

**Bài 4:** Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định, xy là tiếp tuyến tại B với đường tròn, CD là một đường kính bất kì. Gọi giao điểm của AC, AD với xy theo thứ tự là M, N

- Chứng minh MCDN là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh  $AC \cdot AM = AD \cdot AN$
- Kẻ  $AH \perp CD$  tại H, cắt MN tại K. Chứng minh K là trung điểm của MN.
- Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. Chứng minh rằng khi đường kính CD quay quanh tâm O thì điểm I chuyển động trên một đường thẳng.

**Bài 5:** Cho nửa đường tròn tâm (O; R), đường kính AB. Gọi M là điểm tùy ý trên nửa đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến d tại M của nửa đường tròn cắt trung trực đoạn thẳng AB tại I. Đường tròn tâm I bán kính IO cắt d tại P, Q (P là điểm nằm trong  $\widehat{AOM}$ ).

- Chứng minh các tia AP, BQ tiếp xúc với nửa đường tròn đã cho
- Gọi H là giao điểm của OP và AM, K là giao điểm của OQ và BM. Chứng minh tứ giác PHKQ là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh  $R^2 = AP \cdot BQ$
- Xác định vị trí của điểm M để bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác PHKQ là nhỏ nhất

### C. MỘT SỐ ĐỀ THAM KHẢO

#### ĐỀ SỐ 1

**Bài I (2,5 điểm):** Cho biểu thức  $A = \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{x-5}{x+2\sqrt{x}-3}$

- Rút gọn A
- Tính giá trị của A khi  $x = 3 - 2\sqrt{2}$
- Giả sử  $A = \sqrt{2}$ . Chứng minh rằng  $\sqrt{x} - \sqrt{2}$  là số nguyên

**Bài II (2 điểm):** Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Một ca nô chạy xuôi dòng và ngược dòng trên sông với vận tốc riêng không đổi. Nếu ca nô xuôi dòng trong 1 giờ rồi ngược dòng trong 2 giờ thì được tổng cộng 126km. Nếu ca nô xuôi dòng trong 1 giờ rồi và ngược dòng trong 1 giờ rồi thì được tất cả 129km. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc dòng nước.

**Bài III (1,5 điểm):** Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi  $m = 2$
- Tìm số nguyên m để hệ có nghiệm duy nhất (x; y) mà  $x > 0$ ;  $y < 0$ .

**Bài IV (3,5 điểm):** Cho đường tròn  $(O; R)$  và dây  $AB$  cố định ( $AB < 2R$ ),  $C$  là điểm di động trên cung lớn  $AB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm chính giữa cung  $AC, AB$ . Gọi giao điểm của  $MN$  với  $AC$  là  $H$ , giao điểm của  $BM$  với  $CN$  là  $K$ .

- 1) Chứng minh tứ giác  $HKCM$  là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh tam giác  $\triangle CKM$  cân
- 3) Chứng minh  $K$  cách đều các cạnh của  $\triangle ABC$
- 4) Xác định vị trí của điểm  $C$  để tứ giác  $AKBN$  có diện tích lớn nhất.

**Bài V (0,5 điểm):** Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$  cố định,  $C$  là điểm chuyển động trên đường tròn ( $C$  khác  $A$  và  $B$ ). Chứng minh rằng trọng tâm  $G$  của  $\triangle ABC$  luôn chuyển động trên một đường tròn cố định.

ĐỀ SỐ 2

**Bài I (2,5 điểm):** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left( \frac{2}{x} - \frac{2-x}{x(\sqrt{x}+1)} \right)$

- Rút gọn biểu thức P
- Tìm các giá trị của x để  $P > 0$
- Tính giá trị của biểu thức P khi  $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{P}$

**Bài II (2 điểm):** Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai trường A và B có 420 học sinh thi đỗ vào 10, đạt tỉ lệ là 84%. Riêng trường A tỉ lệ đỗ là 80%. Riêng trường B tỉ lệ đỗ là 90%. Tính số học sinh dự thi của mỗi trường.

**Bài III (1,5 điểm):** Cho parabol (P):  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

- Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ
- A, B là hai giao điểm của (P) và (d). Tính diện tích  $\Delta OAB$

**Bài IV (3,5 điểm):** Cho đường tròn (O; R) đường kính AB, điểm F cố định nằm trên tia đối của tia AB và C là điểm thay đổi trên đường tròn sao cho  $CA < CB$ . Nối FC cắt (O) tại điểm thứ hai D (C nằm giữa F và D). Các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại I, các đường thẳng AC và BD cắt nhau tại E. Đường tròn đường kính BI cắt AB tại H ( $H \neq B$ ).

Chứng minh rằng:

- Tứ giác ICED nội tiếp được trong một đường tròn
- Ba điểm H, I, E thẳng hàng
- $FC \cdot FD + AE \cdot AC + BD \cdot BE$  không phụ thuộc vào vị trí của điểm C
- Khi A là trung điểm của FO. Chứng tỏ H là trung điểm của AO

**Bài V (0,5 điểm):** Tìm điểm M trên đường thẳng  $2x + 3y = 13$  sao cho khoảng cách đến gốc tọa độ là nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 3

**Bài I (2 điểm):** Cho biểu thức  $P = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$

- Rút gọn biểu thức P
- Tìm các giá trị của x để  $P < 1$
- Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P có giá trị nguyên.

**Bài II (2 điểm):** Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 15 giờ thì xong. Nếu người thợ thứ nhất làm 4 giờ và người thợ thứ hai làm 6 giờ thì họ làm được  $\frac{7}{20}$  công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong?

**Bài III (1,5 điểm):** Cho phương trình  $x^2 - 2mx - 1 = 0$  (m là tham số)

- Giải phương trình với  $m = \sqrt{2}$
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

**Bài IV (4 điểm):** Cho đường tròn tâm O, đường kính AB cố định. Một điểm I nằm giữa A và O sao cho  $AI = \frac{2}{3}AO$ . Kẻ dây  $MN \perp AB$  tại I. Gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối A với C cắt MN tại E.

- Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp được trong một đường tròn
- Chứng minh  $\triangle AME$  đồng dạng với  $\triangle ACM$  và  $AM^2 = AE.AC$
- Chứng minh  $AE.AC - AI.IB = AI^2$
- Hãy xác định vị trí của điểm C để khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle CME$  là nhỏ nhất.

**Bài V (0,5 điểm):** Cho a, b là các số dương có tích bằng 1. Chứng minh rằng

$$a + b + \frac{1}{a+b} \geq \frac{5}{2}.$$

ĐỀ SỐ 4 (Đề thi giữa kì II – Năm học: 2015 – 2016)

**Bài I (2 điểm):** Cho biểu thức  $P = \frac{x - \sqrt{x} + 3}{x + \sqrt{x} - 6} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x} - 3}{2 - \sqrt{x}}$

- Rút gọn và tìm ĐKXD của biểu thức P
- Tìm giá trị của P với  $x = 20 - 6\sqrt{11}$
- So sánh P với  $\frac{1}{3}$

**Bài II (2 điểm):** ) : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Có một mảnh vườn hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 8m và giảm chiều rộng đi 3m thì diện tích mảnh vườn giảm đi  $54m^2$ . Nếu giảm chiều dài đi 4m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm  $32m^2$ . Hãy tính diện tích của mảnh vườn đó.

**Bài III (2 điểm):** Cho phương trình  $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m - 6 = 0$  (m là tham số)

- Giải phương trình với  $m = -5$
- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m
- Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  thỏa mãn  $-5 < x_1 < x_2 < 5$

**Bài IV (4 điểm):** Cho ba điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn (O; R) đi qua B và C sao cho  $BC < 2R$ . Từ A vẽ hai tiếp tuyến AD và AE với (O) (với D và E là hai tiếp điểm).

- Chứng minh tứ giác ADOE nội tiếp
- Gọi M là trung điểm của BC và I là trung điểm của DE. Chứng minh M thuộc đường tròn  $(O_1)$  ngoại tiếp tứ giác ADOE và  $OA \perp DE$  tại I.
- Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng OM và DE. Chứng minh  $OM \cdot ON = R^2$
- Chứng minh NB và NC là các tiếp tuyến của đường tròn (O)
- Chứng minh rằng khi (O; R) thay đổi nhưng luôn đi qua hai điểm B và C thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.