
b) Chứng minh MN là tia phân giác của $\widehat{AMB}$ và đường thẳng MN đi qua một điểm K cố định.
c) Chứng minh tích KM.KH cố định
d) Gọi giao điểm của các tia CN, DN với KB, KA lần lượt là C', D'. Tìm vị trí của M để chu vi $\Delta NC'D'$ đạt giá trị nhỏ nhất có thể được.

Bài 40: Cho đường tròn đường kính AB, các điểm C, D ở trên đường tròn sao cho C, D không ằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB đồng thời AD > AC. Gọi các điểm chính giữa các cung AC, AD lần lượt là M, N. Giao điểm của MN với AC, AD lần lượt là H, I. Giao điểm của MD với CN là K.

a) CMR: ΔNKD và ΔMAK cân
b) CMR: tứ giác MCKH nội tiếp được. Suy ra KH // AD
c) So sánh các góc $\widehat{CAK}$ với góc $\widehat{DAK}$
d) Tìm một hệ thức giữa số đo cung AC, số đo cung AD là điều kiện cần và đủ để AK // ND.

Bài 41: Cho (O_1) và (O_2) tiếp xúc ngoài với nhau tịa điểm A và tiếp tuyến chung Ax. Một đường thẳng d tiếp xúc với (O_1), (O_2) lần lượt tại B, C và cắt Ax tại điểm M. Kẻ các đường kính BO_1D, CO_2E

a) Chứng minh M là trung điểm BC
b) Chứng minh ΔO_1MO_2 vuông
c) Chứng minh B, A, E thẳng hàng; C, A, D thẳng hàng

d) Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp ΔIO_1O_2 tiếp xúc với d.

Bài 42: Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Lấy một điểm M trên tia đối của tia BA, kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB

a) Chứng minh rằng các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn
b) Đoạn OM cắt đường tròn tại I. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp ΔMCD
c) Đường thẳng qua O, vuông góc với OM cắt các tia MC, MD thứ tự tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác MPQ bé nhất.

Dạng 7: Một số bài toán nâng cao

Bài 43: Giả thiết $a \ge 6$. Xác định giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \sqrt{a + 2\sqrt{3a-9}} + \sqrt{a - 2\sqrt{3a-9}}$$

Bài 44: Cho a, b, c > 0 và $a + b + c < 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2 + 2bc} + \frac{1}{b^2 + 2ca} + \frac{1}{c^2 + 1ab} \ge 9$$

Bài 45: Cho $x \ge 0; y \ge 0$ thỏa mãn $2\sqrt{x} - \sqrt{y} = 1$. Chứng minh rằng $x + y \ge \frac{1}{5}$

Bài 46: Giải phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^4 + x^2 + x + 1} = 1 + \sqrt{x^4 - 1}$

Bài 47: Giải phương trình $\sqrt{2x+1} + \sqrt{7-2x} = 4x^2 - 12x + 13$

Bài 48: Cho biểu thức $A = \frac{8-x}{2+\sqrt[3]{x}} : \left(2 + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{2+\sqrt[3]{x}}\right) + \left(\sqrt[3]{x} + \frac{2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-2}\right) . \frac{\sqrt[3]{x^2} - 4}{\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x}}$. Với $x \ne 8,\ x \ne -8,\ x \ne 0,$ chứng minh giá trị của A không phụ thuộc vào x.

Bài 49: Cho $x = \frac{1}{3}.\left(\sqrt[3]{\frac{23+\sqrt{513}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{23-\sqrt{513}}{4}} - 1\right)$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = 2x^2 + 2x^2 + 1$$

Bài 50: Cho $x = \left(\sqrt{3}+1\right)\sqrt[3]{6\sqrt{3}-10} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$, tính giá trị biểu thức $A = \frac{x^4 - 4x^2 + 3}{x^{1999}}$

Bài 51: Giải hệ phương trình

a) $\begin{cases} a + xy + y = 1 \\ y + yz + z = 3 \\ z + zx + x = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 - 4xy + 4z^2 + 12 = 0 \\ y^2 - 4yz + x^2 - 12 = 0 \\ 16z^2 - 8xz + 4y^2 = 0 \end{cases}$

Bài 52: Cho a, b, c > 0, chứng minh rằng:

$$\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}\ge 4\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right)$$

Bài 53: Giải phương trình $\left(\sqrt{x+8}-\sqrt{x+3}\right)\left(\sqrt{x^2+11x+24}+1\right)=5$

Bài 54: Cho hai phương trình $x^2+a_1x+b_1=0$ (1), $x^2+a_2x+b_2=0$ (2). Cho biết $a_1a_2>2\left(b_1+b_2\right)$. Chứng minh ít nhất một trong hai phương trình đã cho có nghiệm.

Bài 55: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $y=\dfrac{x^2+x+1}{x^2+2x+2}$

Bài 56: Giải phương trình $x^2+3x+1=\left(x+3\right)\sqrt{x^2+1}$

hoc360.net