

Câu 1: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $M = \frac{10}{\sqrt{x} + 2}$ và $N = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} - 18}{x - 4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1. Chứng minh rằng $(\sqrt{3} - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$ và tính giá trị của M khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$
2. Rút gọn N
3. Tìm giá trị của x để $\frac{M}{N} = \frac{12 - \sqrt{x}}{13}$

Câu 2: (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một người dự định đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc và thời gian đã định. Nếu người đó đi từ A với vận tốc lớn hơn vận tốc dự định 10km/h thì sẽ đến B sớm hơn dự định 48 phút. Nếu người đó đi từ A với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định 8km/h thì sẽ đến B muộn hơn dự định một giờ. Hỏi quãng đường AB dài bao nhiêu km?

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9}{\sqrt{x} + 1} + \frac{8}{\sqrt{y} - 1} = 7 \\ \frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{y} - 1} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

- 2) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - m^2 = 0$ với m là tham số
 - a. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m
 - b. Tìm m để biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài (O). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O) với A, B là các tiếp điểm. Qua M kẻ cát tuyến MNP (MN < MP) đến (O). Gọi K là trung điểm của NP, OM cắt AB tại H. Chứng minh rằng:

1. M, A, K, O, B cùng thuộc một đường tròn
2. Chứng minh KM là phân giác của \widehat{AKB}
3. Gọi E, F lần lượt là giao điểm của AB với KO và AB với NP. Chứng minh rằng $\Delta OHE \sim \Delta FHM$ và $AB^2 = 4HE.HF$
4. Khi cát tuyến MNP thay đổi thì trọng tâm G của ΔNPA chạy trên đường nào?

Câu 5: (0,5 điểm) Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 + b^3 + 6ab \leq 8$. Chứng minh rằng:

$$P = a + 2b + \frac{2}{a} + \frac{3}{b} \geq 8$$

----- Hết -----

hoc360.net