

Bài 3: Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x - my = 3m-1 \\ 2x - y = m+5 \end{cases}$. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất

mà $S = x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 2 \\ -mx + y = m \end{cases}$

- 1) Giải hệ khi $m = 2$
- 2) Tìm các số nguyên m để cho hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với $x > 0, y < 0$
- 3) Tìm các số nguyên m để cho hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với x, y là các số nguyên.

Bài 5: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 1 \\ -mx + y = m \end{cases}$

- 1) CMR hệ có nghiệm duy nhất với mọi m
- 2) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất sao cho $x < 1, y < 1$

DẠNG 4: Quan hệ giữa (P) và (d)

Bài 1: Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{3}{2}x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = \frac{1}{2}x - 2$ có đồ thị (d).

- 1) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)
- 3) Không tính, hãy so sánh
 - a) $f(-2)$ và $f(-3)$
 - b) $f(1-\sqrt{2})$ và $f(\sqrt{3}-2)$

Bài 2: Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P)

- 1) Tìm các điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt bằng -1 và 2 .
- 2) Viết phương trình đường thẳng AB
- 3) Viết phương trình đường thẳng song song với AB và tiếp xúc với (P). Tìm tọa độ tiếp điểm.

Bài 3: Cho parabol (P): $y = ax^2$

- 1) Tìm a biết (P) đi qua điểm A thuộc đường thẳng (d): $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ có hoành độ bằng 2 .
- 2) Tìm giao điểm B còn lại của (d) và (P)
- 3) Tính diện tích tam giác OAB

Bài 4: Cho hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) và hàm số $y = mx + 2m + 1$ có đồ thị (d)

- 1) Chứng minh (d) luôn đi qua một điểm M cố định
- 2) Tìm a để (P) đi qua điểm cố định đó
- 3) Viết phương trình đường thẳng qua M và tiếp xúc với parabol (P) tại M.

Bài 5: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d): $y = 2x - \frac{3}{2}$

- 1) Vẽ (d) và (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy
- 2) Tìm tọa độ giao điểm A và B của (d) và (P). Tính chu vi $\triangle AOB$
- 3) Tìm tọa độ giao điểm C thuộc Ox để chu vi $\triangle ABC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 6: Cho parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$

- 1) Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc là k là đi qua M(1,5; - 1)
- 2) Tìm k để đường thẳng (d) và parabol (P) tiếp xúc nhau
- 3) Tìm k để đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Bài 7: Cho hàm số (P): $y = \frac{x^2}{2}$ và (d): $y = \frac{1}{2}x + n$

- 1) Cho $n = 1$
 - a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ
 - b) Tìm tọa độ giao điểm A và B của (P) và (d)
 - c) Tính diện tích $\triangle AOB$
- 2) Tìm n để (P) tiếp xúc với (d)
- 3) Tìm n để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm
- 4) Tìm n để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm nằm ở hai phía trục tung.

Bài 8: Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng $y = mx + m + 1$

- 1) Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B
- 2) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ của A và B. Tìm m để $|x_1 - x_2| = 2$
- 3) Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm nằm cùng bên trái của trục tung.

Bài 9: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là parabol (P), đường thẳng $y = mx + 2$. Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1 + x_2$ mà $x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài 10: Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P), đường thẳng d: $y = -mx - m + 1$. Tìm m để d cắt parabol (P) tại A và phân biệt với A($x_1; y_1$), B(x_2, y_2) mà $(y_1 + y_2)$ nhỏ nhất.

DẠNG 5: Phương trình bậc hai

Bài 1: Cho phương trình $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 3m + 2 = 0$, m là tham số

- 1) Giải phương trình trên khi $m = 1$
- 2) Xác định m để phương trình có một nghiệm là 2. Khi đó phương trình còn một nghiệm nữa, tìm nghiệm đó?
- 3) CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
- 4) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 1$
- 5) Định m để phương trình có nghiệm này bằng 3 nghiệm kia.

Bài 2: Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - m = 0$, m là tham số

- 1) CMR phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m
- 2) Với $m \neq 0$. Hãy lập phương trình ẩn y có hai nghiệm là $y_1 = x_1 + \frac{1}{x_2}$ và

$$y_2 = x_2 + \frac{1}{x_1}$$

- 3) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 3$
- 4) Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm

Bài 3: Cho phương trình $x^2 - 2(k + 3)x + 2k - 1 = 0$, k là tham số

- 1) Giải phương trình khi $k = \frac{1}{2}$
- 2) Tìm k để phương trình có một nghiệm là 3, khi đó phương trình còn một nghiệm nữa, tìm nghiệm ấy.
- 3) CMR phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi k
- 4) CMR giữa tổng và tích các nghiệm có một sự liên hệ không phụ thuộc k?
- 5) Tìm k để phương trình x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{3}{x_1 x_2} = 2$
- 6) Tìm k để tổng bình phương các nghiệm có giá trị nhỏ nhất.

Bài 4: Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$, m là tham số

- 1) Giải phương trình khi $x = -5$
- 2) CMR phương trình luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi m

- 3) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu
- 4) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương
- 5) CMR biểu thức $A = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ không phụ thuộc m
- 6) Tính giá trị của biểu thức $x_1 - x_2$

Bài 5: Cho phương trình $x^2 - 3(m - 1)x + m - 3 = 0$, m là tham số

- 1) CMR phương trình luôn có nghiệm với mọi m
- 2) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc m
- 3) Xác định m để phương trình có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.

Bài 6: Cho phương trình $x^2 - 2(m - 2)x + 2m - 5 = 0$, m là tham số

- 1) CM phương trình luôn có nghiệm với mọi m
- 2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $B = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1) < 4$
- 3) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m .

Bài 7: Cho phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$ m là tham số

- 1) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_2 - x_1 = 17$
- 2) Tìm m để biểu thức $A = (x_1 - x_2)^2$ có giá trị nhỏ nhất
- 3) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào x .

Bài 8: Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 1 = 0$, m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{5}$.

Bài 9: Cho phương trình $x^4 - 2x^2 + m - 2 = 0$, m là tham số

- 1) Giải phương trình khi $m = -1$
- 2) Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt

Bài 10: Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)|x| + m^2 - 1 = 0$, m là tham số. Tìm m là phương trình có nghiệm duy nhất.

DẠNG 6: Hình học

Bài 1: Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài (O). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) (A, B là tiếp điểm). Qua M kẻ cát tuyến MNP (MN < MP) đến (O) sao cho tia MP nằm giữa hai tia MA và MO. Gọi K là trung điểm của NP

- 1) Chứng minh rằng các điểm M, A, K, O, B cùng thuộc một đường tròn