

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 – ĐỀ 5

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Đồ thị hàm số bậc 2 và đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có chung đặc điểm nào sau đây

- A. Luôn tồn tại cả điểm cực đại và điểm cực tiểu
- B. Luôn có tâm đối xứng
- C. Đồ thị hàm số đều có dạng parabol
- D. Luôn có trục đối xứng

Câu 2: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$

- A. Đồng biến trên $(1, +\infty)$
- B. Nghịch biến trên $(-1; 1)$
- C. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$
- D. Nghịch biến trên $(-1; 0)$

Câu 3: Trên khoảng nào sau đây thì hàm số $y = x^3 - 2x - \ln x$ nghịch biến ?

- A. $(-\infty; 1)$
- B. $(0; 1)$
- C. $(1; +\infty)$
- D. $(0; +\infty)$

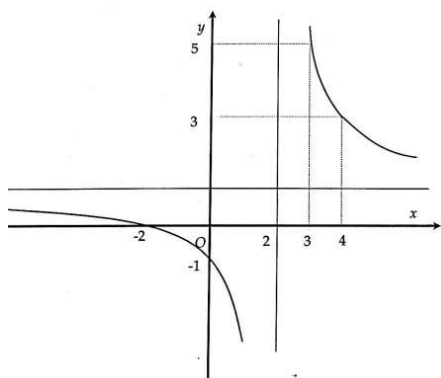
Câu 4: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến và có đạo hàm trên K ; $x_1; x_2 \in K$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng ?

- A. $f'(x_1) \cdot f'(x_2) \geq 1$
- B. $f'(x_1) + f'(x_2) < 0$
- C. $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- D. Nếu $f(x_1) = 3$; $f(x_2) = -1$ thì phương trình $y=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(x_2; x_1)$

Câu 5: Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ là :

- A. -1
- B. 48
- C. -26
- D. 23

Câu 6: Hãy xác định a, b để hàm số $y = \frac{ax + 2}{x + b}$ có đồ thị như hình vẽ:



A. $a = 1 ; b = -2$

B. $a = b = 2$

C. $a = 1 ; b = 2$

D. $a = b = -2$

Câu 7: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1 ; x_2 ; x_3$ sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 7$

A. 3

B. 5

C. 7

D. 6

Câu 8: GTLN của hàm số $y = \sin x (1 + \cos x)$ trên đoạn $[0 ; \pi]$ là :

A. 0

B. $\frac{(\sqrt{3})^2}{4}$

C. 1

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 9: Đồ thị $f(x)$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là cặp số nguyên $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$

A. 3

B. Không có

C. Vô số

D. 6

Câu 10: Tất cả các điểm cực đại của hàm số $y = \cos x$ là :

A. $x = \pi + k2\pi (k \in Z)$

B. $x = k\pi (k \in Z)$

C. $x = k2\pi (k \in Z)$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in Z)$

Câu 11: Tìm GTNN của hàm số $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x + 21} - \sqrt{-x^2 + 3x + 10}$

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{3} - 1$

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là :

A. $(2 ; 3)$

B. $[2 ; 3]$

C. $(-\infty ; 2) \cup (3 ; +\infty)$

D. $(-\infty ; 2] \cup [3 ; +\infty)$

Câu 13: Cho hàm số $y = x.e^{-x}$, mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\max_{x \in (0 ; +\infty)} y = \frac{1}{e} ; \min_{x \in (0 ; +\infty)} y = -\frac{1}{e}$

B. $\max_{x \in (0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; $\min_{x \in (0; +\infty)} y = 0$

C. $\min_{x \in (0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; không tồn tại GTLN

D. $\max_{x \in (0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$; không tồn tại GTNN trên $[0; +\infty)$

Câu 14: Giải bất phương trình $\log_2(x-2) < 2$

A. $x \in (-\infty; 6)$

B. $x \in (2; 6]$

C. $x \in (2; 6)$

D. $x \in [-2; 6)$

Câu 15: Số nghiệm của phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 = 0$ là

A. 0

B. 1

C. 2

D. Vô nghiệm

Câu 16: Cho $a > 0; b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Đẳng thức nào sau đây là đúng ?

A. $\log_7 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_7 a + \log_7 b)$

B. $\log_3 \frac{a+b}{7} = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$

C. $\log_3 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{7}(\log_3 a + \log_3 b)$

D. $\log_7 \frac{a+b}{2} = \frac{1}{3}(\log_7 a + \log_7 b)$

Câu 17: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$

A. $y' = \frac{2 \ln x - \ln^2 x}{x^2}$

B. $y' = \frac{2 \ln x \cdot x - \ln^2 x}{x^2}$

C. $y' = \frac{2 \ln x + \ln^2 x}{x^2}$

D. $y' = \frac{2 \frac{\ln x}{x} - \ln^2 x}{x^2}$

Câu 18: Cho $a > 0 ; b > 0 ; a \neq 1 ; b \neq 1 ; n \in R^*$, một học sinh tính biểu thức

$P = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_a^2 b} + \dots + \frac{1}{\log_a^n b}$ theo các bước sau

I. $P = \log_b a + \log_b a^2 + \dots + \log_b a^n$

II. $P = \log_b a \cdot a^2 \cdot \dots \cdot a^n$

III. $P = \log_b a^{1+2+3+\dots+n}$

IV. $P = n(n+1) \log_b a$

Bạn học sinh trên đã giải sai ở bước nào

A. I

B. II

C. III

D. IV

Câu 19: Phương trình $4 \cdot 3^x + 3 \cdot 2^x = 12 + 6^x$ có tổng các nghiệm bằng :

A. 3

B. 6

C. -1

D. 5

Câu 20: Giải bất phương trình $2^{(\log_2 x)^2} + x^{\log_2 x} \leq 8$

Chọn nhận xét đúng?

A. Có duy nhất một nghiệm tự nhiên của x thỏa mãn bất phương trình.

B. Tập nghiệm của phương trình là tập con của tập $A = \left[\frac{2}{5}; 3 \right]$

C. Tổng các giá trị x bán nguyên thỏa mãn bất phương trình là 4,5

D. Giá trị nhỏ nhất của x thỏa mãn bất phương trình là một số hữu tỉ

Câu 21: Anh Sơn vay tiền ngân hàng mua nhà trị giá 1 tỉ đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 12 triệu và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% tháng thì sau bao lâu anh trả hết nợ?

A. 3 năm

B. 3 năm 1 tháng

C. 3 năm 2 tháng

D. 3 năm 3 tháng

Câu 22: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$

B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

D. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

Câu 23: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{-x} + e^x}$

A. $\ln|e^x + e^{-x}| + C$

B. $\frac{1}{e^x - e^{-x}} + C$

C. $\ln|e^x - e^{-x}| + C$

D. $\frac{1}{e^x + e^{-x}} + C$

Câu 24: Cho D là miền phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) = \frac{1}{1+x^2}$; $y = g(x) = \frac{x^2}{2}$. Tính thể tích khối

tròn xoay thu được tạo thành khi quay D quanh trục Ox? Thể tích được viết dưới dạng $T = m\pi^2 + n\pi$; $m, n \in \mathbb{R}$ thì tổng giá trị $m + n$ là?

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{13}{20}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

Câu 25: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ có giá trị bằng:

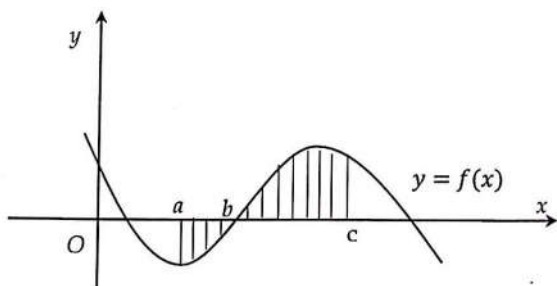
A. -1

B. 1

C. 7

D. 12

Câu 26: Diện tích hình phẳng phần bôi đen trong hình sau được tính theo công thức



A. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right| + \left| \int_b^c f(x)dx \right|$

B. $S = \left| \int_b^c f(x)dx \right| - \left| \int_a^b f(x)dx \right|$

C. $S = \int_a^c f(x)dx$

D. $S = \left| \int_a^c f(x)dx \right|$

Câu 27: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^3 - 3x$; $y = x$. Vậy S bằng bao nhiêu ?

A. 0

B. 4

C. 8

D. 2

Câu 28: Cho $I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx = a(\ln 3 + 1) + \ln b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $T = 4a + 2b$

A. 4

B. 7

C. 5

D. 6

Câu 29: Thu gọn biểu thức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$ ta được:

A. $z = 11 - 6i$

B. $z = -1 - i$

C. $z = 4 + 3i$

D. $z = -7 + 6\sqrt{2}i$

Câu 30: Mô đun của số phức $z = 5 + 2i - (1+i)^6$ là :

A. $5\sqrt{10}$

B. $\sqrt{61}$

C. 5

D. $5\sqrt{5}$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = |x-2+3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức là :

A. Đường tròn tâm $I(1; 2)$ bán kính $R=1$

B. Đường thẳng có phương trình $x - 5y - 6 = 0$

C. Đường thẳng có phương trình $x - 6y + 12 = 0$

D. Đường thẳng có phương trình $x - 3y - 6 = 0$

Câu 32: Cho các nhận định sau (giả sử các biểu thức đều có nghĩa) :

1) Số phức và số phức liên hợp của nó có mô đun bằng nhau.

2) Với $z = 2 - 3i$ thì mô đun của z là: $|z| = 2 + 3i$

3) Số phức z là số thuần ảo $\Rightarrow z = -\bar{z}$

4) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z + \bar{z} + 1\right| = 2$ là một đường tròn.

Số nhận định đúng là:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

Câu 33: Cho các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự được biểu diễn bởi các số $1+i$; $2+4i$; $6+5i$. Tìm số phức biểu diễn điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành :

- A. $7+8i$ B. $-3+8i$ C. $5+2i$ D. $-3+2i$

Câu 34: Cho $z_1; z_2; z_3; z_4$ là bốn nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$

Tính giá trị của biểu thức $T = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$

- A. $\frac{17}{9}$ B. $-\frac{17}{9}$ C. 425 D. -425

Câu 35: Cho một hình thang cân ABCD có các cạnh đáy $AB=2a$; $CD=4a$, cạnh bên $AD=BC=3a$. Hãy tính thể tích của khối nón xoay sinh bởi hình thang đó khi quay quanh trục đối xứng của nó.

- A. $\frac{14a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{56a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{14a^3}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{28a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 36: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là tam giác vuông cân ABC tại B. Cạnh $AC = a\sqrt{2}$. Biết $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD ?

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 37: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Mặt phẳng (BDC') chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ lệ thể tích phần nhỏ so với phần lớn là :

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{10}$

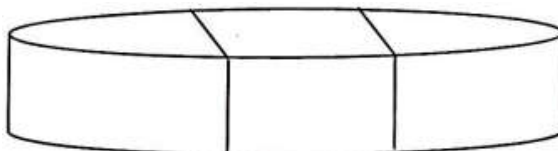
Câu 38: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD. Nhận định nào sau đây không đúng :

- A. Hình chóp S.ABCD có các cạnh bên bằng nhau
- B. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng đáy là tâm của đáy.
- C. ABCD là hình thoi
- D. Hình chóp có các cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy một góc.

Câu 39: Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi diện tích S_1 , các tứ giác ACC'A' và BDD'B' có diện tích lần lượt là S_2, S_3 . Thể tích khối hộp ABCD.A'B'C'D' tính theo S_1, S_2, S_3 là ?

- A. $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{2}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{S_1 S_2 S_3}$ C. $\sqrt{\frac{S_1 S_2 S_3}{3}}$ D. $\frac{\sqrt{S_1 S_2 S_3}}{2}$

Câu 40: Trong ngày trung thu, bố bạn Nam đem về cho bạn Nam một chiếc bánh trung thu. Nam rất vui vẻ vì điều đó, tuy nhiên để kích thích tinh thần toán của bạn Nam, bố bạn Nam đưa ra một bài toán sau : Giả sử chiếc bánh có hình trụ đứng, đáy là tròn đường kính 12cm, chiều cao 2cm. Bạn Nam cắt chiếc bánh thành 3 phần bằng nhau, cách phải tuân thủ quy tắc. Nam chỉ được cắt đúng hai nhát, mặt phẳng 2 nhát dao phải vuông góc với đáy và song song với nhau. Như vậy, theo cách cắt thì sẽ có hai miếng giống nhau và một việc khác hình thù, 3 miếng có cùng chung thể tích. Hỏi khoảng cách giữa 2 mặt phẳng nhát cắt gần nhất với giá trị bao nhiêu ?



học như hình phải cắt

- A. 3,5cm B. 3cm C. 3,2cm D. 3,44cm

Câu 41: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD ?

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{a^3}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 42: Cho $\vec{m} = (1; 0; -1)$; $\vec{n} = (0; 1; 1)$. Kết luận nào sau đây sai :

- A. $\vec{m} \cdot \vec{n} = -1$ B. \vec{m} và \vec{n} không cùng phương
C. $[\vec{m}, \vec{n}] = (1; -1; 1)$ D. Góc giữa 2 vectơ \vec{m} và \vec{n} là 60°

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(1; 0; 2)$, $B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng (P) : $2x + y - 2z + 4 = 0$. Viết phương trình của mặt cầu (S) có tâm I nằm trên đường thẳng AB, bán kính bằng 4 và tiếp xúc với mặt phẳng (P) ; biết tâm I có hoành độ dương.

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$
B. $(x+\frac{9}{5})^2 + (y+\frac{14}{5})^2 + (z-\frac{24}{5})^2 = 16$
C. $(x-1)^2 + (y)^2 + (z-2)^2 = 16$
D. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z)^2 = 16$

Câu 44: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P) có phương trình: $x + y - 2z - 6 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với mặt phẳng(P), H là tiếp điểm của (S) và (P). Nhận xét nào sau đây đúng ?

A. Mặt cầu (S) có bán kính bằng 6

B. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (Q) : $2x + y + 2z - 5 = 0$ là 2

C. Với $\vec{a} = (2; 1; -2)$ thì $\vec{OH} \cdot \vec{a} = 0$

D. Hoành độ của H nhận giá trị âm

Câu 45: Trong không gian Oxyz đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; 3)$ có phương trình :

A. $d \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$

B. $d \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$

C. $d \begin{cases} x = t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$

D. $d \begin{cases} x = -t \\ y = -2t \\ z = -3t \end{cases}$

Câu 46: Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCD với A(1 ; 6 ; 2), B(5 ; 1 ; 3), C(5 ; 0 ; 4), phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) :

A. (S) : $(x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{8}{223}$

B. (S) : $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$

C. (S) : $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{16}{223}$

D. (S) : $(x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{16}{223}$

Câu 47: Trong không gian Oxyz mặt phẳng song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases} \text{ có một vectơ pháp tuyến là :}$$

A. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$

B. $\vec{n} = (5; -6; 7)$

C. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$

D. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$

Câu 48: Trong không gian Oxyz, cho điểm M(0 ; 2 ; 0) và hai đường thẳng $d_1; d_2$ có phương trình

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}; d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}. \text{ Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M, song song với}$$

trục Ox, sao cho (P) cắt $d_1; d_2$ lần lượt tại A, B sao cho AB=1

A. $z = 0$

B. $-4y + z + 8 = 0$

C. $x + 2y - z - 4 = 0$

D. $x + 2y + z - 4 = 0$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai mặt phẳng (P) : $2x + y - z - 3 = 0$ và

(Q) : $x + y + z - 1 = 0$. Phương trình chính tắc đường giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là :

A. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{1}$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) : $3x - 3y + 4z + 16 = 0$, đường thẳng

$d : \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{-1}$ và điểm M(2 ; 3 ; 1). Gọi A là điểm thuộc đường thẳng d, B là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P). Tìm tọa độ điểm A biết tam giác MAB cân tại M.

A. A(3 ; 1 ; 3)

B. A(1 ; -3 ; 5)

C. A(2 ; -1 ; 4)

D. A(0 ; -5 ; 6)

Đáp án

1-D	6-A	11-A	16-A	21-B	26-A	31-D	36-B	41-B	46-B
2-A	7-D	12-A	17-A	22-A	27-C	32-A	37-D	42-D	47-D
3-B	8-B	13-D	18-D	23-A	28-A	33-A	38-C	43-D	48-C
4-D	9-D	14-C	19-A	24-B	29-D	34-A	39-A	44-B	49-A
5-A	10-C	15-B	20-C	25-C	30-D	35-A	40-C	45-D	50-A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Đáp án D

Câu 2: Đáp án A

Những bài toán dạng này chúng ta nên kẻ bảng biến thiên để tránh nhầm lẫn.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x^2$ suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; \pm 1$

BBT:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	↘	↗	↘	↗

Nhìn vào bảng biến thiên chúng ta có thể thấy đáp án A là chính xác.

Câu 3: Đáp án B

Chú ý điều kiện xác định của hàm số đã cho là $D = (0; +\infty)$

$$y' = 3x^2 - 2 - \frac{1}{x} = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x} = \frac{(x-1)(3x^2 + 3x + 1)}{x}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = 1$$

Kẻ bảng biến thiên ta thu được kết quả hàm số nghịch biến trên $(0;1)$

Nhận xét: Một số thí sinh khi đi thi không để ý đến điều kiện xác định của hàm số đã cho.

Câu 4: Đáp án D

A, B, C đều sai vì từ đề bài cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K ta có thể suy ra các điều sau:

$$\begin{cases} f'(x) > 0 \forall x \in K \\ x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2) \end{cases}$$

Câu 5: Đáp án A

Lưu ý bài toán bắt tìm tổng GTLN và GTNN chứ không phải tổng giá trị cực tiểu và giá trị cực đại, cần chú ý điều này để tránh sai sót không đáng có.

Giải: Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$

$$\text{Phương trình: } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in [-4; 4] \\ x = -1 \in [-4; 4] \end{cases}$$

Tính các giá trị

$y_{(-4)} = -41; y_{(-1)} = 40; y_{(3)} = 8; y_{(4)} = 15$. So sánh các giá trị ta cần suy ra GLTN là 40 và GTNN là -41

Tổng cần tìm là -1

Câu 6: Đáp án A

Nhìn vào đồ thị ta có thể thấy tập giá trị của x là $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$. Suy ra đây chính là điều kiện xác định của hàm số, do đó b phải bằng -2.

Lại có đường tiệm cận ngang của đồ thị là $y=1$ nên

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax+2}{x-2} = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a + \frac{2}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = 1 \Leftrightarrow a = 1$$

Câu 7: Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3} - m\right)x^2 - \left(\frac{1}{3} - m\right)x - \left(m + \frac{2}{3}\right)x + m + \frac{2}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3} - m\right)x - m - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ \frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3} - m\right)x - m - \frac{2}{3} = 0(*) \end{cases}$$

Để m thỏa mãn điều kiện đề bài thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 đều khác 1 và $x_1^2 + x_2^2 < 6$

Áp dụng Vi-et ta có $x_1 + x_2 = \frac{m}{3} - 1; x_1 x_2 = -\frac{m}{3} - 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - m - m - \frac{2}{3} \neq 0 \\ \Delta = \left(\frac{1}{3} - m\right)^2 + 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(m + \frac{2}{3}\right) > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + \frac{2}{3}m + 1 > 0 \\ \left(\frac{m}{3} - 1\right)^2 + 2\left(\frac{m}{3} + 2\right) < 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-3; 3] \setminus \{0\}$$

Vậy các giá trị nguyên của m là -3; -2; -1; 1; 2; 3. Có tất cả 6 giá trị

Sai lầm thường gặp: Không chú ý đến điều kiện phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt nhưng phải khác 1.

Câu 8: Đáp án B

Viết lại $y = \sin x(1 + \cos x) = \sin x + \frac{\sin 2x}{2}$

Có: $y' = \cos x + \cos 2x = 2 \cos^2 x + \cos x - 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \text{ . Trên đoạn } [0; \pi] \text{ thì phương trình } y' = 0 \text{ có nghiệm là } x = \frac{\pi}{3}; x = \pi$$

Tính các giá trị $y_{(0)}; y_{\left(\frac{\pi}{3}\right)}; y_{(\pi)}$ ta được giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ khi $x = \frac{\pi}{3}$

Câu 9: Đáp án D

Ta có thể viết lại $f(x)$ dưới dạng

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2x - 2 + 4}{x + 1} = x - 2 + \frac{4}{x + 1}$$

Nhận thấy tọa độ điểm là cặp số nguyên thì x nguyên và x+1 là ước của 4.

Suy ra số điểm chính là số nghiệm của 4. Vậy có 6 điểm thuộc đồ thị $f(x)$ có tọa độ là cặp số nguyên.

Câu 10: Đáp án C

Điều kiện để x là điểm cực đại của hàm số $y = \cos x$ là:

$$\begin{cases} y'_{(x)} = 0 \\ y''_{(x)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 11: Đáp án A

Đây là một bài toán tuy không quá khó nhưng đòi hỏi khả năng biến đổi chính xác.

Tập xác định $D = [-2; 5]$

$$f'(x) = -\frac{x-2}{\sqrt{-x^2+4x+21}} + \frac{2x-3}{2\sqrt{-x^2+3x+10}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{2\sqrt{-x^2+3x+10}} = \frac{x-2}{\sqrt{-x^2+4x+21}} \quad (*)$$

Đến đây chúng ta có thể sử dụng chức năng

SHIFT

SOLVE

 của máy tính để tìm nghiệm. Dưới đây chúng tôi sẽ trình bày cả hướng sử dụng và cả giải đầy đủ.

SD Máy tính: Nhập màn hình biểu thức $\frac{2x-3}{2\sqrt{-x^2+3x+10}} = \frac{x-2}{\sqrt{-x^2+4x+21}}$. Bấm

SHIFT

SOLVE

sau đó ấn một số bất kì và ấn =. Màn hình cho kết quả $x = 0,3333333333$ tức $x = \frac{1}{3}$.

Thử với các giá trị khác nhau trên $D = [-2; 5]$ ta đều thu được kết quả $x = 0,3333333333$

Thử lại ta thấy $f'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$

So sánh các giá trị $f(-2); f(5)$ và $f\left(\frac{1}{3}\right)$ ta thấy $\min f(x) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{2}$

Tuy nhiên cách làm này còn nhiều hạn chế vì chúng ta chưa thể chắc chắn tìm được hết nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$

Biến đổi thông thường:

$$(*) \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 4}{-x^2 + 4x + 21} = \frac{4x^2 - 12x + 9}{4(-x^2 + 3x + 10)}$$

$$\Rightarrow 4(x^2 - 4x + 4)(-x^2 + 3x + 10) = (4x^2 - 12x + 9)(-x^2 + 4x + 21)$$

$$\Leftrightarrow 51x^2 - 104x + 29 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = \frac{29}{17} \end{cases}$$

Thử lại chỉ có $x = \frac{1}{3}$ là nghiệm.

So sánh các giá trị $f(-2)$; $f(5)$ và $f\left(\frac{1}{3}\right)$ ta thấy $\min f(x) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{2}$

Câu 12: Đáp án A

$$\text{Điều kiện } -x^2 + 5x - 6 > 0 \Rightarrow 2 < x < 3$$

Câu 13: Đáp án D

Hàm số đã cho liên tục và xác định trên R.

Áp dụng công thức $(uv)' = u'v + uv'$ suy ra $y' = e^{-x} - x.e^{-x} = e^{-x}(1-x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} = -\infty$ suy ra hàm số không tồn tại GTNN

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} = 0; y_{(1)} = \frac{1}{e} \text{ suy ra } \max_{x \in (0; +\infty)} y = \frac{1}{e}$$

Câu 14: Đáp án C

Đối với những câu dễ như thế này, thí sinh cần tránh sai sót không đáng có, ở bài toán này một vài thí sinh quên không để ý đến điều kiện xác định dẫn đến chọn đáp án A.

Điều kiện $x > 2$

$$\Leftrightarrow x - 2 < 2^2 = 4 \Leftrightarrow \log_2(x - 2) < 2 \Leftrightarrow x < 6$$

Vậy $2 < x < 6$

Câu 15: Đáp án B

TXD: $D = \mathbb{R}$

Phương trình

$$9^x + 2.3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3^x + 3.3^x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x - 1)(3^x + 3) = 0$$

$$\begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = -3(\text{VN}) \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy phương trình có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 16: Đáp án A

Từ điều kiện ta suy ra

$$a^2 + b^2 + 2ab = 9ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 9ab$$

$$\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab \Leftrightarrow \log_7\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \log_7 ab \Leftrightarrow 2\log_7\left(\frac{a+b}{3}\right) = \log_7 a + \log_7 b$$

Câu 17: Đáp án A

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ ta có

$$y' = \frac{(\ln^2 x)' \cdot x - x' \cdot \ln^2 x}{x^2} \Leftrightarrow y' = \frac{2 \ln x - \ln^2 x}{x^2}$$

Câu 18: Đáp án D

Vì $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ nhưng theo biến đổi ý D thì $1 + 2 + 3 + \dots + n = n(n+1)$

Câu 19: Đáp án A

Ta sử dụng phương pháp biến đổi tương đương:

$$4 \cdot 3^x + 3 \cdot 2^x = 12 + 6^x \Leftrightarrow 4 \cdot (3^x - 3) + 2^x(3 - 3^x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^x - 4)(3^x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Câu 20: Đáp án C

Tập xác định $D = (0; +\infty)$

Đặt $\log_2 x = t \Leftrightarrow x = 2^t$ suy ra $2^{t^2} + (2^t)^t \leq 8$

$$\Leftrightarrow 2^{t^2} + 2^{t^2} \leq 8 \Leftrightarrow 2^{t^2} \leq 2^3 = 8 \Leftrightarrow t^2 \leq 3 \Leftrightarrow -\sqrt{3} \leq t \leq \sqrt{3} \Leftrightarrow -\sqrt{3} \leq \log_2 x \leq \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 2^{-\sqrt{3}} \leq x \leq 2^{\sqrt{3}}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra tập nghiệm là $[2^{-\sqrt{3}}; 2^{\sqrt{3}}]$

Đáp án A sai vì có 2 giá trị tự nhiên của x là 1 và 2

Đáp án B sai vì $2^{-\sqrt{3}} < \frac{2}{5}$

Đáp án C đúng vì các giá trị x bán nguyên là 0,5; 1,5 và 2,5

Đáp án D sai vì $2^{-\sqrt{3}}$ là một số vô tỉ

Câu 21: Đáp án B

Gọi n là số tháng anh cần trả với n tự nhiên

Sau tháng thứ nhất anh còn nợ

$$S_1 = 10^9 \cdot \left(1 + \frac{0,5}{100}\right) - 30 \cdot 10^6 = 10^9 \cdot 1,005 - 30 \cdot 10^6 \text{ đồng}$$

Sau tháng thứ hai anh còn nợ

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 \cdot 1,005 - 12 \cdot 10^6 = (10^9 \cdot 1,005 - 30 \cdot 10^6) \cdot 1,005 - 30 \cdot 10^6 \\ &= 10^9 \cdot 1,005^2 - 30 \cdot 10^6 \cdot \frac{1,005^2 - 1}{0,005} \text{ đồng} \end{aligned}$$

Tiếp tục quá trình trên thì số tiền anh Sơn còn nợ sau n tháng sẽ là

$$S_n = 10^9 \cdot 1,005^n - 30 \cdot 10^6 \cdot \frac{1,005^n - 1}{0,005} = 0$$

$$\Rightarrow 1,005^n = 1,2 \Rightarrow n = \log_{1,005} 1,2 \approx 36,555$$

Do đó sau 37 tháng sẽ trả hết nợ tức 3 năm 1 tháng

Câu 22: Đáp án A

Chúng ta có thể thử bằng cách tính đạo hàm các đáp án và $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ tại cùng một giá trị để chọn đáp án đúng.

Đối với cách làm trực tiếp, đây là một dạng khá cổ điển của bài tập nguyên hàm.

$$\text{Đặt } \sqrt{1+x^2} = t > 0 \Leftrightarrow x^2 + 1 = t^2 \Leftrightarrow xdx = tdt$$

Nguyên hàm cần tính có thể viết lại bằng:

$$\int x\sqrt{x^2+1}dx = \int t \cdot tdt = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} = \frac{(\sqrt{x^2+1})^3}{3}$$

Câu 23: Đáp án A

Tương tự như bài toán trên, bài toán này cũng có cách thử tương tự, tuy nhiên đôi khi việc thử lại tốn thời gian hơn việc làm trực tiếp.

Sau đây là cách làm trực tiếp:

$$\text{Đặt } e^x + e^{-x} = t \Rightarrow (e^x - e^{-x})dx = dt$$

Nguyên hàm cần tính:

$$\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln|e^x + e^{-x}| + C$$

Câu 24: Đáp án B

$$\text{Xét phương trình } \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

Như vậy, thể tích cần tìm sẽ được tính theo công thức: $V = \pi \int_{-1}^1 |f^2(x) - g^2(x)| dx$

$$V = \pi \int_{-1}^1 \left| \left(\frac{1}{1+x^2} \right)^2 - \frac{x^4}{4} \right| dx = \pi \left| \int_{-1}^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx - \int_{-1}^1 \frac{x^4}{4} dx \right|$$

$$\pi \left| \int_{-1}^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx - \frac{x^5}{20} \Big|_{-1}^1 \right| = \pi \left| \int_{-1}^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx - \frac{1}{10} \right|$$

$$V = \pi \left| I - \frac{1}{10} \right| \text{ với } I = \int_{-1}^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$$

Tính I: Đặt $x = \tan t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$

$$dx = \frac{1}{\cos^2 t} dt = (1 + \tan^2 t) dt$$

Ta có thể viết I lại dưới dạng

$$I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 t}{(1 + \tan^2 t)^2} dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt$$

$$\Rightarrow I = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} V = \pi \left| \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{10} \right| = \frac{\pi^2}{4} + \frac{2\pi}{5}$$

Nhận xét: Đây là một bài toán khá khó, đòi hỏi thí sinh phải biết đúng công thức và việc xử lí tích phân khéo léo.

Câu 25: Đáp án C

Đây là một bài toán khá đơn giản nhưng có thể gây khó khăn với một vài thí sinh không nhớ đúng công thức.

Ở đây ta áp dụng công thức: $\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$

Câu 26: Đáp án A

Câu 27: Đáp án C

Trước tiên ta phải tìm giao điểm của hai đồ thị $y = x^3 - 3x$ và $y = x$

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx + \int_0^2 (4x - x^3) dx = 8$$

Câu 28: Đáp án A

Ở bài toán này máy tính dường như không giúp được nhiều trong việc giải quyết bài toán, đây là bài toán sử dụng phương pháp tích phân thành phần ở mức độ vận dụng.

Đặt

$$\begin{cases} u = 3 + \ln x \\ v = \frac{dx}{(x+1)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{-1}{x+1} + 1 = \frac{x}{x+1} \end{cases}$$

Áp dụng công thức tích phân thành phần $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$ thì ta được

$$I = \left. \frac{(3 + \ln x)x}{x+1} \right|_1^3 - \int_1^3 \frac{dx}{x+1} = \left. \frac{(3 + \ln x)x}{x+1} \right|_1^3 - \ln(x+1) \Big|_1^3$$

$$I = \left(\frac{3(3 + \ln 3)}{4} - \frac{3}{2} \right) - (\ln 4 - \ln 2)$$

$$= \frac{3}{4}(\ln 3 + 1) - \ln 2 = \frac{3}{4}(\ln 3 + 1) + \ln \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Vậy } a = \frac{3}{4}; b = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 4a + 2b = 3 + 1 = 4$$

Nhận xét: Điểm mấu chốt để xử lý nhanh bài toán nằm ở việc đặt $v = \frac{-1}{x+1} + 1 = \frac{x}{x+1}$. Một số thí sinh chọn đáp

án B vì khi làm đến $I = \frac{3}{4}(\ln 3 + 1) - \ln 2$ không để ý dấu nên suy ra luôn $a = \frac{3}{4}; b = 2$ dẫn đến kết quả sai.

Câu 29: Đáp án D

Sử dụng máy tính ở chế độ CMPLX. Nhập màn hình biểu thức $(\sqrt{2} + 3i)^2$ và ấn "=" ta được kết quả

$$z = -7 + 6\sqrt{2}i$$

Câu 30: Đáp án D

Nhiều thí sinh tỏ ra lung túng trước biểu thức $(1+i)^6$, nếu như đây là bài tự luận thì các bước khai triển biểu thức này khá dài và phức tạp, tuy nhiên chúng ta có thể sử dụng máy tính để có kết quả chính xác.

Một lưu ý là máy tính không thể tính được lũy thừa bậc 4 trở lên của một số phức. Do đó ta phải tính gián tiếp qua 2 bước. Vì $(1+i)^6 = \left[(1+i)^3 \right]^2$ nên ta sẽ tính $(1+i)^3$ trước rồi tính bình phương của giá trị vừa tìm được.

$$\text{Sử dụng máy tính Casio ta tính được } (1+i)^3 = -2+2i \Rightarrow (1+i)^6 = (-2+2i)^2 = -8i$$

$$\text{Vậy } z = 5+2i - (1+i)^6 = 5+2i - (-8i) = 5+10i$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

Nhận xét: Một số sai lầm trong quá trình biến đổi có thể dẫn đến đáp án sai là B hoặc C. Nếu như sử dụng phương pháp khai triển trực tiếp ra nháp thì bài toán này tốn khá nhiều thời gian khi đi thi, thí sinh có thể sẽ bị không đủ thời gian làm những câu khác.

Câu 31: Đáp án D

Với $z = a+bi (a, b \in R)$ thì theo đề bài ta sẽ có:

$$|a-1+bi| = |a-2(b+3)i|$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = (a-2)^2 + (b+3)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 + b^2 = a^2 - 4a + 4 + b^2 + 4b + 9$$

$$\Leftrightarrow -2a + 6b + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3y - 6 = 0$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$

Câu 32: Đáp án A

Các nhận định đúng là 1;3

Đáp án A đúng vì cả số phức và số phức liên hợp đều có mô đun là $\sqrt{a^2 + b^2}$

Đáp án B sai vì mô đun của số phức $|z| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$ còn $2+3i$ là số phức liên hợp của z

Đáp án C đúng vì $z = bi; \bar{z} = -bi; bi = -(-bi) \Leftrightarrow z = -\bar{z}$

Đáp án D sai. Với $z = a+bi (a, b \in R)$ thì ta có

$$z + \bar{z} + 1 = a+bi + a-bi + 1 = 2a+1$$

$$\Rightarrow |z + \bar{z} + 1| = |2a + 1| = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Như vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là hai đường thẳng song song chứ không phải một đường tròn.

Câu 33: Đáp án A

Từ dữ kiện đề bài ta suy ra $A(1;1); B(2;4); C(6;5) \Rightarrow \overline{AB} = (1;3)$

Đặt số phức z biểu diễn điểm D là $z = a + bi (a, b \in R)$ thì $D(a,b)\overline{CD} = (a-6; b-5)$

Tứ giác ABDC là hình bình hành nên $\overline{AB} = \overline{CD}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-6=1 \\ b-5=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=8 \end{cases} \Leftrightarrow z = 7 + 8i$$

Sai lầm thường gặp: Nhầm chiều vectơ: $\overline{AB} = \overline{DC}$ dẫn đến lựa chọn đáp án C.

Câu 34: Đáp án A

Đây là một bài toán số phức ở mức độ vận dụng cao khá hay và khó. Để giải quyết cần sự tinh ý và cẩn thận trong từng bước giải.

Từ phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$, ta suy ra

$$(2z-i)^4 - (z-i)^4 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Đặt } f(z) &= (2z-i)^4 - (z-i)^4 \\ &= 15(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4) \end{aligned}$$

$$\text{Vì } i^2 = -1 \Rightarrow z^2 + 1 = z^2 - i^2 = (z-i)(z+i)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T &= [(z_1-i)(z_2-i)(z_3-i)(z_4-i)] \\ &\quad [(z_1+i)(z_2+i)(z_3+i)(z_4+i)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow T &= [(i-z_1)(i-z_2)(i-z_3)(i-z_4)] \\ &\quad [(-i-z_1)(-i-z_2)(-i-z_3)(-i-z_4)] \end{aligned}$$

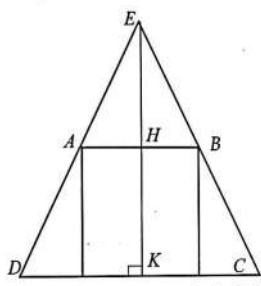
$$\Leftrightarrow T = \frac{f(i)}{15} \cdot \frac{f(-i)}{15} = \frac{f(i) \cdot f(-i)}{225}$$

Tính các giá trị $f(i); f(-i)$

$$\left. \begin{aligned} f(i) &= (2i-i)^4 - (i-1)^4 = i^4 - (i-1)^4 = 5 \\ f(-i) &= (-2i-i)^4 - (-i-1)^4 = 85 \end{aligned} \right\} \Rightarrow T = \frac{5.85}{225} = \frac{17}{9}$$

Nhận xét: Đối với bài toán này, có lẽ Casio hay Vinacal cũng “bó tay”. Một số bạn thì có hướng làm đúng nhưng lại chọn đáp án C vì ngay từ đầu khi đặt $F(z)$ đã không có hệ số 15 ở đâu.

Câu 35: Đáp án A



Gọi AD và BC cắt nhau tại E. $2\vec{AB} = \vec{DC}$ nên AB là đường trung bình $\Delta EDC \Rightarrow ED = 2AD = 6a$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm AB và CD thì ta có EK vuông góc với CD và HK là trục đối xứng của ABCD.

$$EK = \sqrt{ED^2 - DK^2} = 4a\sqrt{2}; EH = \frac{EK}{2} = 2a\sqrt{2}$$

Khối nón xoay sinh bởi hình thang ABCD khi quay quanh trục của nó chính là phần thể tích nằm giữa 2 khối nón:

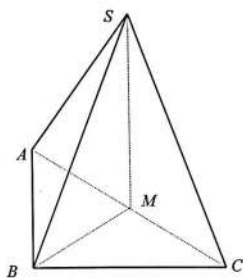
+Khối nón 1: Có đáy là hình tròn tâm K, bán kính $KD=2a$, đường cao $EK=4a\sqrt{2}$

+Khối nón 2: Có đáy là hình tròn tâm H, bán kính $HA=a$, đường cao $EH = 2a\sqrt{2}$

Do đó thể tích cần tìm là

$$V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3} \cdot (2a)^2 \cdot \pi \cdot 4a\sqrt{2} - \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \pi \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{14a^3\sqrt{2}}{3}$$

Câu 36:



Gọi M là trung điểm AC thì M là trọng tâm, trực tâm tam giác ABC

$SA=SB=SC=a$ nên $SM \perp (ABC)$

Vì ΔABC vuông cân tại B, $AC = a\sqrt{2}$ nên

BA=BC=a

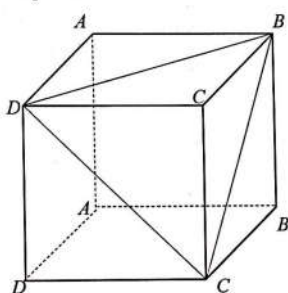
$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{a^2}{2}$$

$$SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = \sqrt{SB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Do đó thể tích cần tìm là:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SM = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Câu 37: Đáp án D



Nhìn vào hình vẽ ta có thể thấy 2 phần của hình lập phương ABCD.A'B'C'D' chia bởi mặt phẳng (BDC') gồm hình chóp BCC'D' và phần còn lại

$$\text{Tỉ lệ cần tính sẽ là } T = \frac{V_{BCC'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{BCC'D'}}$$

Giả sử hình lập phương có cạnh là 1

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = 1^3 = 1$$

Hình chóp BCC'D' có đáy là tam giác vuông cân DCC', đỉnh B, đường cao BC

$$\Rightarrow V_{BCC'D'} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{DCC'} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$T = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

Sai lầm thường gặp:

Tính nhầm giá trị $T = \frac{V_{BCC'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}$ dẫn đến đáp án B.

Câu 38: Đáp án C

Nhắc lại kiến thức: Hình chóp đa giác đều: là hình chóp có đáy là đa giác đều và hình chiếu của đỉnh xuống đáy trùng với tâm của đáy. Như vậy hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD và hình chiếu của S xuống đáy là tâm hình vuông ABCD.

Câu 39: Đáp án A

Gọi đáy của hình hộp có độ dài 2 đường chéo là $AC=a$; $BD=b$ và đường cao hình hộp là $AA'=BB'=c$

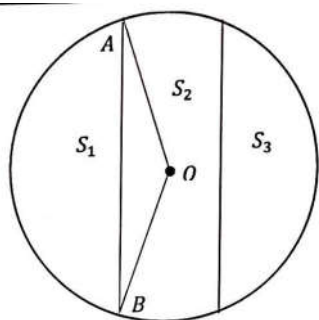
$$\text{Suy ra được } S_1 = \frac{1}{2}ab ; S_2 = AC.AA' = ac ; S_3 = BD.BB' = bc \Rightarrow S_1S_2S_3 = \frac{a^2b^2c^2}{2}$$

Thể tích khối hộp là

$$V = S_1.c = \frac{1}{2}abc = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{a^2b^2c^2}{2}} = \sqrt{\frac{S_1S_2S_3}{2}}$$

Nhận xét: Đây là một bài toán không khó nhưng dễ gây nản đối với những thí sinh lười biến đổi.

Câu 40: Đáp án C



Thực chất bài toán là chia hình tròn thành 3 phần bằng nhau như hình vẽ:

Vì các miếng bánh có cùng chiều cao nên diện tích đáy của các miếng bánh phải bằng nhau và bằng $\frac{1}{3}$ diện tích chiếc bánh ban đầu.

$$\text{Trong hình vẽ thì ta có } OA=OB=6 \text{ và } S_1 = S_2 = S_3 = \frac{\pi.OA^2}{3} = 12\pi$$

Đặt $\angle AOB = \alpha \in (0, \pi)$ thì ta có:

$$S_1 + S_{\triangle OAB} = S_{OAB}$$

$$\Leftrightarrow 12\pi + \frac{1}{2}OA.OB.\sin \alpha = \frac{OA^2.\pi}{2\pi}.\alpha$$

$$\Leftrightarrow 12\pi + 18\sin \alpha = 18\alpha$$

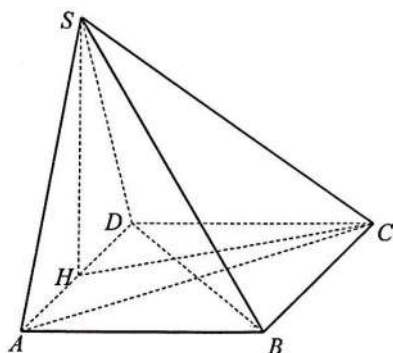
Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE trên máy tính ta tìm được giá trị

$$\alpha \approx 2,605325675$$

Khoảng cách 2 nhất dao là

$$x = OA \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \approx 3,179185015$$

Câu 41: Đáp án B



Gọi H là chân đường cao hạ từ S của tam giác đều SAD

Suy ra $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $SH \perp (ABCD)$

Trong tam giác vuông HSC có $HC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\cos HDC = \frac{DH^2 + DC^2 - CH^2}{2DH \cdot DC} = \frac{\frac{a^2}{4} + a^2 - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot a} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow HDC = 60^\circ$$

Suy ra $S_{ABCD} = DA \cdot DC \cdot \sin ADC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} a^3$$

Câu 42: Đáp án D

Lưu ý rằng góc giữa hai vectơ nhỏ hơn hoặc bằng 180° còn góc giữa hai đường thẳng nhỏ hơn hoặc bằng 90° . ở

đây, góc giữa hai vectơ được tính theo công thức $\cos(\vec{m}; \vec{n}) = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{-1}{2}$

$$\Rightarrow \left(\vec{m}; \vec{n} \right) = 120^\circ$$

Câu 43: Đáp án D

Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$

Phương trình tham số của đường thẳng AB là

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Gọi tâm $I(1+t; t; 2-t) \in AB ; (t > -1)$

(S) tiếp xúc mp (P)

$$\Leftrightarrow d(I; (P)) = 4 \Leftrightarrow 5t + 2 = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} 5t + 2 = 12 \\ 5t + 2 = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(TM) \\ t = -\frac{14}{5}(L) \end{cases}$$

Phương trình mặt cầu (S) cần tìm:

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$$

Nhận xét: Đây là bài toán không khó nhưng lại tốn thời gian trong quá trình làm bài

Câu 44: Đáp án B

Ta có $O(0; 0; 0)$, do mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mp(P) nên ta có:

$$R = d_{(O; (P))} = \frac{|-6|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \sqrt{6}. \text{ Vậy đáp án A sai.}$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng (P), H chính là tiếp điểm của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P). Đường thẳng OH đi qua O và vuông góc mp (P) nhận $\vec{n} = (1, 1, -2)$ là vectơ pháp tuyến của mp (P) làm vectơ chỉ phương, pt đường thẳng OH có dạng

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}$$

$$H \in OH \Rightarrow H(t, t, -2t)$$

$$\text{Ta lại có } H \in mp(P) \Rightarrow t + t - 2(-2t) - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\text{Vậy } H(1, 1, -2)$$

Vậy hoành độ của H có giá trị dương, $\overrightarrow{OH} \cdot \vec{a} \neq 0$ và khoảng cách từ h đến (Q) : $2x + y + 2z - 5 = 0$ là 2

Câu 45 : Đáp án D

Câu 46 : Đáp án B

Câu 47 : Đáp án D

Từ đề bài ta suy ra $\vec{u}_{\Delta 1} = (2; -3; 4)$; $\vec{u}_{\Delta 2} = (1; 2; -1)$ Vì mặt phẳng cần tìm song song với hai đường đã cho nên tích có hướng của hai vectơ trên chính là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó $\Rightarrow \vec{n} = [\vec{u}_{\Delta 1}; \vec{u}_{\Delta 2}] = (-5; 6; 7)$

Câu 48 : Đáp án C

Giả sử có mặt phẳng (P) thỏa yêu cầu đề bài thì ta có :

$$A \in d_1 \Rightarrow A(1+2t; 2-2t; -1+t)$$

$$B \in d_2 \Rightarrow B(3+2l; -1-2l; l)$$

$$\vec{AB} = (2(l-t)+2; -2(l-t)-3; (l-t)+1)$$

$$AB^2 = 9(l-t)^2 + 22(l-t) + 14 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} l-t = -1 \\ l-t = -\frac{13}{9} \end{cases}$$

Nếu $l-t = -1$ thì

$$\Rightarrow \vec{AB} = (0; -1; 0) \Rightarrow VTPP_{n_{(P)}} = [\vec{AB}; \vec{i}] = (0; 0; 1)$$

Phương trình mặt phẳng (P) : $z=0$ (loại vì (P) chứa Ox)

$$\text{Nếu } l-t = -\frac{13}{9} \Rightarrow \vec{AB} = \left(\frac{-8}{9}; \frac{-1}{9}; \frac{-4}{9}\right) \Rightarrow VTPP_{n_{(P)}} = [\vec{AB}; \vec{i}] = \left(0; -\frac{4}{9}; \frac{1}{9}\right)$$

Phương trình mặt phẳng (P) : $-4y + z + 8 = 0$ (thỏa đề bài nhận)

Câu 49 : Đáp án A

Gọi \vec{u} là vectơ chỉ phương của đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_P \\ \vec{u} \perp \vec{n}_Q \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (2; -3; -1)$$

Như vậy đáp án chỉ có thể là **A** và **B**

Một đường thẳng có thể có nhiều dạng phương trình chính tắc nên đến đây thử đáp án là tối ưu hết. Trên mỗi đường thẳng lấy một điểm và thử xem điểm đó có thuộc hai mặt phẳng không.

Lấy điểm $A(-1; 2; 1)$ thuộc đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$ thì A không thuộc mặt phẳng (P)

Lấy điểm $A(0; 2; -1)$ thuộc đường $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$ thì nhận thấy $A(0; 2; -1)$ thuộc cả hai mặt phẳng (P) và (Q)

Vậy đường thẳng cần tìm là $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$

Câu 50: Đáp án A

Gọi H là trung điểm AB và A' là điểm đối xứng của A qua M

Khi đó: $\begin{cases} MH // A'B \\ MH \perp AB \end{cases} \Rightarrow A'B \perp AB \Rightarrow A' \in (P)$

Vì M là trung điểm AA' nên $A'(-t+3; -2t+9; t-3)$

Mà $A' \in (P) \Rightarrow t=2 \Rightarrow A(3;1;3)$