

A. ĐẠI SỐ

I. CÁC BÀI TOÁN RÚT GỌN

Bài 1. Cho hai biểu thức sau $P = \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-2}$ $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}}$

- Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 49$.
- Rút gọn biểu thức Q.
- Tìm giá trị của x để $\frac{Q}{P} < \frac{1}{2}$.

Bài 2. Cho biểu thức $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} \right)$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tính giá trị của biểu thức A biết $x = 7 - 4\sqrt{3}$.
- Tìm x để $A = 2/5$
- Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

Bài 3. Cho biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$

- Rút gọn biểu thức B.
- Tính giá trị của biểu thức B khi $x = \frac{2}{3-\sqrt{5}}$
- Tìm giá trị của x để $B = \frac{14}{5}$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B.

Bài 4. Cho biểu thức $D = \frac{10\sqrt{x}}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+4} + \frac{\sqrt{x}+1}{1-\sqrt{x}}$

- Rút gọn biểu thức D.
- Chứng minh rằng $D > -3$ với mọi x thuộc tập xác định.
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức D.

Bài 5. Cho biểu thức $E = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+1} \right)$

- Rút gọn biểu thức E.
- Tìm giá trị của x để $E = \sqrt{x} - 2$.

c) Tìm m để x thỏa mãn $(\sqrt{x} + 1)E = m - x$

II. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI – QUAN HỆ GIỮA (P) VÀ (d)

Bài 1. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 5 = 0$. (1)

- Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm m để 2 nghiệm của phương trình thỏa mãn tích hai nghiệm không lớn hơn tổng hai nghiệm.
- Tìm điều kiện của m sao cho phương trình có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm lớn hơn và một nghiệm nhỏ hơn 3.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = 4x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - (2m+3)x + m^2 - 1 = 0$. (1)

- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1 = 1$, tìm nghiệm còn lại.
- Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 11$.
- Tìm m để $A = x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa 2 nghiệm của phương trình không phụ thuộc vào m.

Bài 3. Cho hàm số (P): $y = x^2$

- Vẽ đồ thị của hàm số (P).
- Xác định tọa độ A, B là giao điểm của (P) với đường thẳng $y = 2x + 3$.
- Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A và B. Tính chu vi và diện tích của tứ giác ABDC.
- Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm M(2; 4) có hệ số góc a và tiếp xúc với (P).

Bài 4. Cho hàm số (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + m + 1$

- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) khi $m = -3$.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt sao cho các tung độ của hai giao điểm bằng 5.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung.
- Tìm m để (d) đi qua điểm M nằm trên (P). Biết điểm M có hoành độ bằng -2.

Bài 5. Cho hàm số (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$

- Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
Gọi hoành độ giao điểm của (d) cắt (P) là x_1, x_2 .