

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 – ĐỀ 32

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Hàm số $y = x - \ln(x + 1)$ đồng biến trên:

- A. $[0; +\infty)$ B. $(0; +\infty)$ C. $x \geq 0; x < -1$ D. $(0; +\infty]$

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có 2 điểm cực trị khi giá trị m là:

- A. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 8 \end{cases}$ B. $0 < m < 2$ C. $0 < m < 8$ D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Giá trị $y'(0)$ bằng:

- A. -3 B. -1 C. 0 D. 3

Câu 4: Hàm số $y = \cos(2x) - 2\cos(x) + 2$ có giá trị nhỏ nhất là:

- A. 1 B. 2 C. $1/2$ D. -1

Câu 5: Phương trình $y''(0) = 0$ với $y = x + \sin 2x$ có một nghiệm là:

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$

Câu 6: Hàm số $\begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ 2x & -1 \leq x < 0 \\ -3x - 5 & x < -1 \end{cases}$

- A. Không có cực trị B. Có cực trị C. Có 2 cực trị D. Có 3 cực trị

Câu 7: Đặc điểm của đồ thị hàm số bậc 3 là:

- A. Luôn luôn có trục đối xứng B. Nhận đường thẳng nối hai cực trị làm trục đối xứng
C. Luôn có tâm đối xứng D. Luôn nhận điểm cực trị làm tâm đối xứng

Câu 8: Hàm số $y = x^3 - 3x$ đạt GTNN trên $[-2; 2]$ khi x bằng:

- A. -2 B. 1 C. -1 hay 2 D. 1; -2

Câu 9: Cho hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$ có cực đại cực tiểu x_1, x_2 sao cho $x_1 < -1 < x_2$ thì giá trị của m là:

- A. $m > 1$ B. $m < 1$ C. $m > -1$ D. $m < -1$

Câu 10: Hàm số $y = \sin x - 2x$

- A. Đồng biến trên \mathbb{R} C. Nghịch biến $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$
B. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$ D. Nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

- A. e^2 B. $-2e$ C. $\frac{6}{e^3}$ D. $\frac{1}{e^2}$

Câu 12: Số nghiệm phương trình $\log_2(9^x - 4) = x \log_2 3 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}$ là:

- A. 2 B. 0 C. 1 D. Khác

Câu 13: Nếu $a > b > 1$ và $x > 0$ thì:

- A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = b^x$
B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y = b^x$
C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ cắt đồ thị hàm số $y = b^x$
D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = b^x$ khi $x > 1$ và đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y = b^x$ khi $0 < x < 1$

Câu 14: Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 3 nghiệm lớn hơn -1

- A. $\frac{1}{2^9} < m < 1$ B. $\frac{1}{2^9} \leq m \leq 1$ C. Đáp án khác D. $\frac{1}{2^6} < m < 1$

Câu 15: Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. Cơ số logarit là một số khác 1
B. Cơ số logarit là một số nguyên
C. Cơ số logarit là một số thực bất kỳ
D. Cơ số logarit là một số nguyên dương

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

- A. $f'(x) = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$ B. $f'(x) = \frac{8}{(e^x + e^{-x})^2}$
C. $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x + e^{-x})^2}$ D. $f'(x) = \frac{5}{(e^x + e^{-x})^2}$

Câu 17: Cho $(\sqrt{2} + 3)^m \leq (\sqrt{2} + 3)^n$ khi đó:

- A. $m \geq n$ B. $m \leq n$ C. $m = n$ D. $m < n$

Câu 18: Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Khi đó giá trị biểu thức $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ là:

- A. $\frac{2(\sqrt{3}-1)}{3(\sqrt{3}-2)}$ B. $\sqrt{3}-1$ C. $\sqrt{3}+1$ D. $\frac{2(\sqrt{3}-1)}{3(\sqrt{3}+2)}$

HOC360.NET - TÀI LIỆU HỌC TẬP MIỄN PHÍ

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Gọi $f''(x)$ là đạo hàm cấp 2. Ta có $f''(0)$ bằng:

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 20: $\log 2 = a, \log 3 = b$. Thì $\log 45$ theo a và b bằng

- A. $2b + a + 1$ B. C. $15b$ D. $a - 2b + 1$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $y' = x^2 y$ và $f(-1) = 1$ thì $f(2)$ bằng bao nhiêu:

- A. e^3 B. e^2 C. $2e$ D. $e + 1$

Câu 22: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$

- A. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$ B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$
C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$ D. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

Câu 23: Tính $K = \int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx$

- A. $\ln 2 - \frac{1}{2}$ B. $\ln 2 - \frac{1}{4}$ C. $\ln 2 + \frac{1}{2}$ D. $-\ln 2 + \frac{1}{2}$

Câu 24: Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi $Ox, Oy, y = \cos x$ và $y = \frac{-2}{\pi} + 1$. Diện tích hình phẳng (S) là:

- A. 2π B. $2 + \frac{3\pi}{2}$ C. π D. $1 - \frac{\pi}{4}$

Câu 25: Cho $\int_1^2 \frac{dx}{x^5 + x^3} = a \ln 2 + b \ln 5 + c$, với $a; b; c$ là số hữu tỉ. Khi đó $a + 2b + 4c$ bằng:

- A. 2 B. 3 C. 0 D. 1

Câu 26: Một nguyên hàm của $f(x) = (2x - 1)e^{-x}$ là:

- A. xe^{-x} B. $-2(x + 1)e^{-x}$ C. $x^2 e^{\frac{1}{x}}$ D. $\frac{1}{e^x}$

Câu 27: Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x)^n \sin x dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{n+1}$ B. $\frac{1}{n-1}$ C. $\frac{1}{2n}$ D. $\frac{1}{n}$

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn $|2 + z| = |1 - i|$. Chọn phát biểu **đúng**:

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là 1 đường thẳng.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là 1 parabol.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là 1 đường tròn.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là 1 elip

Câu 29: Số phức z thỏa mãn $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$ là:

- A. $z = 4 + 3i$ B. $z = 3 - 4i$ C. $z = 4 - 3i$ D. $z = 3 + 4i$

Câu 30: Modun của $z = \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i}$ bằng:

- A. $6\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 31: Cho 2 số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ là:

- A. 5 B. 6 C. $\sqrt{61}$ D. $\sqrt{55}$

Câu 32: Phần thực của số phức z thỏa mãn $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$

- A. -6 B. -3 C. 2 D. -1

Câu 33: Phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + \bar{z} = (2-i)^3(1-i)$ là:

- A. $-13i$ B. 13 C. -9 D. 9

Câu 34: Số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 3z = (3-2i)^2(2+i)$ là:

- A. $z = \frac{11}{2} - \frac{19}{2}i$ B. $z = 11 - 19i$ C. $z = \frac{11}{2} + \frac{19}{2}i$ D. $z = 11 + 19i$

Câu 35: Rút gọn biểu thức $z = i(2-i)(3+i)$ ta được:

- A. $z = 6$ B. $z = 1 + 7i$ C. $z = 2 + 5i$ D. $z = 5i$

Câu 36: Tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(2;0;1)$ trên đường thẳng $(\Delta) \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = z-2$ là:

- A. $(2;2;3)$ B. $(1;0;2)$ C. $(0;2;-1)$ D. $(-1;-4;-6)$

Câu 37: Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)2x - y + 3z + 5 = 0$ và $(Q)2x - y + 3z + 1 = 0$ bằng:

- A. $\frac{6}{\sqrt{14}}$ B. 6 C. 4 D. $\frac{4}{\sqrt{14}}$

Câu 38: Cho 4 điểm $A(1;1;1), B(1;2;1), C(1;1;2), D(2;2;1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tọa độ

- A. $(3;3;-3)$ B. $(\frac{3}{2}; \frac{-3}{2}; \frac{3}{2})$ C. $(\frac{3}{2}; \frac{-3}{2}; \frac{3}{2})$ D. $(3;3;3)$

Câu 39: Cho $A(0;-1;3)$ và đường thẳng $d \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}$. Khoảng cách từ A đến (d) bằng

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{25}$ C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{6}$

Câu 40: Cho 3 mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$ và $(\beta): x + y - z + 2 = 0, \gamma: x + y - 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai :

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$ B. $(\gamma) \perp (\beta)$ C. $(\alpha) \parallel (\gamma)$ D. $(\alpha) \perp (\gamma)$

HOC360.NET - TÀI LIỆU HỌC TẬP MIỄN PHÍ

Câu 41: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$. Cho mệnh đề đúng:

- A. $(d) \perp (\alpha)$ B. (d) cắt (α) C. $(d) // (\alpha)$ D. $(d) \subset (\alpha)$

Câu 42: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ bán kính R của mặt cầu (S) là:

- A. $\sqrt{17}$ B. $\sqrt{88}$ C. 2 D. 5

Câu 43: Cho hình tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên hợp với cạnh đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 44: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a . $A'C'$ hợp với mặt phẳng $ABB'A'$ một góc 30° . Khi đó thể tích là:

- A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 45: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông; $SA \perp (ABCD)$, cạnh SC hợp với mặt đáy một góc 45° và $SC = 2\sqrt{2}a$

- A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{a^3 2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 46: Cho (H) là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $SABCD$ theo a là:

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{12}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 47: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $SABCD$ theo a là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 48: Cho hình chóp $SABC$ có cạnh bên $SA = a$ vuông góc với đáy, cạnh SC hợp với đáy một góc 60° . Tam giác ABC vuông cân tại A . Tính thể tích $SABC$:

- A. $\frac{a^3}{4}$ B. $\frac{a^3}{12}$ C. $\frac{a^3}{18}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$

Câu 49: (Câu chuyện cây khế): Giả sử rằng người anh trong câu chuyện cây khế được phép may tối đa hai cái túi (để xách lên hai vai) từ một mảnh vải chọn tùy ý nhưng chỉ có diện tích là $9m^2$. Hỏi người anh phải chọn vải và cách may như thế nào để đem được nhiều vàng nhất (tức là thu được thể tích lớn nhất), biết rằng mỗi cái túi được coi như một hình hộp chữ nhật?

A. $\left(\frac{3}{2}\right)$

B. $\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

D. 1

Câu 50: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hình lập phương là đa diện lồi
- B. Tứ diện là đa diện lồi
- C. Hình hộp là đa diện lồi
- D. Hình tạo bởi hai tứ diện chung đáy ghép với nhau là một đa diện lồi

ĐÁP ÁN

1A	2D	3A	4C	5B	6D	7C	8D	9B	10D
11B	12C	13A	14C	15A	16A	17B	18A	19B	20B
21A	22A	23A	24D	25D	26B	27A	28C	29D	30D
31C	32C	33B	34A	35B	36B	37D	38C	39B	40C
41D	42D	43A	44B	45C	46B	47A	48C	49B	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập xác định $x > -1$. Ta có: $y' = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}$; $y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$. Vậy đáp án cần tìm là **A**.

Câu 2: Phân tích: Để hàm số có 2 điểm cực trị thì phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt:

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 6m$. Để y' có 2 nghiệm phân biệt:

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (3m)^2 - 3.6m > 0 \Leftrightarrow 9m(m-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}. \text{Đáp án là D.}$$

Câu 3: Trước hết cần tính đạo hàm của hàm số. Nhắc lại lý thuyết đạo hàm của phép chia.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}. \text{Áp dụng: } y'(x) = \frac{2(x-1) - (2x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} \Leftrightarrow y'(0) = -3. \text{Đáp án là A.}$$

Lưu ý: Với bài này ta có thể dùng máy tính bỏ túi. Trên CASIO FX 570MS ta bấm:

Shift	d/dx	(2
ALPHA	X	+	1
)	÷	(ALPHA
X	-	1)
,	0	=	

Ta cũng được kết quả như trên.

Câu 4: Phân tích: Với bài toán này trước hết ta biến đổi $\cos 2x$ về $\cos x$: $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ thay lại vào hàm số:

Ta được: $y = 2\cos^2 x - 2\cos x + 1$. Bài toán đưa về tìm GTNN $y = 2t^2 - 2t + 1$ với $t = \cos x$

$t \in [-1; 1]$. Ta làm với phương pháp xét giá trị $f(x)$ tại các điểm đặc biệt, các điểm cực trị và các điểm

biên. Ta có: $y'(t) = 4t - 2$; $y'(y) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$. Xét $y(-1) = 5$; $y(1) = 1$; $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$. Từ đó ta có GTNN

của y là $\frac{1}{2}$. Đáp án là **C**.

Câu 5: Ta có: $y' = 1 + 2\cos 2x$; $y''(x) = -4\sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

HOC360.NET - TÀI LIỆU HỌC TẬP MIỄN PHÍ

Trong 4 đáp án chỉ có $\frac{\pi}{2}$ là thỏa mãn với $k = 1$. Đáp án là **B**.

Câu 6: Ta có định nghĩa điểm cực trị là điểm đạo hàm đổi dấu. Ta có: $x > 0; y' = 2x - 1$

Đạo hàm đổi dấu tại $x = \frac{1}{2}$

$-1 < x < 0; y' = 2$;

$x < 1; y' = -3$

Ta có bảng xét dấu:

x	-1	0	$\frac{1}{2}$
y'	-	+	- 0 +

Từ bảng trên ta thấy rõ ràng đạo hàm đổi dấu 3 lần. Vậy hàm số có 3 điểm cực trị trên miền xác định. Đáp án **D**.

Câu 7: Phân tích các đáp án: Đồ thị luôn có trục đối xứng: đồ thị của các đa thức có trục đối xứng thì nó phải là đa thức bậc chẵn. Đồ thị nhận đường nối 2 cực trị làm trục đối xứng và đồ thị nhận điểm cực trị làm tâm đối xứng; Không có tính chất đối xứng của đồ thị hàm số nào liên quan đến điểm cực trị. Đồ thị luôn có tâm đối xứng; Điều này đúng vì đồ thị hàm số bậc 3 là hàm số lẻ. Mà tính chất của hàm số lẻ là đồ thị luôn có tâm đối xứng. Đáp án là **C**.

Câu 8: Dùng phương pháp cơ bản để tìm GTNN: Đó là so sánh giá trị hàm số ở các điểm cực trị và các điểm biên: $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Xét $y(1) = -2; y(-1) = 2; y(2) = 2; y(-2) = -2$. Vậy $x = 1$; hoặc $x = -2$ thì hàm số đạt GTNN. Đáp án là **D**.

Câu 9: Trước hết ta cần tìm điều kiện y để có 2 cực trị $\Leftrightarrow y'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow phương trình $3x^2 + 12x + 3(m+2) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt: $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 36 - 9(m+2) > 0 \Leftrightarrow m < 2$
Xét điều kiện để phương trình có 2 nghiệm:

$$x < -1 < x_2. \text{ Đặt } t = x + 1 \Rightarrow x = t - 1 \Leftrightarrow 3(t-1)^2 + 12(t-1) + 3(m+2) = 0$$

Bài toán lúc này đưa về tìm m để phương trình có 2 nghiệm có hai nghiệm trái dấu. Để có 2 nghiệm trái dấu thì tích 2 nghiệm phải mang dấu âm $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$. Đáp án là **B**.

Câu 10: Nhắc lại lý thuyết, xét tính đơn điệu của hàm số, ta xét dấu của đạo hàm :

Nếu $f'(x) > 0$ thì hàm đồng biến khoảng xét.

Nếu $f'(x) < 0$ thì hàm số nghịch biến trên xét.

Xét $y'(x) = \cos x - 2 \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} . Đáp án là **D**.

Câu 11: Phân tích: Cũng như với các hàm số khác, ta so sánh y tại các điểm cực trị và biên ta tìm ra GTNN.

Xét $y'(x) = e^x(x^2 - 3) + e^x \cdot 2x$; $y'(x) = \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$. Do -3 ngoài khoảng $[-2; 2]$. Ta chỉ cần xét 3 giá trị

còn lại: $y(1) = -2e; y(-2) = e^{-2}; y(2) = e^2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của y là $-2e$. Đáp án là **B**

Câu 12: Ta biến đổi: $x \log_2 3 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} = x \log_2 3 + \log_2 3 = (x+1) \log_2 3 = \log_2 (3^{x+1})$. Trở lại vào phương trình ta có $\Leftrightarrow 9^x - 4 = 3^x \cdot 3$. Đặt $3^x = t (t > 0)$. Ta có $t^2 - 3t - 4 = 0$.

Ta thấy $\begin{cases} \Delta = 9 + 4.4 > 0 \\ \frac{-4}{1} < 0 \end{cases}$. nên phương trình với t có 2 nghiệm phân biệt trái dấu. Mặt khác ta có điều kiện

$t > 0$ nên chỉ có 1 nghiệm thỏa mãn . Đồng nghĩa là phương trình với x cũng có 1 nghiệm duy nhất. Đáp án là C.

Câu 13: Nhận xét rằng: $a > b > 1; x > 0 \Rightarrow a^x > b^x$. Do đó đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = b^x$.Đáp án là A.

Câu 14: Đây là phương trình trùng phương nên phương pháp cơ bản là đưa về phương trình bậc 2.

Đặt $x^2 = t$ ta có $f(t) = t^2 - 6t - \log_2 m = 0(1)$

Phân tích tiếp: Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 3 nghiệm lớn hơn -1 $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm thỏa mãn $0 < t_1 \leq t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(0) > 0 \\ f(1) < 0 \\ f(1) = 0 \\ 0 < t_1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + \log_2 m > 0 \\ -\log_2 m > 0 \\ -5 - \log_2 m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2^9} \\ m < 1 \\ -5 - \log_2 m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{2^5} \\ m < 1 \end{cases} . \text{Đáp án C. Đáp án khác.}$$

Câu 15: Cơ số dương phải khác 1. Trích dẫn sách giáo khoa 12 Giải tích như sau: “Cho a là một số dương khác 1 và b là một số dương. Số thực α để $a^\alpha = b$ được gọi là số a của b và ký hiệu là $\log_a b$ tức là $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$ ”. Vậy đáp án là A.

Câu 16: Ta có: $e^{-x} = \frac{1}{e^x} \Rightarrow f(x) = \frac{e^x - \frac{1}{e^x}}{e^x + \frac{1}{e^x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

Áp dụng đạo hàm phép chia: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$;

$$f(x) = \frac{2e^{2x}(e^{2x} + 1) - 2e^{2x}(e^{2x} - 1)}{(e^{2x} + 1)^2} = \frac{2e^{2x} + 2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} = \frac{4}{\left(\frac{e^{2x}}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right)^2} = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$$

Bài toán này cần chú ý: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$; $(e^{ax})' = ae^{ax}$. Một số bạn hay quên khi học thuộc đạo hàm của e^x bằng chính nó. Nhưng e^{ax} là hàm hợp, đạo hàm của hàm hợp được tính như sau $f'(x) = f'(u).u'$. Đáp án là A.

Câu 17: Ta cần chú ý điều sau đây:

HOC360.NET - TÀI LIỆU HỌC TẬP MIỄN PHÍ

$$- 0 \leq a \leq 1 \quad a^m \leq a^n \Leftrightarrow m \geq n$$

$$- a > 1 \quad a^m \leq a^n \Leftrightarrow m \leq n$$

Do $3 + \sqrt{2} > 1 \Rightarrow m \leq n$. Vậy đáp án là **B**.

Câu 18: Ta có $\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{3} \left(\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} b - \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} a \right)$. Ta cần xuất hiện $\log_a b$ nhưng với cơ số $\frac{\sqrt{b}}{a}$ nên ta

cần đổi $\frac{\sqrt{b}}{a}$ lên trên và đổi a, b xuống làm cơ số. Ta nhớ đến công thức $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. Ta có

$$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b = \frac{1}{\log_b \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \log_b a} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}}; \quad \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a = \frac{1}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{2} \log_a b - 1} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{3} \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} - \frac{2}{\sqrt{3}-2} \right) = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2} \right). \text{ Vậy đáp án là } \mathbf{A}.$$

Câu 19: Tính $f'(x)$ áp dụng công thức đạo hàm cho phép nhân: $(u \cdot v)' = u'v + uv'$; $f'(x) = xe^x + e^x$; $f''(x) = 2e^x + xe^x \Rightarrow f''(0) = 2$. Đáp án là **B**.

Câu 20: Với bài này thì cần phải tách 45 thành tích của 2 và 3. Mà $45 = 3^2 \cdot 5 = 3^2 \cdot 2^{-1} \cdot 10$

Lưu ý: Ta nên phân tích 45 ra thành tích của các lũy thừa của 2, 3 và 10 vì $\log 10 = 1$.

Ta có: $\log 45 = \log 3^2 + \log 2^{-1} + \log 10 = 2 \log 3 - \log 2 + \log 10 = 2b - a + 1$. Đáp án **B**.

Câu 21: Với bài toán này ta cần giải phương trình $y' = x^2 y$. Trước hết đổi x, y về 2 vế hai vế ta có:

$$\frac{y'}{y} = x^2; \frac{dy}{y} = x^2 dx. \text{ Nguyên hàm hai vế: } \Leftrightarrow \ln|y| = x^3 + C \Leftrightarrow y = C_1 e^{\frac{x^3}{3}}. \text{ Cần tìm } C_1 \text{ ta tận dụng hết}$$

dữ liệu của đề bài đã cho $f(-1) = 1$. Ta có: $1 = C_1 e^{\frac{-1}{3}} \Rightarrow C_1 = e^{\frac{1}{3}}$. Vậy $f(x) = e^{\frac{1}{3}} \cdot e^{\frac{x^3}{3}}$.

Thay $x = 2$ vào $f(x)$ ta được $f(2) = e^{\frac{1}{3}} \cdot e^{\frac{8}{3}} = e^3$. Đáp án là **A**.

Câu 22: Đổi biến: $x^2 + 1 = t; dt = 2x dx$. Ta có: $\int \frac{\sqrt{t}}{2} dt = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{2} + C = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{3} + C$. Trở lại biến x ta có đáp án

A.

Câu 23: Ta có $K = \int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx$. Tương tự $x^2 + 1 = t$.

Khác với nguyên hàm tích phân ta cần chú ý đổi cả cận. Ở đây với $x = 0 \rightarrow t = 1; x = 1 \rightarrow t = 2$.

Chưa hết $\int \ln x dx$ không phải là hàm cơ bản. Nhận thấy $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ta nghĩ ngay tới tích phân từng phần

Công thức tích phân từng phần $\int u.v' = uv - \int u'v$. Áp dụng ta có:

$$K = \frac{1}{2} \int_1^2 \ln t dt = \frac{t}{2} \ln t \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{dt}{2} = \ln 2 - \frac{1}{2}. \text{Đáp án là A.}$$

Câu 24: Nhớ lại định nghĩa (S) giới hạn bởi Ox, Oy,

$$y = f(x), y = g(x) \Rightarrow (S) = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Ta có hoành độ giao điểm $y = \cos x$ và

$$y = \frac{-2}{\pi}x + 1 \text{ là nghiệm của phương trình}$$

$$\cos x + \frac{2}{\pi}x - 1 = 0 \text{ dễ thấy có 3 nghiệm là}$$

$$\frac{\pi}{2}, 0, \pi. \text{ Ta có:}$$

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \cos x + \frac{2}{\pi}x - 1 \right| dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{x^2}{\pi} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = 1$$

.Đáp án D.

Câu 25: Đặt $x^2 = t$. Ta có: Đổi cận: $x = 1, t = 1, x = 2, t = 4$. Ta có

$$2I = \int_1^4 \frac{dt}{t^2(t+1)} = \int_1^4 \frac{t+1-t}{t^2(t+1)} dt = \int_1^4 \frac{dt}{t^2} - \int_1^4 \frac{dt}{t(t+1)} = \frac{-1}{t} \Big|_1^4 - (\ln t - \ln(t+1)) \Big|_1^4 = \frac{-1}{4} + 1 - \ln 4 + \ln 5 - \ln 2$$

$$= \frac{3}{4} + \ln 5 - 3 \ln 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}; b = \frac{1}{2}; c = \frac{3}{8}$$

$$a + 2b + 4c = 1. \text{Đáp án là D.}$$

Nhận xét: Đây là bài toán khá khó bởi vì bạn phải áp dụng nhiều kỹ thuật, ẩn phụ cũng như tách hợp lý. Một cách tinh tế $1 = t + 1 - t$ được sử dụng nhằm mục đích hạ bậc ở mẫu, giúp ta tính được tích phân dễ dàng hơn rất nhiều

Câu 26: Phân tích: Với dạng dưới dấu nguyên hàm chứa e^x này thì phương pháp tích phân từng phần được ưu tiên hàng đầu.

Công thức $\int u.v' = uv - \int u'v$. Áp dụng vào bài toán ta có

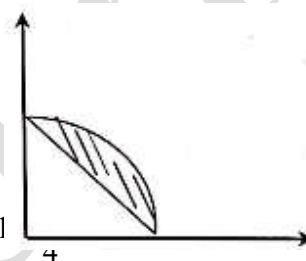
$$\int (2x-1)e^x dx = -(2x+1)e^{-x} + \int 2e^{-x} dx = -(2x-1)e^{-x} - 2e^{-x} + C = -2(x+1)e^{-x} + C. \text{Đáp án là B.}$$

Câu 27: Dễ thấy ngay $(1-\cos x)' = \sin x$. Ta nghĩ ngay đến đổi biến. Đặt $1-\cos x = t$. Đổi cận

$$x = 0; t = 0; x = \frac{\pi}{2}; t = 1. \text{ Ta có } \int_0^1 t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \frac{1}{n+1}. \text{Đáp án là A.}$$

Câu 28: Đặt $z = a + bi; (a; b \in \mathbb{R})$. Ta có

Giải thích: Do $\cos x + \frac{2}{\pi}x - 1 = 0$ có 3 nghiệm, nên bạn nghĩ tích phân từ $0 \rightarrow \pi$ nhưng do giới hạn bởi Ox, Oy nên chỉ từ $0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ mà thôi. Phần diện tích giới hạn chính là phần gạch chéo như hình vẽ



HOC360.NET - TÀI LIỆU HỌC TẬP MIỄN PHÍ

$$|2+z|=|1-i| \Leftrightarrow |z+a+bi|=|1-i| \Leftrightarrow (a+2)^2+b^2=1^2+1^2 \Leftrightarrow (a+2)^2+b^2=2$$

Với $z = a + bi$ thì (a,b) là điểm biểu diễn z trên tọa độ Decac. Vì vậy quỹ đạo z chính là đường tròn. Đáp án là **C**.

Câu 29: Cần chú ý rằng $\bar{z}.z = |z|^2 = 25$. Ta đặt $z = a + bi; (a; b \in \mathbb{R})$. Thay vào biểu thức ta có:

$$|z - (2+i) = \sqrt{10}| \Leftrightarrow |a+2bi-2-i| = \sqrt{10} \Leftrightarrow (a+2)^2 + (b-1)^2 = 10$$

Kết hợp với $|z|^2 = 25 \Rightarrow a^2 + b^2 = 25$. Ta có:

$$\begin{cases} (a-2)^2 + (b-1)^2 = 10 \\ a^2 + b^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b+2a=20 \\ a^2+b^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases}. \text{Đáp án là D.}$$

Câu 30: $z = \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i} = \frac{2+2i-i-i^2}{1+2i} = \frac{i+3}{1+2i} = \frac{(i+3)(1-2i)}{1+2^2} = \frac{5-5i}{5} \text{ modun} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

Với những bài này công cụ máy tính rất quan trọng. Các bạn chuyển qua CMPLX và bấm biểu thức ta được kết quả $1-i$. Vậy $\text{modun} = \sqrt{2}$. Đáp án là **D**.

Câu 31: Ta có, thay trực tiếp z_1, z_2 vào biểu thức

$$z_1 + 3z_2 = 2 + 3i + 3i + 3 = 6i + 5; \text{ mod} = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61}. \text{Đáp án là C.}$$

Câu 32: Ta dùng máy tính thu gọn các biểu thức phức tạp như $(1+i)^2(2-i)$ ta được

$$(1+i)^2(2-i) = (2-i).2i = 4i + 2. \text{Thay vào biểu thức ta có}$$

$$(2+4i)z - (1+2i)z = 8+i; z = \frac{8+i}{1+2i} = 2-3i. \text{Đáp án là C.}$$

Câu 33 Trước hết phải rút gọn biểu thức vế phải:

$$(2-i)^3(1-i) = (2-i)^2(2-i)(1-i) = (5-4i)(1-3i) = -9-13i \text{ ta được } z + 2\bar{z} = -9+13i$$

Một dạng cơ bản đặt $z = a + bi; (a; b \in \mathbb{R})$ có:

$$a + bi + 2a - 2bi = -9 - 13i \Leftrightarrow 3a - bi = -9 - 13i \Leftrightarrow \begin{cases} -b = -13 \\ 3a = -9 \end{cases}. \text{Vậy phần ảo của số thực } z \text{ là } 13$$

Đáp án là **B**

Câu 34: Thu gọn biểu thức vế phải: $(3-2i)^2(2+i) = (5-12i)(2+i) = 22-19i$

Đặt $z = a + bi; (a; b \in \mathbb{R})$. Ta có:

$$4a + 2bi = 22 - 19i \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 22 \\ 2b = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{11}{2} \\ b = -\frac{19}{2} \end{cases}. \text{Vậy số phức } z = \frac{11}{2} - \frac{19}{2}i. \text{Đáp án là A.}$$

Câu 35: Ta có thể dùng máy tính để nhanh chóng tính được kết quả: Ở đây:

$$i(2-i)(3+i) = (2i+1)(3+i) = 6i+3+i-2 = 7i+1. \text{Đáp án B.}$$

Câu 36: Gọi điểm cần tìm là $A(x; y; z)$. Ta có:

$$\begin{cases} A \in (\Delta) \\ AM \perp (\Delta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = z-2 \\ (x-2).1 + (y-0).2 + (z-1).1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{2y}{4} = \frac{z-1}{1} \\ x+2y+z=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} = \frac{x-1+2y+z-2}{6} \\ x+2y+z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ y=0 \\ z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases} . \text{Đáp án là B.}$$

Câu 37: Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng chính là khoảng cách từ 1 điểm thuộc mặt phẳng này tới mặt phẳng kia. Dễ nhìn ra $A(-1; 0; -1) \in (P)$. Ta có $d((P); (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|-2-3+1|}{\sqrt{4+1+9}} = \frac{4}{\sqrt{14}}$. Đáp án là D.

Câu 38: Gọi $I(x, y, z)$. DO I là tâm mặt cầu qua 4 điểm nên ta có:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IB = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 \\ (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-1)^2 = (y-2)^2 \\ (z-1)^2 = (z-2)^2 \\ (x-1)^2 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y+1 = -4y+4 \\ -2z+1 = -4z+4 \\ -2x+1 = -4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y=3 \\ 2z=3 \\ 2x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \\ z = \frac{3}{2} \end{cases} . \text{Đáp án là C.}$$

Câu 39: Tìm M là hình chiếu của A ta có do M cũng nằm trên đường thẳng d nên M có dạng sau $M(1+2t; 2; -1)$. Và $\vec{u} = (2; 0; 0)$ là vec tơ chỉ phương của (d). Ta có :

$$\overline{MA} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{MA} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}; \overline{MA} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5. \text{Đáp án là B.}$$

Câu 40: Đáp án là C.

$$(\alpha) : \vec{n}_1 = (1; 1; 2); (\beta) : \vec{n}_2 = (1; 1; -1); (\lambda) : \vec{n}_3 = (1; -1; 0)$$

Dễ thấy $(\alpha) \perp (\lambda)$ Do $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_3 = 0$ ($1.1 + 1(-1) + 2.0 = 0$) nên $(\alpha) // (\gamma)$ là đáp án sai

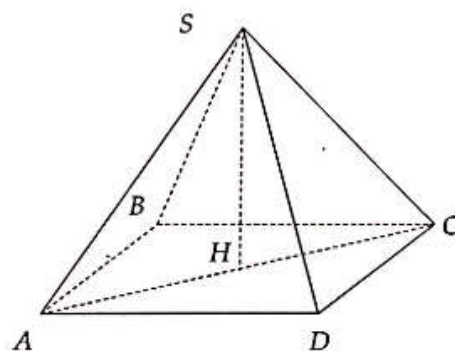
Nhận xét: Ta thấy có 2 đáp án D, C cùng xét 2 mặt phẳng mà đáp án khác nhau. Khi đó ta chỉ cần xét quan hệ giữa hai mặt phẳng đó là có thể giải quyết được bài toán

Câu 41: $(\alpha)\vec{n} = (2; 1; 3)$; $(d)\vec{u} = (1; -2; 0)$; $\vec{n}\cdot\vec{u} = 2\cdot 1 + 1(-2) + 3\cdot 0$; $\begin{cases} d \subset (\alpha) \\ d \parallel (\alpha) \end{cases}$. Lại có:

$2x + y + 3z = -6 + 2t + 2 - 2t + 3 = -1 \Rightarrow d \subset (\alpha)$. Đáp án là **D**.

Câu 42: Biến đổi $(S)(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 25$. Đây là phương trình mặt cầu dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Với R là bán kính mặt cầu và (a, b, c) là tọa độ tâm của mặt cầu. Theo đó $R^2 = 25$ nên $R = 5$. Đáp án là **D**

Câu 43:



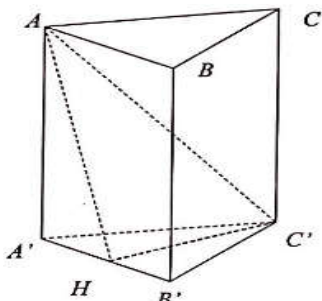
Kẻ $SH \perp AC$. Do hình chóp tứ diện đều $SH \perp (ABCD)$. Lại có SC hợp với đáy một góc 60° , mà H là hình chiếu của S lên đáy. Ta có: $\angle SCH = 60^\circ$; $CH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $\frac{SH}{CH} = \tan 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ \cdot CH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

- Tính diện tích đáy: $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$

- Tính thể tích: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

Đáp án là **A**.

Câu 44:



Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Ta có $\begin{cases} C'H \perp A'B' \\ (A'B'C') \perp (ABB'A') \end{cases}$ nên H là hình chiếu của C trên $(ABB'A')$

$$(ABB'A') \Rightarrow C'AH = 60^\circ \Rightarrow \frac{AH}{HC'} = \tan 60^\circ$$

$$\Rightarrow AH = HC' \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$$

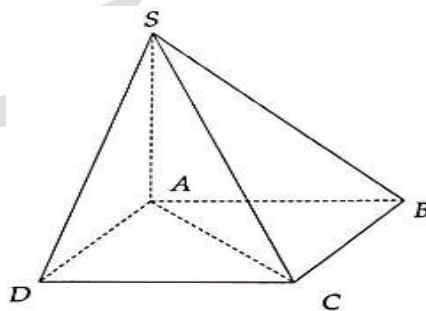
Xét tam giác $AA'H$ vuông tại A' , theo định lý Pythagore: $AA' = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}$

- Tính diện tích đáy: Tam giác $A'B'C'$ đều nên $C'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

- Tính thể tích: $V = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Đáp án là **B**.

Câu 45:



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ nên A chính là hình chiếu của S trên $(ABCD)$.

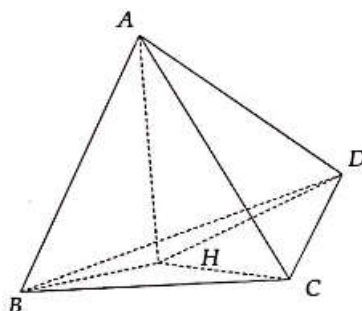
Xét tam giác SAC vuông tại A có $\angle SCA = 45^\circ$

$$\frac{SA}{SC} = \cos 45^\circ \Rightarrow SA = AC = SC \cdot \cos 45^\circ = a \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2a$$

- Tính diện tích đáy: $S_{ANCD} = AB^2 = \left(\frac{AC}{\sqrt{2}}\right)^2 = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$
- Tính thể tích: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}$

Đáp án là C.

Câu 46:



Kẻ $AH \perp (BCD)$. Do ABCD là hình chóp đều nên H là trọng tâm tam giác BCD

$$HB = HC = HD = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Xét tam giác AHC vuông góc tại H. Theo định lý Pythagore ta có:

$$AH = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}}$$

- Tính diện tích đáy:

Tam giác DCB đều có cạnh a nên đường cao của tam giác là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

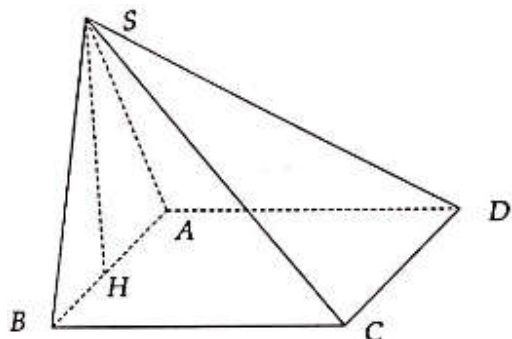
$$S_{BCD} = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- Tính thể tích:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Đáp án là B.

Câu 47:



Kẻ $SH \perp AB$. Do $(SAB) \perp (ABCD)$ nên SH là đường cao của hình chóp.

Xét tam giác SAB đều có đường cao là SH:

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

- Tính diện tích đáy:

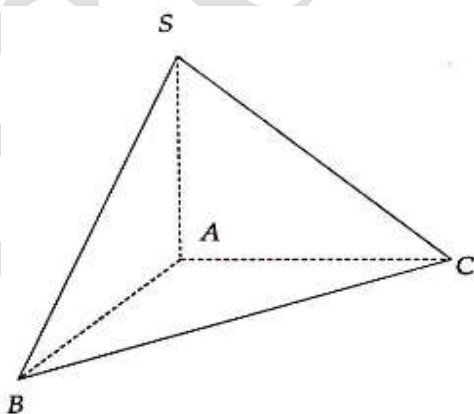
$$S_{ABCD} = AB^2 = a^2$$

- Tính thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

Đáp án là A.

Câu 48:



Do SA là đường cao của hình chóp nên $\angle SCA = 60^\circ$. Ta có: $\frac{SA}{AC} = \tan 60 = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \frac{a}{\sqrt{3}}$

- Tính diện tích đáy:

Xét tam giác ABC vuông cân tại A có $AC = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC^2 = \frac{a^2}{6}$$

- Tính thể tích:

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2}{6} = \frac{a^3}{18}$$

Đáp án là C.

Câu 49: Đáp án đúng là B. Với một khối hình hộp chữ nhật có diện tích toàn phần không đổi thì thể tích của nó lớn nhất khi nó là hình lập phương. Thật vậy gọi ba kích thước của hình hộp chữ nhật là a,b,c. Khi đó, ta có:

$$S_p = 2(ab + bc + ca) \text{ const}; \quad V = abc = \sqrt{(ab)(bc)(ca)} \leq \sqrt{\left(\frac{ab + bc + ca}{2}\right)^2} \Rightarrow V \leq \sqrt{\left(\frac{S_p}{6}\right)^3}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$. Với trường hợp trên ta chỉ cần xét trường hợp hai túi đều là hình lập phương. Gọi hai cạnh của hình lập phương lần lượt là a,b. Khi đó ta có:

$$6a^2 + 6b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{3}{2}; \quad V_{\text{tổng}} a^3 + b^3 = a^3 + \left(\frac{3}{2} - a^2\right)^{3/2}; \quad f(x) = x^3 + \left(\frac{3}{2} - x^2\right)^{3/2}; \quad 0 \leq x \leq \sqrt{\frac{3}{2}}$$

Từ đây ta tìm được thể tích đạt giá trị lớn nhất khi: $x = 0; x = \sqrt{\frac{3}{2}}$ và bằng $\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} m^3$

Câu 50: Mệnh đề sai là D.

Ta có được theo phương pháp loại trừ. Hình lập phương chắc chắn là đa diện lồi. Tứ diện cũng là đa diện lồi. Hình hộp cũng là đa diện lồi.

Đa diện lồi là hình mà khi lấy một mặt bất kỳ làm bờ thì tất cả các đỉnh còn lại đều nằm trên một nửa không gian bờ là bề mặt đó.

Khi ghép 2 tứ diện vào nhau không thể đảm bảo điều đó.