

A. LÝ THUYẾT

I. ĐẠI SỐ

1. Thế nào là phương trình bậc nhất hai ẩn? Cho ví dụ?
Em có nhận xét gì về nghiệm và biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn?
2. Nêu cách giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế, phương pháp cộng đại số.
3. Nêu cách giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình
4. Nêu tính chất của đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)
5. Thế nào là phương trình bậc hai một ẩn? Cho ví dụ.
Viết công thức nghiệm, công thức nghiệm thu gọn của phương trình bậc hai một ẩn

II. HÌNH HỌC

1. Thế nào là: góc ở tâm, góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, góc có đỉnh ở bên trong đường tròn, góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn.
2. Nêu cách tính số đo: cung nhỏ, cung lớn; số đo của góc nội tiếp; số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung; số đo của góc có đỉnh ở bên trong (ở bên ngoài) đường tròn.
3. Phát biểu các định lý về mối quan hệ giữa cung nhỏ và dây căng cung đó trong một đường tròn; định lý về quan hệ giữa đường kính, cung và dây trong một đường tròn
4. Phát biểu định lý và hệ quả về góc nội tiếp
5. Phát biểu quỹ tích cung chứa góc
6. Thế nào là tứ giác nội tiếp? Tứ giác nội tiếp có tính chất gì? Nêu các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp.

B. BÀI TẬP

I. ĐẠI SỐ

Dạng 1: Biểu thức tổng hợp (Rút gọn, tính giá trị)

Bài 1: Cho biểu thức $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

- a) Rút gọn P b) Tính giá trị của P với $x = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$ c) So sánh P với $\frac{1}{3}$

Bài 2: Cho biểu thức $Q = \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$

- a) Rút gọn Q
- b) Tìm x để $Q = \frac{1}{2}$
- c) Tìm giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên
- d) Chứng minh rằng $Q \leq \frac{2}{3}$

Bài 3: Cho biểu thức $B = \left(\frac{3}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 3}{1 - x} \right) : \left(\frac{x + 2}{x + \sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức B
- b) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = \frac{8}{\sqrt{5} - 1} - \frac{8}{\sqrt{5} + 1}$
- c) Với $0 \leq x < \frac{1}{9}$, hãy so sánh B và \sqrt{B}

Bài 4: Cho biểu thức $M = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{2\sqrt{x} + 7}{x - 4} \right) : \left(\frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + 1 \right)$

- a) Rút gọn biểu thức M
- b) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9 - 4\sqrt{5}$
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của M

Bài 5: Cho biểu thức $N = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức N
- b) Tính các giá trị của x để $N < 0$
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của N

Bài 6: Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x} + 8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x} - 24}{x - 9}$

- a) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 3}$
- b) Tìm x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên

Dạng 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Bài 1: Hai vòi nước cùng lúc chảy vào một bể không có nước thì sau 3 giờ 20 phút bể đầy. Người ta cho vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ, vòi thứ hai chảy trong 2 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{4}{5}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 2: Trong một trang sách, nếu bớt đi 4 dòng và mỗi dòng bớt đi 3 chữ thì cả trang sẽ bớt đi 136 chữ, nếu tăng thêm 3 dòng và mỗi dòng tăng thêm 2 chữ thì cả trang sẽ tăng 109 chữ. Tính số dòng trong trang và số chữ của mỗi dòng.

Bài 3: Một tàu thủy chạy xuôi dòng sông 66km hết một thời gian bằng thời gian tàu chạy ngược dòng 54km. Nếu tàu chạy xuôi dòng 22km và ngược dòng 9km thì hết 1 giờ. Tính vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước (biết vận tốc riêng của tàu thủy và vận tốc dòng nước không đổi).

Bài 4: Ba năm trước tuổi cha bằng 7 lần tuổi con trừ bớt 1. Năm nay, tuổi cha bằng 4 lần tuổi con cộng thêm 5. Hỏi năm này mỗi người bao nhiêu tuổi?

Bài 5: Một mảnh vườn hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài thêm 3m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn tăng thêm $45m^2$. Nếu giảm chiều dài đi 2m và tăng chiều rộng thêm 2m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính diện tích của mảnh vườn đó?

Bài 6: Tổng của chữ số hàng đơn vị và hai lần chữ số hàng chục của một số có hai chữ số là 10. Nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì sẽ được số mười nhỏ hơn số ban đầu 18 đơn vị. Tìm số có hai chữ số đó.

Dạng 3: Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau

a)
$$\begin{cases} 2(x + y) + \sqrt{x + 1} = 4 \\ (x + y) - 3\sqrt{x + 1} = -5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \sqrt{x} + 2\sqrt{y - 1} = 5 \\ 4\sqrt{x} - \sqrt{y - 1} = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{2}{|x - 2|} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{|x - 2|} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

Bài 2: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y = m \\ -5x + y = -1 \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình với $m = 3$
- b) Tìm m để hệ có nghiệm $x > 0, y > 0$

Bài 3: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases}$$

- a) Tìm m để nghiệm của hệ có dạng $(2; y)$

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ mà $S = 2x - y$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình với $m = -1$

b) Tìm m ($m \neq 0$) để hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$

Bài 5: Cho hệ phương trình hai ẩn x, y với m là tham số
$$\begin{cases} mx + 2my = m + 1 \\ x + (m + 1)y = 2 \end{cases}$$

- Chứng minh nếu hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thì điểm $M(x; y)$ luôn thuộc một đường thẳng cố định
- Xác định m để điểm $M(x; y)$ thuộc góc phần tư thứ nhất
- Xác định m để điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{5}$

Dạng 4: Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$). Phương trình bậc hai một ẩn

Bài 1: Cho hàm số $y = f(x) = (2m - 1)x^2$

- Xác định m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; -2)$
- Vẽ đồ thị (P) của hàm số khi $m = -\frac{1}{2}$ và so sánh $f(-2005)$ với $f(2016)$
- Xác định a để các điểm sau thuộc Parabol (P) ở câu b:

$$\left(a; -\frac{1}{2}\right); \left(-1; -\frac{a}{2}\right); \left(3; -\frac{9\sqrt{a}}{2}\right)$$

Bài 2: Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và $y = -2x - 3$ trên cùng hệ trục tọa độ.

- Gọi M, N là giao điểm của hai đồ thị. Xác định tọa độ M, N
- Tính chu vi và diện tích $\triangle OMN$

Bài 3: Cho phương trình $mx^2 + 2m^2x + 1 = 0$ (m là tham số)

- Giải phương trình với $m = 2$
- Tìm giá trị của m để phương trình vô nghiệm

Bài 4: Cho phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ (m là tham số)

- Xác định m biết phương trình có một trong các nghiệm bằng $1 - \sqrt{2}$

b) Tìm nghiệm còn lại của phương trình

Bài 5: Cho phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m - 1 = 0$ (m là tham số)

- a) Giải phương trình với $m = -2$
- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt
- c) Tìm m để phương trình có nghiệm kép, có nghiệm duy nhất

Bài 6: Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (m là tham số)

- a) Giải phương trình với $m = 1$
- b) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

II. HÌNH HỌC

Bài 1: Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Điểm C di động trên nửa đường tròn (C khác A, B), gọi M là điểm chính giữa cung AC , BM cắt AC tại H và cắt tia tiếp tuyến Ax của nửa đường tròn (O) tại K , AM cắt BC tại D .

- a) Chứng minh $\triangle ABD$ cân đỉnh B
- b) Chứng minh các tứ giác $DMHC, AKDB$ nội tiếp
- c) Tứ giác $AKDH$ là hình gì? Vì sao?
- d) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle BHD$ cắt đường tròn $(B; BA)$ tại N . Chứng minh A, C, N thẳng hàng.

Bài 2: Từ điểm A ở ngoài đường tròn $(O; R)$, dựng cá tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE (D, E thuộc (O)). Đường thẳng qua D vuông góc với OB cắt BC, BE lần lượt tại I và K . Vẽ $OI \perp AE$ tại L .

- a) Chứng minh: B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn
- b) Chứng minh IA là tia phân giác của \widehat{BIC}
- c) Chứng minh $AC^2 = AD \cdot AE$ và tứ giác $IHDC$ nội tiếp
- d) Gọi S là giao điểm của BC và AD . Chứng minh $\frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{2}{AS}$ và $DH = HK$

Bài 3: Cho đường tròn tâm O , đường kính $AB = 8\text{cm}$. Gọi Ax, By lần lượt là các tiếp tuyến tại A và B của (O) . Qua điểm M thuộc (O) kẻ tiếp tuyến thứ ba của đường tròn (O) (M khác A và B), tiếp tuyến này cắt Ax tại C , cắt By tại D ($AC > BD$)

- a) Chứng minh các tứ giác $OACM, OBDM$ là các tứ giác nội tiếp
- b) OC cắt AM tại E , OD cắt BM tại F . Tứ giác $OEMF$ là hình gì?
- c) Gọi I là trung điểm của OC và K là trung điểm của OD . Chứng minh tứ giác $OIMK$ là tứ giác nội tiếp
- d) Cho $AC + BD = 10\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác $OIMK$