

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Thu gọn biểu thức: $A = \frac{(5+2\sqrt{6})(49-20\sqrt{6})\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}}$

Bài giải chi tiết:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(5+2\sqrt{6})(49-20\sqrt{6})\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5+2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5+2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5-2\sqrt{6}} (49-20\sqrt{6})}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{\sqrt{3}^2+2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}+\sqrt{2}^2} \cdot \sqrt{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} (49-20\sqrt{6})}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} \cdot 1 \cdot (49-20\sqrt{6})}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(49-20\sqrt{6})}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}} \\ &= \frac{49\sqrt{3}-60\sqrt{2}+49\sqrt{2}-40\sqrt{3}}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}} \\ &= \frac{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}}{9\sqrt{3}-11\sqrt{2}} = 1 \end{aligned}$$

Câu 2: Bảng cước phí dịch vụ MobiCard (đã bao gồm thuế VAT) quy định rằng: nếu gọi 6 giây đầu thì tính cước 118 đồng, còn kể từ sau giây thứ 6 trở đi, họ tính thêm 19,5 đồng cho mỗi giây.

- Hãy viết hàm số biểu thị số tiền phải trả khi gọi trên 6 giây.
- Hỏi bạn An gọi bao lâu mà bạn trả 2419 đồng.

Bài giải chi tiết:

a)

• Gọi x là số giây gọi tính từ giây thứ 6 trở đi.

• Theo đề bài: kể từ sau giây thứ 6 trở đi, họ tính thêm 19,5 đồng cho mỗi giây, do đó số tiền phải trả khi gọi x giây là: 19,5.x (đồng)

• Hàm số biểu thị số tiền phải trả khi gọi trên 6 giây là: $y = 118 + 19,5x$

b)

• Do số tiền bạn An phải trả là 2419 đồng > 118 đồng nên thời gian gọi của bạn An là trên 6 giây, ta có phương trình:

$$118 + 19,5x = 2419$$

$$\Leftrightarrow 19,5x = 2419 - 118$$

$$\Leftrightarrow 19,5x = 2301$$

$$\Leftrightarrow x = 118$$

• Thời gian bạn An gọi là: $118 + 6 = 124$ (giây)

Câu 3: Bạn An cắt một tấm bìa hình tam giác có một góc bằng 60° . Bạn An muốn cắt tiếp một tấm bìa hình tròn nội tiếp trong tam giác đó. Em hãy chỉ bạn An cách tính bán kính đường tròn đó theo ba cạnh tam giác.

Bài giải chi tiết:

• Gọi M, N, P lần lượt là điểm tiếp xúc của các cạnh AB, AC, BC với đường tròn (O).

• Gọi r là bán kính đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC.

• Giả sử: $\widehat{ABC} = 60^\circ$

• AB, AC, BC là các tiếp tuyến của đường tròn (O)
 $\Rightarrow AB \perp OM, AC \perp ON, BC \perp OP$

• Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

$$BM = BP, AM = AN, CN = CP$$

$$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 = \frac{\widehat{B}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

• Xét tam giác BPO vuông tại P, ta có: $\tan \widehat{B}_2 = \frac{OP}{BP} = \frac{r}{BP} \Rightarrow BP = \frac{r}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}r$

$$\Rightarrow BM = BP = \sqrt{3}r$$

• Ta có: $AM = AN = AB - BM = AB - \sqrt{3}r$

$$CP = CN = BC - BP = BC - \sqrt{3}r$$

$$AC = AN + NC = AB - \sqrt{3}r + BC - \sqrt{3}r = AB + BC - 2\sqrt{3}r$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}r = AB + BC - AC$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{AB + BC - AC}{2\sqrt{3}}$$

• Vậy bạn An có thể tính bán kính đường tròn đó theo ba cạnh tam giác theo công thức:

$$r = \frac{AB + BC - AC}{2\sqrt{3}}$$

Câu 4: Radar của một máy bay trực thăng theo dõi chuyển động của một ô tô trong 10 phút, phát hiện

rằng vận tốc v của ô tô thay đổi phụ thuộc vào thời gian bởi công thức: $v = 3t^2 - 30t + 135$ (t tính bằng phút, v tính bằng km/h).

a) Tính vận tốc của ô tô khi t = 5 phút.

b) Tính giá trị của t khi vận tốc ô tô bằng 120 km/h (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài giải chi tiết:

a)

• Khi t = 5 phút, thế vào công thức $v = 3t^2 - 30t + 135$, ta được:

$$v = 3.5^2 - 30.5 + 135 = 60 \text{ (km/h)}$$

b)

• Khi v = 120 (km/h), thế vào công thức $v = 3t^2 - 30t + 135$, ta được:

$$120 = 3t^2 - 30t + 135$$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - 30t + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 10t + 5 = 0 \quad (a = 1, b' = -5, c = 5)$$

$$\Delta' = b'^2 - ac = (-5)^2 - 1 \cdot 5 = 20$$

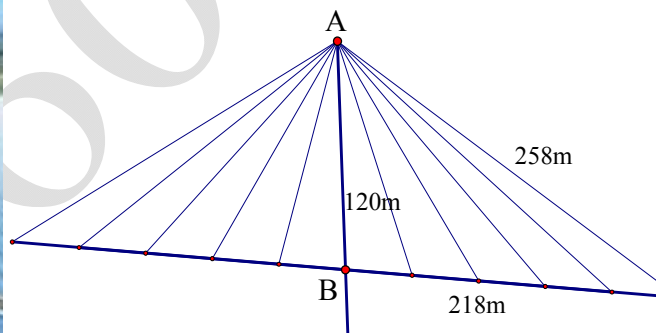
$$\sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{5}$$

$$t_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-5) + 2\sqrt{5}}{1} \approx 9,47$$

$$t_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-(-5) - 2\sqrt{5}}{1} \approx 0,53$$

• Do radar của máy bay trực thăng theo dõi chuyển động của ô tô trong 10 phút $\Rightarrow 0 < t < 10$, nên cả hai giá trị của t tìm được ở trên đều thỏa mãn.

Câu 5: Cầu Vàm Cống bắc ngang qua sông Hậu nối liền hai tỉnh Cần Thơ và Đồng Tháp thiết kế theo kiểu dây giăng như hình vẽ. Chiều cao từ sàn cầu đến đỉnh trụ đỡ $AB = 120\text{m}$, dây giăng $AC = 258\text{m}$, chiều dài sàn cầu từ B đến C là 218m . Hỏi góc nghiêng của sàn cầu BC so với mặt nằm ngang là bao nhiêu độ? (Giả thiết xem như trụ đỡ AB thẳng đứng).



Bài giải chi tiết:

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên trụ đỡ AB.
- Đặt : $BH = x$ ($x > 0$, m)
- Tam giác AHC vuông tại H, áp dụng định lý Pitago, ta có:

$$\begin{aligned} HC^2 - AC^2 - AH^2 &= AC^2 - (AB + BH)^2 \\ &= 258^2 - (120 + x)^2 \end{aligned}$$

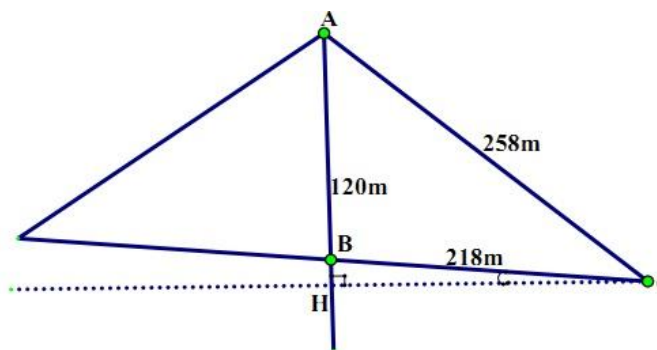
(1)

- Tam giác BHC vuông tại H, áp dụng định lý Pitago, ta có:

$$HC^2 = BC^2 - BH^2 = 218^2 - x^2$$

(2)

- Từ (1) và (2) suy ra:



$$258^2 - (120 + x)^2 = 218^2 - x^2$$

$$\Leftrightarrow 258^2 - (120^2 + 240x + x^2) = 218^2 - x^2$$

$$\Leftrightarrow 258^2 - 120^2 - 218^2 = 240x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{58}{3}$$

- Xét tam giác vuông BHC ta có:

$$\sin \widehat{BCH} = \frac{BH}{BC} = \frac{58}{3 \cdot 218} = \frac{29}{327} \Rightarrow \widehat{BHC} = 5^\circ 5' 16''$$

- Vậy góc nghiêng BC so với mặt nằm ngang là $5^\circ 5' 16''$

Câu 6: (Trích đề thi học kì 1 toán 9 huyện Hóc Môn năm 2017)

(Black Friday) 24/11/2017, ngày siêu giảm giá không chỉ diễn ra ở Mỹ mà còn là ngày hội bán hàng của các doanh nghiệp ở Việt Nam. Để chuẩn bị cho ngày này, cửa hàng Hoàng Ân đã dành một số áo và giảm giá 50% cho mọi sản phẩm. Sau đây là cách chọn size áo (cỡ áo) của nữ theo thông số cân nặng và chiều cao :

Chiều cao	1,48m – 1,53m	1,53m – 1,55m	1,53m – 1,58m	1,55m – 1,62m	1,55m – 1,66
Cân nặng	38kg – 43kg	43kg – 46kg	46kg – 53kg	53kg – 57kg	57kg – 66kg
Chọn size	S	M	L	XL	XXL

Tổng số áo có size S và size M là 390 áo đã được bán hết và có tỉ lệ bán lần lượt là 60% và $\frac{3}{8}$ trên tổng số áo đã bán của ngày 24/11/2017. Hỏi số áo đã bán của ngày thứ sáu đen 24/11/2017 của cửa hàng Hoàng Ân là bao nhiêu áo?

Bài giải chi tiết:

**Cách 1:*

- Gọi: x là số áo size S đã bán được.
y là số áo size M đã bán được.
a là tổng số áo đã bán của ngày thứ sáu đen 24/11/2017 của cửa hàng

Hoàng Ân.

(điều kiện: $a, x, y \in \mathbb{N}^*$, $a > x$, $a > y$)

- Do tổng số áo có size S và size M là 390 áo , nên ta có phương trình:
 $x + y = 390$ (1)

- Size S có tỉ lệ bán là 60% tổng số áo $\Rightarrow x = 60\% \cdot a \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}a$

- Size M có tỉ lệ bán là $\frac{3}{8}$ tổng số áo $\Rightarrow y = \frac{3}{8}a$

- Thế $x = \frac{3}{5}a$, $y = \frac{3}{8}a$ vào phương trình (1), ta được:

$$\frac{3}{5}a + \frac{3}{8}a = 390 \Leftrightarrow \frac{39}{40}a = 390 \Leftrightarrow a = 390 : \frac{39}{40} \Leftrightarrow a = 400 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy: Tổng số áo đã bán của ngày thứ sáu đen 24/11/2017 của cửa hàng Hoàng Ân là 400 cái áo.

*Cách 2:

- Size S có tỉ lệ bán là $60\% = \frac{3}{5}$ tổng số áo, Size M có tỉ lệ bán là $\frac{3}{8}$ tổng số áo

⇒ phân số thể hiện tổng số áo size S và size M so với tổng áo đã bán là:

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{8} = \frac{39}{40}$$

• Vậy tổng số áo đã bán của ngày thứ sáu đen 24/11/2017 của cửa hàng Hoàng Ân là:

$$390 : \frac{39}{40} = 400 \text{ (cái áo)}$$

Câu 7: Có hai lọ đựng nước muối với nồng độ 5% và 40%. Hỏi cần phải lấy mỗi loại bao nhiêu gam để pha ra được 140g nước muối với nồng độ 30%?

Bài giải chi tiết:

- Gọi: x là khối lượng nước muối 5% đem pha ($0 < x < 140$, gam)

y là khối lượng nước muối 40% đem pha ($0 < y < 140$, gam)

- Khối lượng muối có trong x gam nước muối 5% là: $5\%.x = 0,05x$ (gam)

- Khối lượng muối có trong y gam nước muối 40% là: $40\%.y = 0,4y$ (gam)

• Do sau khi pha hai lọ nước muối trên (lọ có nồng độ 5% và lọ có nồng độ 40%) với nhau ta thu được 140 gam nước muối, nên ta có phương trình: $x + y = 140$ (1)

- Tổng khối lượng muối sau khi pha: $0,05x + 0,4y$ (gam)

- Khối lượng muối có trong 140g nước muối nồng độ 30% là: $30\%.140 = 42$

(gam)

- Ta có phương trình: $0,05x + 0,4y = 42$ (2)

- Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ 0,05x + 0,4y = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 140 - x \\ 0,05x + 0,4(140 - x) = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 140 - x \\ 0,05x + 0,4x + 56 = 42 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 140 - x \\ -0,35x = -14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 140 - 40 = 100 \\ x = 40 \end{cases} \text{ (t/m)}$$

Vậy: Cần lấy 40gam nước muối nồng độ 5% pha với 100gam nước muối nồng độ 40% để được 140 gam nước muối nồng độ 30%.

Câu 8: Hai người đi xe đạp cùng khởi hành một lúc ở cùng một chỗ, người thứ nhất đi về phía Bắc, người thứ hai đi về phía Đông. Sau 2 giờ họ cách nhau 60km theo đường chim bay. Biết vận tốc của người thứ nhất lớn hơn vận tốc của người thứ hai là 6km/h.

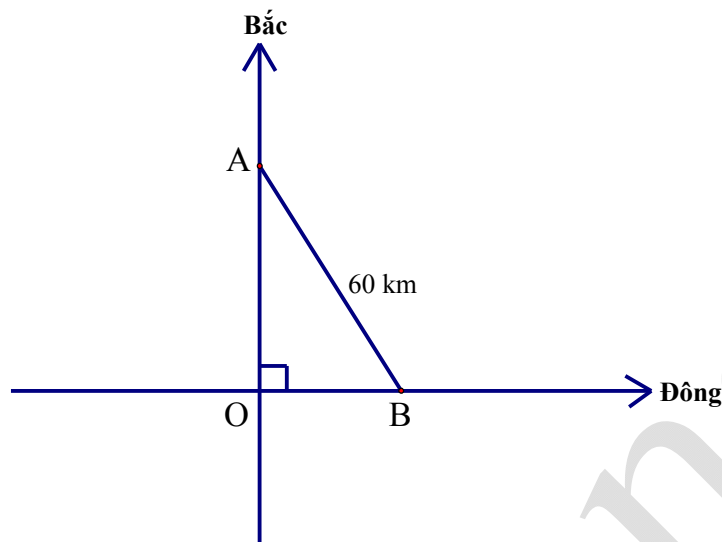
- a) Tính vận tốc của mỗi người?

b) Sau đó, họ tiếp tục đi thêm 1 giờ nữa (theo hướng như lúc đầu) thì sau khi đi thêm 1 giờ, khoảng cách theo đường chim bay giữa hai người khi đó là bao nhiêu?

Bài giải chi tiết:

a)

- Ta biểu diễn đường đi của hai người như trên hình vẽ.



- OA là quãng đường người thứ nhất đi được sau 2 giờ.
- OB là quãng đường người thứ hai đi được sau 2 giờ.
- Hai người cùng xuất phát ở O và $AB = 60\text{km}$
- Gọi x là vận tốc của người thứ hai ($x > 0$, km/h)
 \Rightarrow vận tốc của người thứ nhất là: $x + 6$ (km/h)
- Quãng đường người thứ nhất đi được sau 2 giờ: $OA = 2 \cdot (x + 6)$ (km)
- Quãng đường người thứ hai đi được sau 2 giờ: $OB = 2x$ (km)
- Xét tam giác vuông OAB, áp dụng định lý Pitago ta có:

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= OA^2 + OB^2 \\
 \Rightarrow 60^2 &= [2(x + 6)]^2 + (2x)^2 \\
 \Leftrightarrow 3600 &= 4x^2 + 48x + 144 + 4x^2 \\
 \Leftrightarrow 8x^2 + 48x - 3456 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 432 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 18x + 24x - 432 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x(x - 18) + 24(x - 18) &= 0 \\
 \Leftrightarrow (x - 18)(x + 24) &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 18 = 0 \\ x + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \quad (n) \\ x = -24 \quad (l) \end{cases}
 \end{aligned}$$

- Vậy Vận tốc của người thứ hai là 18 km/h

Vận tốc của người thứ nhất là $18 + 6 = 24$ km/h

b)

- Quãng đường người thứ nhất đi được sau $2 + 1 = 3$ giờ là: $3 \cdot 24 = 72$ km
- Quãng đường người thứ hai đi được sau 3 giờ: $3 \cdot 18 = 54$ km
- Khoảng cách theo đường chim bay giữa hai người khi đó là: $\sqrt{72^2 + 54^2} = 90$ km

Câu 9: Ba tổ công nhân A, B, C có tuổi trung bình theo thứ tự là 37, 23, 41. Tuổi trung bình của hai tổ là A và B là 29, tuổi trung bình của hai tổ B và C là 33. Tính tuổi trung bình của cả ba tổ?

Bài giải chi tiết:

• Gọi số người của mỗi tổ A, B, C là x, y, z (x, y, z là các số nguyên dương).

• Do tuổi trung bình của hai tổ là A và B là 29, ta có phương trình:

$$\frac{37x + 23y}{x + y} = 29 \Leftrightarrow 37x + 23y = 29x + 29y \Leftrightarrow 8x = 6y \Leftrightarrow x = \frac{3y}{4} \quad (1)$$

• Do tuổi trung bình của hai tổ B và C là 33, ta có phương trình:

$$\frac{23y + 41z}{y + z} = 33 \Leftrightarrow 23y + 41z = 33y + 33z \Leftrightarrow 8z = 10y \Leftrightarrow z = \frac{5y}{4} \quad (2)$$

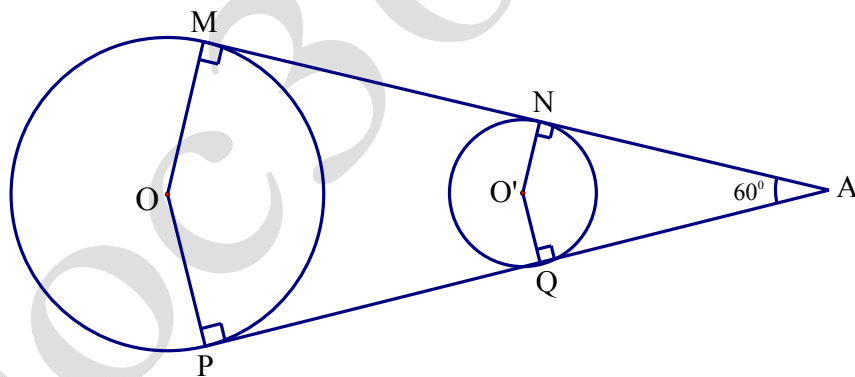
• Tính tuổi trung bình của cả ba tổ tức là ta cần tính: $m = \frac{37x + 23y + 41z}{x + y + z} \quad (3)$

• Thế (1) và (2) vào (3), ta được:

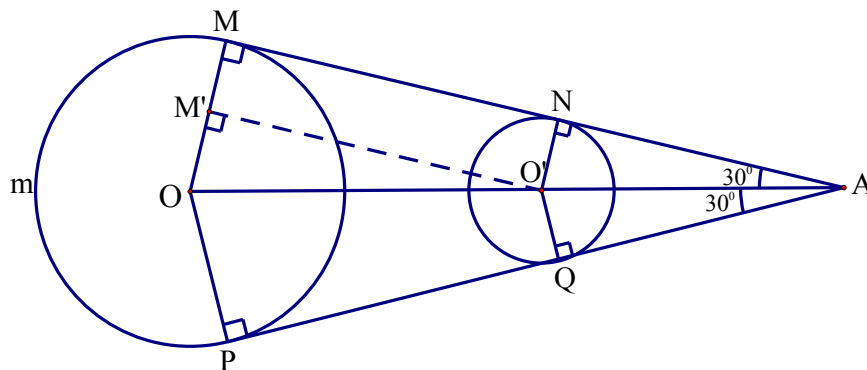
$$m = \frac{37 \cdot \frac{3y}{4} + 23y + 41 \cdot \frac{5y}{4}}{\frac{3y}{4} + y + \frac{5y}{4}} = \frac{y \left(\frac{111}{4} + 23 + \frac{205}{4} \right)}{y \left(\frac{3}{4} + 1 + \frac{5}{4} \right)} = \frac{102}{3} = 34$$

Vậy: Tuổi trung bình của cả ba tổ A, B, C là 34 tuổi.

Câu 10: Hai rờng rọc có tâm O, O' và bán kính $R = 40\text{cm}, R' = 10\text{cm}$. Hai tiếp tuyến chung MN và PQ cắt nhau tại A theo góc 60° . Tìm độ dài của dây cua- roa mắc qua hai rờng rọc?



Bài giải chi tiết:



• AM và AP là hai tiếp tuyến chung xuất phát từ A đến đường tròn (O) và (O') nên OA là tia phân giác của góc MAP và góc NAQ. Vì $\widehat{MAP} = 60^\circ$ nên $\widehat{MAO} = \widehat{NAO'} = 30^\circ$

• Xét tam giác vuông ANO', ta có:

$$\sin \widehat{NAO'} = \frac{NO'}{AO'} \Rightarrow AO' = \frac{NO'}{\sin \widehat{NAO'}} = \frac{10}{\sin 30^\circ} = 20 \text{ cm}$$

• Xét tam giác vuông MAO, ta có:

$$\sin \widehat{MAO} = \frac{OM}{OA} \Rightarrow OA = \frac{OM}{\sin \widehat{MAO}} = \frac{40}{\sin 30^\circ} = 80 \text{ cm}$$

$$OO' = OA - O'A = 80 - 20 = 60 \text{ cm}$$

• Từ O' kẻ O'M' // MN (M' ∈ OM) mà MN ⊥ OM (MN là tiếp tuyến đường tròn (O))

⇒ O'M' ⊥ OM (quan hệ vuông góc, song song)

• Tứ giác MNO'M' là hình chữ nhật (vì có $\widehat{M} = \widehat{N} = \widehat{M'} = 90^\circ$)

$$\Rightarrow M'O' = MN \text{ và } MM' = O'N = 10 \text{ cm}$$

$$OM' = OM - MM' = 40 - 10 = 30 \text{ cm}$$

• Áp dụng định lý Pitago vào tam giác vuông OM'O' ta có:

$$M'O' = \sqrt{OO'^2 - OM'^2} = \sqrt{60^2 - 30^2} = \sqrt{2700} = 30\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow MN = M'O' = 30\sqrt{3} \text{ cm}$$

• Tứ giác ANO'Q có $\widehat{N} = \widehat{Q} = 90^\circ$; $\widehat{A} = 60^\circ$, suy ra: $\widehat{NO'Q} = 120^\circ$ (tổng các góc trong một tứ giác bằng 360°) ⇒ số đo cung nhỏ NQ bằng 120°

• Số đo cung lớn MmP là: $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

• Độ dài cung nhỏ NQ là: $l_1 = \frac{\pi \cdot R' \cdot 120}{180} = \frac{20\pi}{3} \text{ cm}$

• Độ dài cung lớn MmP là: $l_2 = \frac{\pi \cdot R \cdot 240}{180} = \frac{160\pi}{3} \text{ cm}$

• Độ dài của dây cua-roa mắc qua hai ròng rọc là:

$$MN + PQ + l_1 + l_2 = 2MN + l_1 + l_2 = 2 \cdot 30\sqrt{3} + \frac{20\pi}{3} + \frac{160\pi}{3} \approx 292,4 \text{ cm}$$

*Các em lưu ý: Vì AM = AP ; AN = AQ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)
⇒ MN = PQ