

DẠNG 1: Biến đổi các biểu thức chứa căn

Bài 1: Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

(Kết quả rút gọn

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

- 1) Rút gọn A
- 2) Tìm x để $A < 0$
- 3) Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên

Bài 2: Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{4\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} \right)$$

(Kết quả rút gọn

$$P = \frac{\sqrt{x}-3}{4}$$

- 1) Rút gọn P
- 2) Tìm các giá trị của x để $P > 0$
- 3) Tính giá trị nhỏ nhất của \sqrt{P}

Bài 3: Cho biểu thức

$$C = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^2}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{1+\sqrt{x^2}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$$

(Kết quả rút gọn

$$C = \sqrt{x}-1$$

- 1) Rút gọn C
- 2) Tính giá trị của biểu thức C khi $x = 8 - 2\sqrt{7}$
- 3) Tìm giá trị của x để giá trị biểu thức C bằng -3
- 4) Tìm giá trị của x để giá trị biểu thức C lớn hơn $-\frac{1}{3}$
- 5) Tìm giá trị của x để giá trị biểu thức C nhỏ hơn $2\sqrt{x}+3$

Bài 4: Cho biểu thức $A = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

- 1) Khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$, tính giá trị biểu thức A

2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{15 - \sqrt{x}}{x - 25} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5}$ (Kết quả rút gọn

$$B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1})$$

3) Tìm x để biểu thức $M = B - A$ nhận giá trị nguyên.

Bài 5:

1) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x = 7 + 4\sqrt{3}$

2) Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 4}{x - \sqrt{x} - 2}$. Chứng minh rằng $B = \frac{3}{2 - \sqrt{x}}$

3) Tìm x để $P = \frac{B}{A} < -1$

Bài 6: Cho hai biểu thức $A = \frac{x + 2}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 1}$

1) Tìm ĐKXD rồi rút gọn biểu thức A (Kết quả rút gọn

$$A = \frac{1}{\sqrt{x} - 1})$$

2) Tìm các giá trị của x để $B = 1$

3) Tìm m để $\frac{B\sqrt{x}}{A} = m$ có nghiệm.

Bài 7: Cho biểu thức $B = \left(\frac{x + 3}{x - 9} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$ với $x > 0, x \neq 9$ (Kết quả rút gọn

$$B = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 3})$$

1) Rút gọn B

2) Tính giá trị của B khi $x = \sqrt{27 + 10\sqrt{2}} - \sqrt{18 + 8\sqrt{2}}$

3) Chứng minh $B > \frac{1}{3}$

Bài 8: Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{3 - 11\sqrt{x}}{9 - x}$; $B = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 1}$ (Kết quả rút gọn

$$A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3})$$

- a) Tính giá trị B tại $x = 36$
- b) Rút gọn A
- c) Tìm số nguyên P để $P = A.B$ là số nguyên.

Bài 9: Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$. Tìm x để $B = 2$

1) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

2) Tính $P = \frac{B}{A}$

3) Tìm x thỏa mãn $P(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{x} + 2\sqrt{x-1} = 2x - 2\sqrt{2}x + 4$

Bài 10: Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ và $Q = \frac{6}{x-3\sqrt{x}}$ (Kết quả rút gọn

$$P = \frac{6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)})$$

- a) Tính giá trị Q tại $x = 121$
- b) Rút gọn P

c) Tìm giá trị của x để $A = \frac{Q}{P} = \frac{2\sqrt{x}+1}{2}$

d) So sánh A và A^2

DẠNG 2: Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Bài 1: Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 120km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường AB người đó tăng vận tốc lên 10km/h trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc dự định và thời gian lăn bánh trên đường biết rằng người đó đến B sớm hơn dự định 24 phút.

Bài 2: Quãng đường AB dài 220km. Hai ô tô khởi hành từ A và B đi ngược chiều nhau. Nếu cùng khởi hành thì sau 2 giờ chúng sẽ gặp nhau. Nếu xe đi từ A khởi hành trước xe kia 1 giờ 6 phút thì hai xe gặp nhau sau khi xe đi từ A đi được 2 giờ 30 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 3: Một ca nô xuôi từ A đến B với vận tốc 30km/h, sau đó lại ngược từ B về A. Thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược 1h 20p. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết rằng vận tốc dòng nước là 5km/h và vận tốc riêng của ca nô khi xuôi và ngược là bằng nhau.

Bài 4: Một ca nô chạy trên sông trong 8 giờ, xuôi dòng 81km và ngược dòng 105km. Một lần khác cũng chạy trên khúc sông đó, ca nô này chạy trong 4h, xuôi dòng 54km và ngược dòng 42km. Hãy tính vận tốc khi xuôi dòng và ngược dòng của ca nô, biết vận tốc dòng nước và vận tốc riêng của ca nô không đổi.

Bài 5: Một công nhân dự định làm 150 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Sau khi làm được 2h với năng suất dự kiến người đó đã cải tiến các thao tác nên đã tăng năng suất được 2 sản phẩm mỗi giờ và vì vậy đã hoàn thành 150 sản phẩm sớm hơn dự kiến 30 phút. Hãy tính năng suất dự kiến ban đầu.

Bài 6: Một đội sản xuất làm 1000 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động, mỗi ngày đội làm thêm được 10 sản phẩm so với kế hoạch. Vì vậy, chẳng những đã làm vượt mức kế hoạch 80 sản phẩm mà còn hoàn thành sớm hơn 2 ngày so với quy định. Tính số sản phẩm đội sản xuất phải làm trong một ngày theo kế hoạch.

Bài 7: Để hoàn thành một công việc hai tổ phải làm chung trong 6h. Sau 2h làm chung thì tổ hai bị điều đi làm việc khác, tổ một đã hoàn thành nốt công việc còn lại trong 10h. Hỏi nếu mỗi tổ làm riêng thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Bài 8: Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở 120 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 5 xe nữa cùng loại. Nhờ vậy, so với ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe. Biết khối lượng mỗi xe phải chở như nhau.

Bài 9: Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài hơn chiều rộng là 7m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài 10: Cho một số có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 10. Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 12. Tìm số đã cho.

DẠNG 3: Hệ phương trình

Bài 1: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = 10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

- 1) Giải phương trình với $m = 1$
- 2) Tìm m để hệ vô nghiệm

Bài 2: Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

- 1) Giải hệ phương trình $m = 1$
- 2) Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x - y = 2$
- 3) Chứng minh rằng hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thì điểm $M(x; y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi m thay đổi.