

BÀI 1: NHÂN ĐƠN THỨC VỚI ĐA THỨC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:  $A(B + C) = AB + AC$

Bài 1:

1. Tính :

a./  $(-4xy)(2xy^2 - 3x^2y)$

b./  $(-5x)(3x^3 + 7x^2 - x)$

2. Rút gọn:

$$A = x^2(a - b) + b(1 - x) + x(bx + b) - ax(x + 1)$$

$$B = x^2(11x - 2) + x^2(x - 1) - 3x(4x^2 - x - 2)$$

3. Tìm hệ số của  $x^3$  và  $x^2$  trong đa thức sau:

$$Q = (x^3 - 3x^2 + 2x + 1)(-x^2) - x(2x^2 - 3x + 1)$$

Bài 2:

1) Tính :  $\left(\frac{1}{2}a^3b^2 - \frac{3}{4}ab^4\right)\left(\frac{4}{3}a^3b\right)$

2) Rút gọn và tính giá trị biểu thức:

$$Q = 3x(x - 4y) - \frac{12}{5}y(y - 5x), \text{ cho } x = 4, y = -5$$

3) Tìm x, biết : a)  $2x^3(2x - 3) - x^2(4x^2 - 6x + 2) = 0$

b)  $2x(x - 5) - x(3 + 2x) = 0$

4)  $(3x - 1)^2 + 3 \cdot (3x - 1)(2x + 1) + (2x + 1)^2$  tại  $x = 5$

5)  $(2x + 3)^2 + (2x + 5)^2 - 2 \cdot (2x + 3)(2x + 5)$  tại  $x = 2010$

6) Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào x và y:

$$M = 3x(x - 5y) + (y - 5x)(-3y) - 3(x^2 - y^2) - 1.$$

7) Cho  $S = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$ . Cm :  $xS - S = x^6 - 1$

Bài 3:

a. Tính  $(3a^3 - 4ab + 5c^2)(-5bc)$ .

b. Rút gọn và tính giá trị biểu thức:

$$A = 4a^2(5a - 3b) - 5a^2(4a + b), \text{ với } a = -2, b = -3.$$

c. Chứng tỏ biểu thức sau không phụ thuộc vào x:

$$B = x(x^2 + x + 1) - x^2(x + 1) - x + 5.$$

d. Tìm x, biết :  $x(x - 1) - x^2 + 2x = 5$

e. Tìm m, biết:  $(x^2 - x + 1)x - (x + 1)x^2 + m = -2x^2 + x + 5$ .

Bài 4:

1. Rút gọn:  $9y^3 - y(1 - y + y^2) - y^2 + y$

2. Tìm hệ số của  $x^2$  trong đa thức:

$$Q = [5x^2 - a(x+a)] - [3(a^2 - x^2) + 2ax] + [2ax - 4(a + 2ax^2)]$$

3. Tìm m, biết:  $2 - x^2(x^2 + x + 1) = -x^4 - x^3 - x^2 + m$ .

4. Chứng minh : khi  $a = 10$ ,  $b = -5$  giá trị biểu thức :

$$A = a(2b + 1) - b(2a - 1) \text{ bằng } 5.$$

5. Tìm x, biết:  $10(3x - 2) - 3(5x + 2) + 5(11 - 4x) = 25$ .

Bài 5:

1. Tính :  $(-a^4x^5)(-a^6x + 2a^3x^2 - 11ax^5)$ .

2. Tính biểu thức :  $A = mx(x - y) + y^3(x + y)$  tại  $x = -1, y = 1$

3. Tìm x, biết:  $8(x - 2) - 2(3x - 4) = 2$ .

4. Tìm hệ số của  $x^2$  trong đa thức :  $Q = 5x(3x^2 - x + 2) - 2x^2(x - 2) + 15(x - 1)$ .

## BÀI 2: NHÂN ĐA THỨC VỚI ĐA THỨC

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:  $(A+B)(C+D) = AC + AD + BC + BD$

Bài 1:

1. Tính :  $(2a - b)(4a^2 + 2ab + b^2)$ .

2. Rút gọn và tính giá trị biểu thức:  $Q = (x - 4)(x - 2) - (x - 1)(x - 3)$ , cho  $x = 1\frac{3}{4}$

3.  $xy(x + y) - x^2(x + y) - y^2(x - y)$  với  $x = 3, y = 2$

4. Tìm x, biết :  $(3x + 2)(x - 1) - 3(x + 1)(x - 2) = 4$

5. Tìm hệ số của  $x^4$  trong đa thức:  $P = (x^3 - 2x^2 + x - 1)(5x^3 - x)$ .

Bài 2:

1. Chứng minh: với  $a = -3,5$  giá trị biểu thức  $A = (a + 3)(9a - 8) - (2 + a)(9a - 1)$  bằng  $-29$ .

2. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào x:

$$Q = (3x - 5)(2x + 11) - (2x + 3)(3x + 7)$$

3. Biết  $(x - 3)(2x^2 + ax + b) = 2x^3 - 8x^2 + 9x - 9$ . Tìm a, b.

Bài 3:

1. Tính :

$$a./ (2 + x)(2 - x)(4 + x^2) \quad b./ (x^2 - 2xy + 2y^2)(x - y)(x + y)$$

2. Tìm x, biết :  $x(x - 4) - (x^2 - 8) = 0$

3. Tìm m sao cho:  $2x^3 - 3x^2 + x + m = (x + 2)(2x^2 - 7x + 15)$ .

Bài 4:

1. Rút gọn :

$$A = (5x - 1)(x + 3) - (x - 2)(5x - 4) \quad B = (3a - 2b)(9a^2 + 6ab + 4b^2).$$

2. Chứng minh biểu thức :  $n(2n - 3) - 2n(n + 2)$  luôn chia hết cho 7, với mọi số nguyên n.

3. Biết :  $x^4 - 3x + 2 = (x - 1)(x^3 + bx^2 + ax - 2)$ .

Bài 5:

1. Tìm m, biết :  $x^4 - x^3 + 6x - x + m = (x^2 - x + 5)(x^2 + 1)$ .

2. Rút gọn :  $(2x - 1)(3x + 2)(3 - x)$ .

3. Chứng minh:  $(x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) = x^5 - y^5$ .

### BAI 3+4+5: NHỮNG HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ

#### A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

$$\begin{aligned} \bullet (A+B)^2 &= A^2 + 2AB + B^2 & \bullet (A-B)^2 &= A^2 - 2AB + B^2 \\ \bullet A^2 - B^2 &= (A-B)(A+B) & \bullet (A+B)^3 &= A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 \\ \bullet (A-B)^3 &= A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 & \bullet A^3 + B^3 &= (A+B)(A^2 - AB + B^2) \\ \bullet A^3 - B^3 &= (A-B)(A^2 + AB + B^2) \end{aligned}$$

Bài 1:

1. Chứng minh :  $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

2. Rút gọn:  $(a + 2)^2 - (a + 2)(a - 2)$

3. Tìm x, biết :  $(2x + 3)^2 - 4(x - 1)(x + 1) = 49$

4. Tìm giá trị biểu thức:  $Q = (x + 3)^2 + (x + 3)(x - 3) - 2(x + 2)(x - 4)$ , cho  $x = \frac{1}{2}$

Bài 2:

1. Rút gọn biểu thức :  $A = (4x^2 + y^2)(2x + y)(2x - y)$

2. Chứng minh:  $(7x + 1)^2 - (x + 7)^2 = 48(x^2 - 1)$

3. Tìm x, biết :  $16x^2 - (4x - 5)^2 = 15$

4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :  $A = x^2 + 2x + 3$

Bài 3:

1. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào m:  
 $A = (2m - 5)^2 - (2m + 5)^2 + 40$
2. Chứng minh rằng hiệu các bình phương của hai số nguyên liên tiếp là một số lẻ
3. Rút gọn biểu thức :  $P = (3x + 4)^2 - 10x - (x - 4)(x + 4)$ .
4. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $Q = x^2 - 4x + 5$ .

Bài 4:

1. Chứng minh rằng:  $(x - y)^2 - (x + y)^2 = -4xy$
2. Chứng minh:  $(7n - 2)^2 - (2n - 7)^2$  luôn luôn chia hết cho 9, với mọi n là giá trị nguyên
3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $Q = -x^2 + 6x + 1$ .
4. Chứng minh rằng nếu  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$  thì  $ay - bx = 0$

Bài 5:

1. CMR: nếu  $a + b + c = 2p$  thì  $b^2 + c^2 + 2bc - a^2 = 4p(p - a)$ .
2. CMR nếu  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$  thì  $a = b = c$ .
3. Tìm x, y biết :  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$ .

Bài 6:

1. Chứng minh :  $(a + b)^3 - 3ab(a + b) = a^3 + b^3$
2. Tính  $x^3 + y^3$ , biết  $x + y = 3$  và  $xy = 2$
3. Cho  $a + b = 1$ . Chứng minh :  $a^3 + b^3 = 1 - 3ab$ .

Bài 7:

1. Chứng minh :  $(a - b)^3 + 3ab(a - b) = a^3 - b^3$
2. Rút gọn:  $(x - 3)^3 - (x + 3)^3$ .
3. Cho  $a - b = 1$ . Chứng minh :  $a^3 - b^3 = 1 + 3ab$ .

Bài 8 :

1. Rút gọn :  $\left(\frac{1}{2}a + b\right)^3 + \left(\frac{1}{2}a - b\right)^3$ .
2. Tìm x, biết :  $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$ .
3. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào x:  
 $(4x - 1)^3 - (4x - 3)(16x^2 + 3)$

Bài 9 :

1. Rút gọn biểu thức :  $(x + 5)^3 - x^3 - 125$ .
2. Tìm x, biết :  $(x - 2)^3 + 6(x + 1)^2 - x^3 + 12 = 0$
3. Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào x:  
 $(x - 1)^3 - x^3 + 3x^2 - 3x - 1$

Bài 10:

1. Tìm x, biết :  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = 0$

2. Cho  $a + b + c = 0$ . Chứng minh :  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ .
3. Chứng minh rằng:  $(a + 2)^3 - (a + 6)(a^2 + 12) + 64 = 0$ , với mọi  $a$ .

Bài 11 :

1. Rút gọn biểu thức :  $A = (m - n)(m^2 + mn + n^2) - (m + n)(m^2 - mn + n^2)$
2. Chứng minh:  $(a - 1)(a - 2)(1 + a + a^2)(4 + 2a + a^2) = a^6 - 9a^3 + 8$
3. Tìm  $x$ , biết :  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x(x - 3)(x + 3) = 26$ .
4. Tính nhanh: a)  $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$  tại  $x = 97$

b)  $(x^2 - 2xy + y^2) - 4z^2$  tại  $x = 6, y = -4, z = 45$

Bài 12 :

- 1) Tính giá trị biểu thức:  $A = x(x - 2)(x + 2) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$ , với  $x = \frac{1}{4}$
- 2) Tìm  $x$ , biết  $(4x + 1)(16x^2 - 4x + 1) - 16x(4x^2 - 5) = 17$ .
- 4) Rút gọn :  $Q = (a^2 - 1)(a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)$ .
- 5)  $(x^2 + 1)(x - 3) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$  tại  $x = -3$
- 6)  $2(x + y)(x - y) + (x + y)^2 + (x - y)^2$  với  $x = -3, y = 2010$
- 7)  $(x + 3)(x - 3) - (x - 3)^2$  tại  $x = 4$
- 8) Tính nhanh a)  $87^2 + 73^2 - 27^2 - 13^2$   
b)  $52.143 - 52.39 - 8.26$

Bài 13:

1. Tính giá trị biểu thức :  $Q = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 4x(2x^2 - 3)$ , với  $x = \frac{1}{2}$
2. Tìm  $x$ , biết :  $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - (3x - 17) = x^3 - 12$ .
3. Cho  $x + y = 1$  và  $xy = -1$ . Tính  $x^3 + y^3$ .
4. Tính Nhanh: a)  $67^2 + 33^2 + 66.67$   
b)  $36^2 + 86^2 - 72.86$

Bài 14 :

1. Chứng tỏ biểu thức sau không phụ thuộc vào  $x$ .  
 $A = (x + 1)(x^2 - x + 1) - (x - 1)(x^2 + x + 1)$
2. Tìm  $x$ , biết:  $5x - (4 - 2x + x^2)(x + 2) + x(x - 1)(x + 1) = 0$ .
3. Cho  $x + y = 1$ . Tính giá trị biểu thức:  $Q = 2(x^3 + y^3) - 3(x^2 + y^2)$ .

Bài 15 :

1. Rút gọn biểu thức :  $A = (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$
2. Tìm  $x$ , biết:  $(4x^2 + 2x + 1)(2x - 1) - 4x(2x^2 - 3) = 23$ .
3. Cho  $a - b = 1$  và  $ab = 6$ . Tính  $a^3 - b^3$ .

Bài 16: Rut gọn:

a)  $2m(5m+2)+(2m-3)(3m-1)$                       b)  $(2x+4)(8x-3)-(4x+1)^2$   
c)  $(7y-2)^2-(7y+1)(7y-1)$                       d)  $(a+2)^3-a(a-3)^2$

Bài 17: CM các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x, y:

a)  $(2x-5)(2x+5)-(2x-3)^2-12x$                       b)  $(2y-1)^3-2y(2y-3)^2-6y(2y-2)$   
c)  $(x+3)(x^2-3x+9)-(20+x^3)$                       d)  $3y(-3y-2)^2-(3y-1)(9y^2+3y+1)-(-6y-1)^2$

Bài 18: Tìm x:

a)  $(2x+5)(2x-7)-(-4x-3)^2=16$                       b)  $(8x^2+3)(8x^2-3)-(8x^2-1)^2=22$   
c)  $49x^2+14x+1=0$                       d)  $(x-1)^3-x(x-2)^2-(x-2)=0$

Bài 19: Chứng minh biểu thức luôn đúng:

a)  $A=16x^2+8x+3$                       b)  $B=y^2-5y+8$   
c)  $C=2x^2-2x+2$                       d)  $D=9x^2-6x+25y^2+10y+4$

Bài 20: Tìm Min hoặc Max của các biểu thức sau:

a)  $M=x^2+6x-1$                       b)  $N=10y-5y^2-3$

Bài 21: Thu gọn:

a)  $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\dots(2^{32}+1)-2^{64}$                       b)  $(5+3)(5^2+3^2)(5^4+3^4)\dots$   
 $(5^{64}+3^{64})+\frac{5^{128}-3^{128}}{2}$

### BÀI 6: PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG

- **A. KIẾN THỨC CƠ BẢN:** Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.
- Nếu tất cả các số hạng của đa thức có một nhân tử chung (hoặc số chữ) thì có thể đưa ra ngoài dấu ngoặc.

#### B. BÀI TẬP

Bài 1:

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử chung:

a./  $4a^2b^3-6a^3b^2$     b./  $5(a+b)+x(a+b)$     c./  $(a-b)^2-(b-a)$

2. Tìm x, biết :

a./  $x(x-1)=0$     b./  $3x^2-6x=0$     c./  $x(x-6)+10(x-6)=0$ .

Bài 2: