ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 – Đề 30

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Tìm m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m-1)x^2-mx+\frac{1}{3}$ có cực tiểu là y_{ct} thỏa mãn $y_{ct}=\frac{1}{3}$?

A. $m=0$ **B.** $m\in\{0;-3\}$ **C.** $m=-\frac{1}{3}$ **D.** $m\in\left\{-3;\frac{1}{3};0\right\}$

Câu 2: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-2$ là:

A. $(1;0);(-1;-4)$ **B.** $(1;0)$ **C.** $(-1;-4)$ **D.** $(0;-2)$

Câu 3: Xác định hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2x+1$

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $-\frac{10}{3}$ **C.** $\frac{10}{3}$ **D.** $\frac{-1}{3}$

Câu 4: Giả sử rằng hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x-1}$ cùng đường thẳng $y=2x+3$ đôi một cắt nhau tạo thành một tam giác. Diện tích taz giác đó là:

A. $2\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{15}$ **C.** $\sqrt{5}$ **D.** 1

Câu 5: Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m(m+1)^2$ tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm phân biệt?

A. $m=1$ **B.** $m<1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m\neq 1$

Câu 6*: Xét hàm số $f(x)=\frac{x|x|}{2}$ trên $\mathbb{R}$. Tìm các khẳng định **đúng**?

1. Hàm số có đạo hàm tại 0.
2. Hàm số có đạo hàm cấp hai tại 0.
3. Đồ thị hàm số có một điểm uốn là $M(0;0)$
4. Hàm số đã cho luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 1;4 **B.** 1;2;4 **C.**3;4 **D.** 1;3;4

Câu 7: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^3-3x+1|$ trên đoạn $[-2;2]$?

A. -1 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 8: Tìm m hàm số $y=mx^2+2x^2-x+1$ nghịch biến với moi $x<-1$

A. $m<-\frac{3}{4}$ **B.** Không tồn tại **C.** $m>0$ **D.** $m<0$

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=x^3-(m+1)^2-(2m-1)x+3m+1$ đi qua mấy điểm cố định?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 10: Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^4-4x^3+2x^2+1$ là:

A. $\left[0;\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right];\left[\frac{3+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$ B. $\left(0;\frac{3-\sqrt{5}}{2};\right);\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$

C. $(-\infty;0];\left[\frac{3-\sqrt{5}}{2};\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$ **D.** $(-\infty;0);\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2};\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

Câu 11: Giải phương trình $\log_3 = (x+2)+\log_3(x+3)-\log_{\sqrt{3}}(7-x)=-1$

A. -1 **B.** $3\sqrt{3}$ **C.** 1 **D.** $\sqrt{3}-2$

Câu 12: Giải bất phương trình $\frac{2.9^x-3.6^x}{6^x-4^x}<2$

A. $\left(0;\log_{3/2}\right)$ **B.** $\left(-\log_{3/2}2;\log_{3/2}2\right)$ **C.** $\left(-\infty;\log_{3/2}2\right)\cup\left(0;\log_{3/2}2\right)$ **D.** $\left(\log_{3/2}\frac{1}{2};0\right)\cup\left(\log_{3/2}2;+\infty\right)$

Câu 13: Tìm m để bất phương trình sau đúng với mọi $x:\log_m(x^2+2x+m+1)>0$?

A. $m=1$ **B.** $m<1$ **C.** $m>1$ **D.** Không tồn tại

Câu 14: Tính đạo hàm của hàm số $f(x)$ biết: $\int_0^x te^{f(t)}dt=e^{f(x)}$?

A. $f'(x)=x$ **B.** $f'(x)=x^2+C$ **C.** $f(x)=x$ **D.** $f'(x)=1$

Câu 15: Cho $a>0;a\neq 1+\sqrt{2}$ và các hàm $f(x)=\frac{a^x+a^{-x}}{2};g(x)=\frac{a^x-a^{-x}}{2}$. Tìm số khẳng định **đúng**?

1. $f^2(x)-g^2(x)=1$.
2. $g(2x)=2g(x)f(x)$
3. $f\left(f(0)\right)=g\left(f(0)\right)$
4. $g'(2x)=g'(x)f(x)-g(x)f'(x)$

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 16: Tìm m để bất phương trình sau đúng với mọi số thực $x:5^x+(m-1)2^x+(m-1)>0$

A. $m=1$ **B.** $m\geq 1$ **C.** $m>1$ **D.** $\mathbb{R}$

Câu 17: Phương trình sau có bao nhiêu nghệm $3^x+4^x-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}=2.5^x$?

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

Câu 18: Nếu $f(x)=2017^x$ thì $\frac{f(x)f(x+1)f(x+2)}{f(3x)}=?$

A. 2017^3 **B.** 3.2017 **C.** 3 **D.** 2017

Câu 19: Phần đối xứng của đồ thị hàm số $y=-\log x$ qua đường thẳng $y=x$ là đồ thị của hàm số:

A. $y=-\log x$ **B.** $y=\frac{1}{10^x}$ **C.** $y=e^x$ **D.** $y=x^{-10}$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3+2^x}+\frac{1}{3+2^{-x}}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng?**

1. $f'(x)\neq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.
2. $f(1)+f(2)+...+f(2017)=2017$

3. $f(x^2)=\frac{1}{3+4^x}+\frac{1}{3+4^{-x}}$

A. Khẳng định 1 **B.** Khẳng định 2 **C.** Khẳng định 3 **D.** Không có

Câu 21:Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}}dx$

A. $2\sqrt{5}+\frac{3}{2}\ln\left(2+\sqrt{5}\right)$ **B.** $\sqrt{5}+\frac{3}{2}\ln\left(2+\sqrt{5}\right)$ **C.** $\sqrt{5}-\frac{3}{2}\ln\left(2+\sqrt{5}\right)$ **D.** $2\sqrt{5}-\frac{3}{2}\ln\left(2+\sqrt{5}\right)$

Câu 22: Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{1-\sin x}{x+\cos x+2}dx$

A. $\ln\left(\frac{3+\cos 1}{3}\right)$ **B.** $\ln\left(3+\frac{\cos 1}{3}\right)$ **C.** $\frac{1}{3}\ln(3-\cos 1)$ **D.** $\ln\left(\frac{3-\cos 1}{3}\right)$

Câu 23: Tính tích phân $I=\int_{1/2}^1 \frac{5}{x^6+x}dx$

A. $\ln\frac{3}{2}$ **B.** $\ln\frac{13}{2}$ **C.** $\ln\frac{23}{2}$ **D.** $\ln\frac{33}{2}$

Câu 24: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị $y=3^x$ và $y=2x+1$

A. $2-\frac{2}{\ln 3}$ **B.** $2+\frac{2}{\ln 3}$ **C.** 2 **D.** $2-\frac{\ln 3}{2}$

Câu 25*: Cho biết $\int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx=4;\int_2^3 f(z)dz=2;\int_9^{16}\frac{f\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}}dt=3$. Tính $I=\int_0^4 f(x)dx$?

A. 1 **B.** 10 **C.** 9 **D.** 11

Câu 26: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục tung hình phẳng D được giới hạn bằng đồ thị hàm số $y=x^3$, trục tung và hai đường thẳng y=1; y=2 bằng:

A. $\frac{6\sqrt[3]{4}\pi}{5}$ **B.** $\frac{3\left(2\sqrt[3]{4}+1\right)\pi}{5}$ **C.** $\frac{3\left(\sqrt[3]{4}+1\right)\pi}{5}$ **D.** $\frac{3\left(2\sqrt[3]{4}-1\right)\pi}{5}$

Câu 27: Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln^2 x$ là:

A. $\int \ln^2 xdx=x\ln^3 x-\ln^2 x+2\ln x$ **B.** $\int \ln^2 xdx=\frac{x\ln^3 x}{3}$

C. $\int \ln^2 xdx=x\left(\ln^2 x-2\ln x+2\right)$ **D.** $\int \ln^2 xdx=x+\ln(x^3+x+2)$

Câu 28: Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(3x^2+1)e^{x^2+x+2}$ là:

A. $\frac{e^{x^3+x+2}}{3x^2+1}$ **B.** $\frac{\ln\left(x^3+x+2\right)}{e^x}$ **C.** e^{x^3+x+2} **D.** $e^{x^3+x+2}\ln(x^3+x+2)$

Câu 29: Tìm số phức z thỏa mãn $\frac{\left(|z|-1\right)(1+iz)}{z-\frac{1}{z}}=i$

A. $\left(1+\sqrt{2}\right)i$ **B.** $-\left(1+\sqrt{2}\right)i$ **C.** $i;\left(1+\sqrt{2}\right)i$ **D.** $\pm i;\left(1+\sqrt{2}\right)i$

Câu 30: Tìm số phức z thảo mãn đồng thời điều kiện $\left|\dfrac{z-4}{z-2}\right|=1;\left|\dfrac{z-1-2i}{z-1+i}\right|=2$

A. $3+2i$ **B.** $2-3i$ **C.** $3-2i$ **D.** $2+3i$

Câu 31: Cho số phức z có $|z|=1$. Tìm biểu dê=iễn của số phức $w=z^2$ trên mặ phẳng phức.

A. $x^2=1$ **B.** $y^2=1$ **C.** $(x-1)^2+(y-1)^2=4$ **D.** $x^2+y^2=1$

Câu 32: Số phức z có phần thực gấp phần ảo hai lần và modun của z bằng 3.Tính $|z-\bar{z}|$?

A. $\dfrac{6}{\sqrt{5}}$ **B.** $\dfrac{5}{\sqrt{6}}$ **C.** $\sqrt{\dfrac{6}{5}}$ **D.** $\sqrt{\dfrac{5}{6}}$

Câu 33*: Các số phức $z_1;z_2;z_3$ có biểu diễn trên mặt phẳng phức là ba đỉnh của tam giác đều có đường tròn ngoại tiếp là $(x-3)^2+(y-4)^2=9$. Xác định số phức $w=z_1+z_2+z_3$

A. $3+4i$ **B.** $9+12i$ **C.** $12-9i$ **D.** $4-3i$

Câu 34: Phương trình $z^4+1=0$ có tập nghiệm là:

A. $z=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}\pm\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}i$ **B.** $z=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}i$ **C.** $z=\pm1\pm i$ **D.** $z=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}i$

Câu 35: Phương trình $2015z^2+2016z+2017=0$ có:

A. Hai nghiệm thực **B.** Một nghiệm thực, một nghiệm phức
C. Hai nghiệm phức đối nhau **D.** Hai nghiệm phức liên hợp với nhau.

Câu 36: Giải phương trình trên tập số phức $z^4+3z^3+5z^2+4z+2=0$

A. $\left[\begin{array}{l} z=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ z=-1-i \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} z=-\dfrac{1}{2}\pm i\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ z=-1\pm i \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} z=\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ z=1\pm i \end{array}\right.$ D. $\left[\begin{array}{l} z=-\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ z=-1+i \end{array}\right.$

Câu 37: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(1;-1;1); N(0;-1;0)$ .Viết phương trình (P) đi qua $M;N$ và cắt mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2)=5$ một thiết diện đường tròn mà diện tích hình tròn sinh ra bởi đường đó có diện tích $S=\dfrac{\pi}{9}$.

A. $(P):ax+by-az+b=0$ **B.** $(P):ax+by-az-b=0$
C. $(P):ax-by+az+b=0$ **D.** Không tồn tại (P)

Câu 38: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(0;2;0);C(0;0;2);D(4;0;0)$ .Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diên $OBCD$ biết $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(x-9)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=86$ **B.** $(x-1)^2+(y-9)^2+(z-2)^2=86$
C. $(x-2)^2+(y-9)^2+(z-1)^2=86$ **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-9)^2=86$

Câu 39: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;2;2);B(-1;2;-1);C(1;6;-1);D((-1;6;2)$ .Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD

A. $8\sqrt{3}$ **B.** $3\sqrt{8}$ **C.** $\dfrac{8}{\sqrt{3}}$ **D.** $\dfrac{3}{\sqrt{8}}$

Câu 40: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;1):B(3;2;3);C(0;1;3)$ .Xác định tọa độ điêcr D để $ABCD$ là hình thang cân với $AB//CD$

A. $D\left(\frac{2}{5};\frac{5}{3};\frac{11}{3}\right)$ **B.** $D(2;5;11)$ **C.** $D\left(\frac{5}{3};\frac{11}{3};\frac{2}{3}\right)$ **D.** $D\left(\frac{11}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$

Câu 41*: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;1);B(1;0;0)$ và đường thẳng $(d):\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{1}$.Tìm điểm M trên đường thẳng (d) sao cho tam giác MAB nhỏ nhất .

A. $M\left(\frac{5-\sqrt{\frac{65}{14}}}{19};\frac{67-\sqrt{\frac{130}{7}}}{57};\frac{-52-\sqrt{\frac{65}{14}}}{57}\right)$ **B.** $M\left(\frac{52-\sqrt{\frac{65}{14}}}{57};\frac{67-\sqrt{\frac{130}{7}}}{57};\frac{-5-\sqrt{\frac{65}{14}}}{19}\right)$

C. $M\left(\frac{67-\sqrt{\frac{130}{7}}}{57};\frac{5-\sqrt{\frac{65}{14}}}{19};\frac{-52-\sqrt{\frac{65}{14}}}{57}\right)$ **D.** $M\left(\frac{67-\sqrt{\frac{130}{7}}}{57};\frac{52-\sqrt{\frac{65}{14}}}{57};\frac{-5-\sqrt{\frac{65}{14}}}{19}\right)$

Câu 42: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(0;1;0);B(2;1;8)$ .Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(S):(x-1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=17$ **C.** $(S):(x-4)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=17$

B. $(S):(x-4)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=17$ **D.** $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=17$

Câu 43: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;1;2);B(1;-2;1);C(0;1;3);D(1;2;m)$.Tìm m để bốn điểm $A;B;C;D$ đồng phẳng

A. $m=\frac{7}{3}$ **B.** $m=\frac{3}{7}$ **C.** $m=\frac{10}{3}$ **D.** $m=\frac{10}{7}$

Câu 44: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{u}=(0;1;2);\vec{v}=(2;m;m+1)$. Có bao hiêu giá trị của m để góc giữa hai vec tơ bằng 45° hoặc 135°

A. 2 B. 3 C. 1 D. Không có

Câu 45: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=9$ và $(S'):x^2+y^2+(z-3)^2=1$. Xác định vị trí tương đối của hai mặt cầu này?

A. Không giao nhau **B.** Căt nhau **C.** Tiếp xúc trong **D.**Tiếp xúc ngoài.

Câu 46: Cho hình trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h thì thể tích khối trụ là:

A. $V=S_{day}.h=\frac{1}{2}.\pi R^2h$ **B.** $V=S_{day}.h=\pi R^3h$

C. $V=S_{day}.h=\pi R^2h$ **D.** $V=S_{day}.h=\frac{1}{2}.\pi R^3h$

Câu 47: Một khối cầu có bán kính R bị khoét, phần bị khoét cũng là một khối cầu nhưng chỉ có bán kính $\frac{R}{3}$ .Hỏi thể tích phần còn lại bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{4}{3}\pi\left(R_1^3-R_2^3\right)=\frac{4}{3}\pi\left(R^3-\left(\frac{R}{3}\right)^3\right)=\frac{81}{104}\pi R^3$

B. $V=\frac{4}{3}\pi\left(R_1^3-R_2^3\right)=\frac{4}{3}\pi\left(R^3-\left(\frac{R}{3}\right)^3\right)=\frac{104}{18}\pi R^3$

C. $V=\frac{4}{3}\pi\left(R_1^3-R_2^3\right)=\frac{4}{3}\pi\left(R^3-\left(\frac{R}{3}\right)^3\right)=\frac{104}{81}\pi R^3$

D. $V=\frac{4}{3}\pi\left(R_1^3-R_2^3\right)=\frac{4}{3}\pi\left(R^3-\left(\frac{R}{3}\right)^3\right)=\frac{401}{81}\pi R^3$

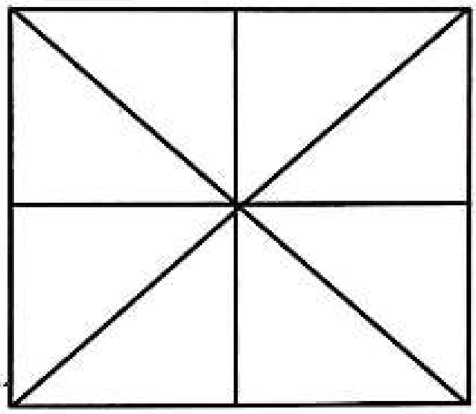
Câu 48*: Trong một khối cầu có bán kính R ,người ta tiến hành khoét hai phần,mỗi phần là một khối cầu sao cho tổng bán kính hai khối cầu bị khoét đúng bằng bán kính khối cầu ban đầu.Hỏi thể tích phần cof lại lớn nhất bằng bao nhiêu ?

A. πR^3 **B.** $2R^3$ **C.** $2\pi R^3$ **D.** $\frac{\pi R^3}{2}$

Câu 49: Cho lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là một tam giác vuông tại A và $AC=a;\widehat{C}=60^\circ$. Đường chép BC' của mặt bên $BB'C'C$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30°.Tính thể tích khối lăng trụ theo a.

A. $3a^3\sqrt{6}$ **B.** $a^3\sqrt{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Câu 50: (Kiểu cắt truyền thống) Vào ngày tết ở Việt Nam,người ta thường chia một cái bánh chưng (coi như là một hình hộp với hai mặt trên dưới là hình vuông còn chiều bằng nửa cạnh hình vuông) thành 8 phần bằng nhau(bằng những lát cắt là những mặt phẳng vuông góc với đáy và chúng được trên mặt phẳng đáy chúng có vết cắt như hình vẽ sau).Hỏi tổng diên tích toàn phần của tất cả 8 phần so với diện tích của cái bánh tăng lên bao nhiêu lần?



A. $2+\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $3+\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $2+\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$

ĐÁP ÁN

1A	2B	3B	4D	5A	6D	7C	8D	9B	10A
11C	12C	13C	14A	15D	16B	17B	18A	19B	20D
21B	22A	23D	24A	25B	26D	27C	28C	29A	30C
31D	32A	33B	34D	35D	36B	37D	38C	39B	40A
41C	42D	43A	44A	45B	46C	47C	48A	49B	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: ***<u>Phân tích:</u>*** Ta có: $y' = x^2 - (m-1)x - m$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (m-1)x - m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = m \end{array}\right.$

Khi đó,ta có: $y(-1) = \frac{1}{3}.(-1)^3 - \frac{1}{2}(m-1).(-1)^2 - m(-1) + \frac{1}{3}$, $y(-1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}m$

$y(m) = \frac{1}{3}m^3 - \frac{1}{2}(m-1)m^2 - m.m + \frac{1}{3}$, $y(m) = -\frac{1}{6}m^3 - \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{3}$

+ Nếu $m < -1$ thì $y(-1) = y_{ct} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = \frac{-1}{3}$ không thỏa mãn.

+ Nếu $m > -1$ thì $y(m) = y_{ct} = \frac{1}{3}$ nên: $-\frac{1}{6}m^3 - \frac{1}{2}m^2 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m^3 + 3m^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -3 \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện ta được $m = 0$. Vậy chỉ có duy nhất $m = 0$ thỏa mãn và đáp án đúng là **A.**

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Không đối chiếu với điều kiện và đưa ra những kết quả sai.

Câu 2: Ta có: $y = -x^3 + 3x - 2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3; y'' = -6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

+ $y''(1) = -6 < 0 \Rightarrow (1;0)$ là một điểm cực đại.

+ $y''(-1) = 6 > 0 \Rightarrow (-1;-4)$ là một điểm cực tiểu

Vậy hàm số có đúng một điểm cực đại là (1;0).Vậy đáp án đúng là **B.**

<u>Lý thuyết cần nhớ:</u> $y' = 0; y'' < 0$ là cực đại ngược lại là cực tiểu.

Câu 3: Đây là một bài toán khá dễ dàng. $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x - 2$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 - \sqrt{\frac{5}{3}} \\ x = -1 + \sqrt{\frac{5}{3}} \end{array}\right.$$

Khi đó nếu thay vào biểu thức để tìm tọa độ hai điểm,dù máy tính CASIO cũng chỉ đưa ra kết quả xấp xỉ nên có nhiều khả năng gây ra sai lầm. Do đó ta phải thực hiện phép chia:

$x^3 + 3x^2 - 2x + 1 = \left(\frac{x}{3} + \frac{1}{3}\right)\left(3x^2 + 6x - 2\right) + \frac{5}{3} - \frac{10x}{3}$. Do đó phương trình đường thẳng đi qua hai cực trị là: $y = \frac{-10}{3}x + \frac{5}{3}$. Do đó hệ số góc là : $\frac{-10}{3}$.Đáp án đúng là **B.**

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Nhiều học sinh sau khi thực hiện phép chia xong hay nhầm thương $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ là đường thẳng cần tìm thì đưa ra đáp án **A.**

Câu 4: Ta có: + Tiệm cận ngang thì y=3; tiệm cận đứng $x = 1$

+ Giao điểm: $A(1;3); B(1;5); C(0;3)$ + Diện tích tam giác ABC: (dễ thấy $AB \perp AC$) $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.2.1 = 1$. Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 5: ***<u>Phân tích:</u>*** Ta có:

$y = x^4 - 2(+1)x^2 + m(+1)^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4(m+1)x \Rightarrow y' = 4x\left[x^2 - (m+1)\right]$

Đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi hai điểm cực tiểu nằm trên trục hoành: $\begin{cases} m > -1 \\ y\left(\sqrt{m+1}\right) = y\left(-\sqrt{m+1}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m+1)^2 - 2(m+1)(m+1) + m(m+1)^2 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m+1)^2(-1+m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$. Vậy đáp án đúng là **A**

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Không biết xử lý bài toán nên có nhiều cách làm "khó hiểu" như đặt $x^2 = t$ rồi tìm nghiệm t để có hai nghiệm phân biệt và đưa ra đáp án **B**

Câu 6: Ta có: $y = \frac{x|x|}{2} \Leftrightarrow y = \begin{cases} \frac{x^2}{2}; x \geq 0 \\ \frac{-x^2}{2}; x < 0 \end{cases}$. Dùng định nghĩa đạo hàm ta có:

$f'(0^+) = \lim\limits_{x \to 0^+} = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\frac{x^2}{2} - 0}{x} = 0$, $f'(0^-) = \lim\limits_{x \to 0^-} = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{-\frac{x^2}{2} - 0}{x} = 0$

Do hàm số có đạo hàm tại 0 nên khẳng định (1) luôn đúng. Ngoài ra ta thấy : $f(x) = g(x) = \begin{cases} x; x > 0 \\ 0; x = 0 \\ -x; x < 0 \end{cases}$

Tiếp tục sử dụng định nghĩa đạo hàm ta có:

$g'(0^+) = \lim\limits_{x \to 0^+} = \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{x - 0}{x} = 1$, $g'(0^-) = \lim\limits_{x \to 0^-} = \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{-x - 0}{x} = 0$

Do đó hàm số không có đạo hàm cấp hai tại 0 nên khẳng định (2) là sai.Rõ ràng theo công thức $f''(x) = g'(x)$ ở trên thì $f''(x)$ đổi dấu qua điểm 0 nên hiển nhiên $M(0;0)$ là điểm uốn của đồ thị hàm số.Do đó khẳng định (3) luôn đúng.Rõ ràng theeo công thức $f'(x)$ ở trên thì $f'(x) > 0; \forall \neq 0; f'(0) = 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên khẳng định(4)đúng.Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 7: ***<u>Phân tích:</u>*** Để tìm giá trị lớn nhất của hàm số này thì ta cần tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất cảu hàm số trong dấu giá trị tuyệt đối. Do đó ta cần xét đạo hàm :

$f(x) = x^3 - 3x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Khi đó ta có:

$f(-2) = -1; f(-1) = 3; f(1) = -1; f(2) = 3$. Do đó $y = |f(x)|$ có giá trị lớn nhất bằng 3. Đáp án đúng **C**

Câu 8: Ta có: $y' = 3mx^2 + 4x - 1$ .Muốn hàm số nghịch biến với mọi $x < -1$ thì ta phải có:

$$y' \le 0; \forall x < -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3m < 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 3m < 0 \\ \Delta' > 0 \\ y'(-1) < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m < 0 \\ m \le -\dfrac{4}{3} \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ m > -\dfrac{4}{3} \\ 3m - 5 < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -\dfrac{4}{3} \\ -\dfrac{4}{3} < m < o \end{array}\right. \Leftrightarrow m < 0$$. Vậy đáp án đúng là **D**

Câu 9: ***Phân tích:*** Để tìm được điểm cố định ta phân tích thành: $AM + B = 0$. Khi đó, ta sẽ tìm được số điểm cố định bằng số nghiệm của hệ phương trình: $A = B = 0$. Khi đó ta có:

$$y = x^3 - (m+1)^2 - (2m-1)x + 3m + 1 \Leftrightarrow m(x^2 + 2x - 3) + (y - x^3 + x^2 - x - 1) = 0$$

Số nghiệm cố định bằng số nghiệm của hệ: $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ y = x^3 - x^2 + x + 1 \end{cases}$. Dễ thấy hệ trên có đúng hai nghiệm nên đáp án đúng là **B.**

Câu 10: ***Phân tích nhanh:*** Ta có: $y' = 4x^3 - 12x^2 + 4x; y' = 4x(x^2 - 3x + 1)$

$y' \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge \dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ 0 \le x \le \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$. Hàm số đồng biến trên từng khoảng: $\left[0; \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right]; \left[\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}; +\infty\right)$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh cho rằng $y' > 0$ nên sẽ ra đáp án **B**(nhưng điều này trái với định lý mở rộng trong sách giáo khoa). Giải bất phương trình sai sẽ dẫn đến đáp án khác

Câu 11: Điều kiện $-2 < x < 7$

$$\log_3(x+2) + \log_3(x+3) - \log_{\sqrt{3}}(7-x) = -1 \Rightarrow \log_3(x+2) + \log_3(x+3) - \log_3(7-x) = \log_3 \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(x+2)(x+3)}{(7-x)^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-31}{2} \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Đối chiếu với điều kiện ta được $x = 1$. Vậy đáp án đúng là **C.**

Câu 12: Ta có:

$$\frac{2.9^x - 3.6^x}{6^x - 4^x} < 2 \Leftrightarrow \frac{3^x\left(2.3^x - 3.2^x\right)}{2^x\left(3^x - 2^x\right)} < 2 \Leftrightarrow \frac{2.\left(\dfrac{3}{2}\right)^x - 3}{1 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^x} < 2 \Leftrightarrow \frac{2a - 3}{1 - \dfrac{1}{a}} < 2\left(a = \left(\dfrac{3}{2}\right)^x\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2a^2 - 5a + 2}{a - 1} < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a < \dfrac{1}{2} \\ 1 < a < 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -\log_{3/2} 2 \\ 0 < x < \log_{3/2} 2 \end{array}\right.$$. Vậy đáp án đúng là **C.**

Câu 13: Điều kiện $m \ne 1$. ***Phân tích:*** Bất phương trình dạng này cần chú ý:

$\log_A B > 0 \Leftrightarrow (A-1)(B-1) > 0$ .Do đó ta có:

$\log_m (x^2+2x+m+1) > 0 \Leftrightarrow (m-1)\left[(x+1)^2+(m-1)\right] > 0(*)$ .Bất đẳng thưc (*) đúng với mọi x khi nào?

+ Nếu $m<1$ thì x đủ lớn ta thấy ngay(*) là sai.

+ Nếu $m>1$ thì ta có: $\left[(x+1)^2+(m-1)\right] > 0; \forall x \in \mathbb{R}$ .Vậy điều kiện cần và đủ là $m>1$.Đáp án đúng **C.**

Câu 14: Ta có:

$$\int_0^x te^{f(t)}dt = F(x)-F(0); F'(x) = xe^{f(x)}; \int_0^x te^{f(t)}dt = xe^{f(x)} \Rightarrow xe^{f(x)} = f'(x)xe^{f(x)} \Rightarrow f'(x) = x$$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 15: Ta có:

$$f^2(x)-g^2(x) = \left(\frac{a^x+a^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a^x-a^{-x}}{2}\right)^2 = 1; g(2x) = \frac{a^{2x}+a^{-2x}}{2}.2\left(\frac{a^x-a^{-x}}{2}\right).\left(\frac{a^x+a^{-x}}{2}\right) = 2g(x)f(x)$$

$$\begin{cases} f\left(g(0)\right) = f(0) = 1 \\ g\left(f(0)\right) = g(1) = \dfrac{a-a^{-1}}{2} = \dfrac{a^2-1}{2a} \end{cases} \Rightarrow f\left(g(0)\right) \neq g\left(f(0)\right)$$

$$g(2x) = 2f(x)g(x) \Rightarrow g'(2x) = g'(x)f(x)+g(x)f'(x); f(x) = \frac{a^x+a^{-x}}{2}; g(x) = \frac{a^x-a^{-x}}{2}$$

Nhận xét: Dễ kiểm tra khẳng định 1;2 là đúng còn khẳng định 3;4 là sai. Khẳng định 3 rõ ràng là sai. Còn khẳng định 4 có thể nhìn nhanh thông qua khẳng định 2.Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 16: Bài này có phong cách giải khác bài 13 trong cùng đề, bởi vì ta có thể cô lập tham số:

$$5^x+(m-1)2^x = (m-1) > 0 \Leftrightarrow (m-1)(2^x+1) > -5^x \Leftrightarrow m > 1-\frac{5^x}{2^x+1} = f(x)$$ .Ta có:

$$f'(x) = \frac{5^x \ln 5(2^x+1)-(2^x \ln 2)5^x}{\left(2^x\right)^2} = -\frac{10^x(\ln 5-\ln 2)+5^x \ln 5}{\left(2^x\right)^2} < 0; \forall x$$

Do đó ta chỉ cần tìm: $m \geq \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$. Vậy đáp án đúng là **B.**

Nhận xét: Ý tưởng cô lập tham số là ý tưởng chuẩn mực nhất mà chúng ta cần phải nắm vững .

Câu 17: ***Phân tích:*** Ý tưởng của bài toán này là so sánh các hàm mũ! Ta có:

+ Với $x \geq 0$ thì ta có: $3^x \leq 5^x; 4^x \leq 5^x; \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 0$ nên: $3^x+4^x-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} < 2.5^x$

+ Với $x<0$ thì ta có: $3^x < 1; 4^x < 1; \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2; 5^x > 0$ nên: $3^x+4^x-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} < 0 < 2.5^x$

Phương trình vô nghiệm.Vậy đáp án đúng là **B.**

Câu 18: Ta có: $\dfrac{f(x)f(x+1)f(x+2)}{f(3x)} = \dfrac{2017^x.2017^{x+1}.2017^{x+2}}{2017^{3x}} = 2017^3$. Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 19: ***Phân tích:*** Đối xứng của đồ thị hàm số $y = -\log x$ qua đường thẳng $y = x$ là:

$x = -\log y \Leftrightarrow y = 10^{-x} = \dfrac{1}{10^x}$ .Vậy đáp án đúng là **B.**

Lưu ý: Khi giải bài toán này cần luw ý $\log x$ là logarit cơ số tự nhiên hay chính là logarit cơ số 10

Câu 20: ***Kiểm tra nhanh:*** Ta có thể nhìn thấy ngay: $f(x) = f(-x) \Rightarrow f'(x) = -f'(-x) \Rightarrow f'(0) = 0$

Do đó khẳng định 1 sai.

$f(x) = \dfrac{1}{3+2^x} + \dfrac{1}{3+2^{-x}} = \dfrac{6+2^x+2^{-x}}{10+3\left(2^x+2^{-x}\right)} < 1; \forall x$. Do đó khẳng định 2 sai.

Khẳng định 3 cũng sai bởi vì: $f(x^2) = \dfrac{1}{3+2^{x^2}} + \dfrac{1}{3+2^{-x^2}} \neq \dfrac{1}{3+4^x} + \dfrac{1}{3+4^{-x}}$. Vậy đáp án đúng là **D.**

Sai lầm thường gặp: Nhiều họ sinh cố rút gọn biểu thức trong khẳng định 2 nên sẽ lúng túng.Một số khác thì có nhầm lẫn $2^{2^x} = 4^x$

Nhận xét: Các câu 21,22,23 có thể sử dụng máy tính để ra kết quả nhanh

Câu 21: Đáp án đúng là **B.** Nếu để ý thì tích phân nay được tách thành hai tích phân cơ bản $\sqrt{x^2+1}; \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. Do đó ta có:

$$I = \int_0^2 \frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}}dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{x^2+1}\right) + 3\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\Big|_0^2; I = \sqrt{5} + \frac{3}{2}\ln\left(2+\sqrt{5}\right)$$

Câu 22: Đáp án đúng là **A.**Ta chỉ cần để ý:

$$(x+\cos x+2)' = 1-\sin x \Rightarrow I = \int_0^1 \frac{1-\sin x}{x+\cos x+2}dx = \int_0^1 \frac{(x+\cos x+2)'}{x+\cos x+2}dx \Rightarrow I = \left(\ln|x+\cos x+2|\right)\Big|_0^1 = \ln\left(\frac{3+\cos 1}{3}\right)$$

Câu 23: Đáp án đúng là **D.**Ta có:

$$I = \int_{1/2}^1 \frac{5}{x^6+x}dx = I = \int_{1/2}^1 \frac{5}{x^6+\left(\dfrac{1}{x^5}\right)}dx \xrightarrow[dt=-\frac{5}{x^6}dx]{t=1+\frac{1}{x^5}} I = \int_{33}^2\left(-\frac{1}{t}\right)dt = \int_{33}^2 \frac{dt}{t}; i = \left(\ln|t|\right)\Big|_2^{33} = \ln\frac{33}{2}$$

Câu 24: Đáp án **A.**

+ Phương trình $3^x = 2x+1$ có hai nghiệm là 0;1

+ Diện tích giới hạn được tính bởi:

$$S = \int_0^1 \left|3^x - (2x+1)\right|dx = \int_0^1 (2x+1-3^x)dx; S = \left(x^2+x-\frac{3^x}{\ln 3}\right)\Big|_0^1 = 2-\frac{2}{\ln 3}$$

Câu 25: Đáp án đúng là **B.** ***Phân tích:***

$$\int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx = 1 \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx = \int_0^{\sqrt{2}} f(x^2)dx^2 \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx = 2\int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx = 2$$

$$\int_2^3 f(z)dz = 2 \Rightarrow \int_2^3 f(x)dx = \int_2^3 f(z)dz = 2;$$

$$\int_9^{16} \frac{f\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}}dt = 12 \Rightarrow 12 \Rightarrow \int_3^4 f(x)dx = \int_9^{16} f\left(\sqrt{t}\right)d\left(\sqrt{t}\right) \Rightarrow \int_3^4 f(x)dx = \frac{1}{2}\int_9^{16}\frac{f\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}}dt = 6$$

$$\Rightarrow \int_0^4 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx + \int_4^3 f(x)dx \Rightarrow \int_0^4 f(x)dx = 2+2+6 = 10$$

Nhận xét: Bài toán chỉ kiểm tra phép đổi biến của hàm số nê không có gì đặc biệt ở đây cả.

Câu 26: Ta có: $y = x^3 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{y}$. Áp dụng công thức thể tích ta có:

$V = \pi\int_1^2 \left(\sqrt[3]{y}\right)^2 dy = \pi\int_1^2 y^{2/3}dy$; $V = \pi\left(\dfrac{y^{5/3}}{5/3}\right)\Big|_1^2 = \dfrac{3\left(2\sqrt[3]{4}-1\right)\pi}{5}$. Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 27: Cách giải quyết mà phù hợp đối với bài toán này có lẽ là thử đạo hàm của các hàm số trong đáp án $\int \ln^2 x dx = x\left(\ln^2 x - 2\ln x + 2\right) + C$. Ta thu được đáp án đúng là **C.**

Câu 28: Bài toán này có vẻ dễ dàng bởi vì:

$\left(x^3 + x + 2\right)' = 3x^2 + 1$; $\int f(x)dx = \int\left(3x^2+1\right)e^{x^3+x+2}dx$

$\int f(x)dx = \int e^{x^3+x+2}d(x^3+x+2) = e^{x^3+x+2} + C$. Vậy đáp án đúng là **C.**

Câu 29: Ta có:

$$\frac{\left(|z|-1\right)(1+iz)}{z-\frac{1}{z}} = i \Leftrightarrow \frac{\left(|z|-1\right)(1+iz).\bar{z}.i}{z.\bar{z}.-1} = i^2 \Leftrightarrow \frac{\left(|z|-1\right)\left(i.\bar{z}-|z|^2\right)}{|z|^2-1} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} i.\bar{z}-|z|^2 = -\left(|z|+1\right) \\ |z| \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} i.\bar{z} = |z|^2 - \left(|z|+1\right) \\ |z| \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = xi \\ x = |x|^2 - \left(|x|+1\right) \\ |z| \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 0 \\ z = xi \\ x = x^2-(x+1) \\ x \neq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} z = xi \\ x < 0 \\ x = (-x)^2 - (-x+1) \\ x \neq -1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 1+\sqrt{2}; z = \left(1+\sqrt{2}\right)i$$

Vậy $z = \left(1+\sqrt{2}\right)i$. Do đó đáp án đúng là **A.**

Câu 30: Đặt $z = a+bi$. Khi đó ta có: $\left|\dfrac{z-4}{z-2}\right| = 1; \left|\dfrac{z-1-2i}{z-1+i}\right| = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |(a-4)+bi| = |(a-2)+bi| \\ |(a-1)+(b-2)i| = |2(a-1)+2(b+1)i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-4)^2+b^2 = (a-2)^2+b^2 \\ (a-1)^2+(b-2)^2 = 4(a-1)^2+(b+1)^2 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ 3b^2+12b+12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow z = 3-2i$. Do đó đáp án đúng là **C.**

Câu 31: Do $|z| = 1$ nên nếu đặt $z = a+bi$ thì $a^2+b^2 = 1$. Do đó tồn tại góc θ để: $a = \cos\theta; b = \sin\theta$ .Do đó ta có: $z^2 = \left(\cos\theta + i\sin\theta\right)^2 = \left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) + 2\cos\theta.\sin\theta.i \Leftrightarrow w = z^2 = \cos 2\theta + i\sin 2\theta$

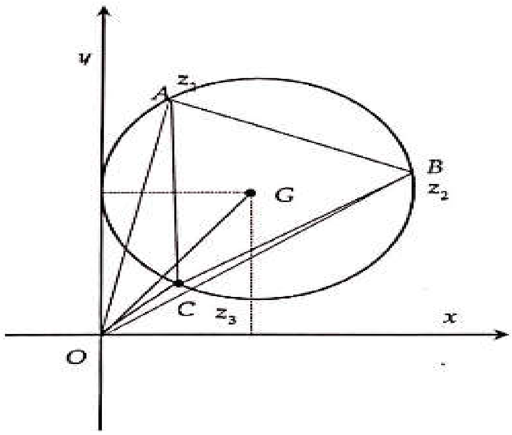
Do đó tập các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức của số $w = z^2$ chính là đường tròn: $x^2+y^2 = 1$. Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 32: Do phần thực gấp phần ảo hai lần nên số phức z có dạng:

$$z = 2a + ai \Rightarrow \begin{cases} \overline{z} = 2a - ai \\ |z| = \sqrt{4a^2 + a^2} = \sqrt{5a^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z - \overline{z}| = |2ai| = \sqrt{4a^2} \\ \sqrt{5a^2} = 3 \end{cases} \Rightarrow |z - \overline{z}| = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 33:



Với mỗi điểm z trên mặt phẳng phức sẽ có sự tương ứng với mỗi vec tơ(mà điểm đầu là gốc tọa độ và điểm cuối chính là điểm biểu diễn).Khi đó theo tính chất trọng tâm ta có:

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3.\overrightarrow{OG}$

$\Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 = 3(3 + 4i) = 9 + 12i$

$\Rightarrow \mathrm{w} = 9 + 12i$

Vậy đáp án đúng là **B.**

Câu 34: Ta có: $z^4 + 1 = 0 \Leftrightarrow z^4 - i^2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = i \\ z^2 = -i \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(a^2 - b^2\right) + 2abi = i \\ \left(a^2 - b^2\right) + 2abi = i \end{array}\right. \left(z = a + bi\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ 2ab = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} a = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ a = -\frac{1}{\sqrt{2}}; b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} a = \frac{1}{\sqrt{2}}; b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ a = -\frac{1}{\sqrt{2}}; b = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \\ z = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \\ z = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i \\ z = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \end{array}\right.$$. Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 35: Đáp án đúng là **D** do biệt thức delta hỏ hơn 0.

Câu 36: Ta có:

$z^4+3z^3+5z^2+4z+2=0 \Leftrightarrow (z^2+z+1)(z^2+2z+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2+z+1=0 \\ z^2+2z+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-\frac{1}{2}\pm i\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z=-1\pm i \end{array}\right.$

Đáp án đúng là **B.**

Câu 37: Ta có: + Mặt cầu tâm $I(-2;-1;1)$ bán kính $R=\sqrt{5}$.

+ Thiết diện đường tròn có $S=\frac{\pi}{9} \Leftrightarrow r=\frac{1}{3}$.

+ Khoảng cách của tâm I đến mặt phẳng (P) là: $d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5-\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{44}}{3}$

+ Mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ đi qua hai điểm $M(1;-1;1); N(0;-1;0)$ nên có hệ phương trình:

$\begin{cases} a-b+c+d=0 \\ -b+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=b \\ c=-a \end{cases} \Rightarrow (P): ax+by-az+b=0$

+ Khoảng cách từ $I(-2;-1;1)$ đến (P) bằng $\frac{\sqrt{44}}{3}$ nên:

$\frac{|-2a-b-a+b|}{\sqrt{a^2+b^2+(-a)^2}}=\frac{\sqrt{44}}{3} \Leftrightarrow \frac{3|a|}{\sqrt{2a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{44}}{3} \Leftrightarrow \sqrt{2+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\frac{9}{\sqrt{44}} \Leftrightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2=\frac{-7}{44}$ \

Không tồn tại mặt phẳng (P). Đáp án đúng là **D.**

Câu 38: ***<u>Phân tích:</u>*** $ABCD$ là hình bình hành nên trung điểm của AC cũng là trung điểm của BD. Ta có:

$\begin{cases} \frac{x_A+x_C}{2}=\frac{xB+x_D}{2} \\ \frac{y_A+y_C}{2}=\frac{y_B+y_D}{2} \\ \frac{z_A+z_C}{2}=\frac{z_B+z_D}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B=x_A+x_C-x_D \\ y_B=y_A+y_C-y_D \\ z_B=z_A+z_C-z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B=0+0-4=-4 \\ y_B=2+0-0=2 \\ z_B=0+2-0=2 \end{cases} \Rightarrow B(-4;2;2)$

Giả sử phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OBCD$ là: $(S): x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$.

Khi đó ta có:

$\begin{cases} 0^2+0^2+0^2+0.a+0.b+0.c+d=0 \\ (-4)^2+2^2+2^2+(-4).a+2b+2c+d=0 \\ 0^2+0^2+2^2+0.a+o.b+0.c+2c+d=0 \\ 4^2+0^2+0^2+4.a+0.b+0.c+d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=0 \\ b=-18 \\ c=-2 \\ a=-4 \end{cases} \Rightarrow (S): x^2+y^2+z^2-4x-18y-2z=0$

$\Leftrightarrow (S): (x-2)^2+(y-9)^2+(z-1)^2=86$

Vậy đáp án đúng là **C.**

Câu 39: Ta có:

$\begin{cases}\overrightarrow{AB}(-2;0;-3)\\ \overrightarrow{CD}(-2;0;3)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=(0;12;0)$;

$\begin{cases}A\in AB\\ C\in CD\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AC}=(0;4;-3)\Rightarrow d(AB;CD)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}=\dfrac{48}{2\sqrt{3}}=8\sqrt{3}$. Vậy đáp án đúng là **B.**

Câu 40: Gọi $D(a;b;c)$ .Khi đó ta gọi $I;J$ là trung điểm $AB;CD$, ta có điều kiện cần và đủ: $\begin{cases}AB//CD\\ IJ\perp AB\end{cases}$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;2);\overrightarrow{CD}=(a;b-1;c-3)$

$I(2;1;2);J\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b+1}{2};\dfrac{c+3}{2}\right)\Rightarrow\overrightarrow{IJ}=\left(\dfrac{a-4}{2};\dfrac{b-1}{2};\dfrac{c-1}{2}\right)$

$$\begin{cases}AB//CD\\ IJ\perp AB\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{CD}=k.\overrightarrow{AB}\\ \overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AB}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b-1=c-3\\ \left(\dfrac{a-4}{2}\right).2+\left(\dfrac{b-1}{2}\right).2+\left(\dfrac{c-1}{2}\right).2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=a+1\\ c=a+3\\ a+b+c=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{2}{3}\\ b=\dfrac{5}{3}\\ c=\dfrac{11}{3}\end{cases}$$

$\Rightarrow D\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{11}{3}\right)$. Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 41*: Đây là bài toán rất khó! . Do $M(a;b;c)\in d$ nên ta có:

$$\frac{a-1}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c+1}{1}=t\Rightarrow\begin{cases}a=2t+1\\ b=3t\\ c=t-1\end{cases}\Rightarrow M(2t+1;3t;t-1)$$

Chu vi tam giác MAB nhỏ nhất khi và chỉ khi $(A+MB)_{\min}\Leftrightarrow\left(f(t)=\sqrt{14t^2+5}+\sqrt{14t^2-2t+1}\right)_{\min}$

Đến đây nếu dùng phương pháp hàm thì rất bất tiện. Ta có thể nghĩ theo phương pháp Mincopski:

$$f(t)=\sqrt{14t^2+5}+\sqrt{14t^2-2t+1};f(t)=\sqrt{\left(-t\sqrt{14}\right)^2+\left(\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(t\sqrt{14}-\frac{1}{\sqrt{14}}\right)^2+\left(\sqrt{\frac{13}{14}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow f(t)\ge\sqrt{\left(-t\sqrt{14}+t\sqrt{14}-\frac{1}{\sqrt{14}}\right)^2+\left(\sqrt{5}+\sqrt{\frac{13}{14}}\right)^2}$$

$\Rightarrow f(t)\ge\sqrt{\dfrac{1}{14}\left(5+2\sqrt{\dfrac{65}{14}}+\dfrac{13}{14}\right)}=\sqrt{6+2\sqrt{\dfrac{65}{14}}}$. Dấu "=" xảy ra khi:

$$\left(-t\sqrt{14}\right)\left(\sqrt{\frac{13}{14}}\right)=\left(t\sqrt{14}-\frac{1}{\sqrt{14}}\right)\left(\sqrt{5}\right)\Leftrightarrow t\left(\sqrt{70}+\sqrt{13}\right)=\sqrt{\frac{5}{14}}\Leftrightarrow t=\left(\frac{\sqrt{70}-\sqrt{13}}{57}\right)\sqrt{\frac{5}{14}}=\frac{5-\sqrt{\frac{65}{14}}}{57}$$

$M\left(\dfrac{67-\sqrt{\dfrac{130}{7}}}{57};\dfrac{5\sqrt{\dfrac{65}{14}}}{19};\dfrac{-52-\sqrt{\dfrac{65}{14}}}{57}\right)$. Đáp án đúng là **C.**

Câu 42: Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm của đoạn AB nên ta có:

$$\begin{cases} I\left(\dfrac{0+2}{2};\dfrac{1+1}{2};\dfrac{0+8}{2}\right)\Rightarrow I(1;1;4) \\ R=IA=\sqrt{(1-0)^2+(1-1)^2+(4-0)^2}=\sqrt{17}\end{cases} \Rightarrow (S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=17$$

Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 43: Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}(0;-3;-1)\\ \overrightarrow{AC}(-1;0;1)\\ \overrightarrow{AD}(0;1;m-2)\end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;1;-3)$. $A;B;C;D$ đồng phẳng khi:

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0 \Leftrightarrow (-3).0+1.1+(-3).(m-2)=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{7}{3}$. Vậy đáp án đúng là **A**

Câu 44: Ta có:

$$\frac{|m+2(m+1)|}{\sqrt{5}.\sqrt{2m^2+2m+5}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|m+2(m+1)|=\sqrt{2.5(2m^2+2m+5} \Leftrightarrow 4(3m+2)^2=20m^2+20m+50$$

$$\Leftrightarrow 16m^2+28m-34=0 \Leftrightarrow m=\frac{-7\pm\sqrt{185}}{8}$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn.Đáp án đúng là **A.**

Câu 45: Ta dễ dàng thấy được: $(S):\begin{cases}I_1(1;1;0)\\ R_1=3\end{cases};(S):\begin{cases}I_2(0;0;3)\\ R_2=1\end{cases} \Rightarrow I_1I_2=\sqrt{11}<4=R_1+R_2$

Vậy hai mặt cầu cắt nhau theo giao tuyến đường tròn. Đáp án đúng là **B.**

Câu 46: Thể ticThể tích khối trụ: $V=S_{day}.h=\pi R^2h$. Vậy đáp án đúng là **C.**

Câu 47: Thể tích phần còn lại bằng: $V=\dfrac{4}{3}\pi\left(R_1^3-R_2^3\right)=\dfrac{4}{3}\pi\left(R^3-\left(\dfrac{R}{3}\right)^3\right)=\dfrac{104}{81}\pi R^3$

Vậy đáp án đúng là **C.**

Câu 48: Đây là một bài toán khá khó! Tuy nhiên thực chất của bài toán như sau: Gọi $R_1;R_2$ là bán kính của hai phần bị khoét. Khi đó ta có: $R_1+R_2=R$ đồng thời thể tích hai quả cầu sẽ là:

$$V_1+V_2=\frac{4}{3}\pi\left(R_1^3+R_2^3\right)$$

Để phần thể tích quả cầu còn lại là lớn nhất thì tổng thể tích phần khoét là nhỏ nhất tức là: $\left(R_1^3+R_2^3\right)_{\min}$.

Đến đây ta có hai phương pháp giải, một là dùng hàm số, hai là biến đổi tương đương ta có:

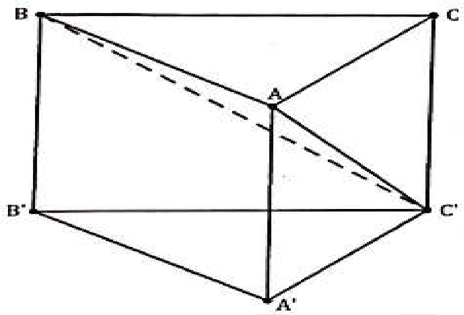
$R_1^3+R_2^3\ge 2\left(\dfrac{R_1+R_2}{2}\right)^3 \Leftrightarrow \left(R_1+R_2\right)\left(R_1-R_2\right)^2\ge 0$. Do đó ta có:

$$\Delta V = V-(V_1+V_2)\le \frac{4}{3}\pi R^3-\frac{4}{3}\pi.2.\left(\frac{R_1+R_2}{2}\right)^3 \Rightarrow \Delta V \le \frac{4}{3}\pi R^3-\frac{4}{3}\pi.2\left(\frac{R}{2}\right)^3 \quad (R_1+R_2=R)$$

$\Rightarrow \Delta V \le \pi R^3$. Dấu "=" xảy ra khi: $R_1=R_2=\dfrac{R}{2}$. Vậy đáp án đúng là **A.**

Câu 49: Ta có:

$\begin{cases} AB\perp AC \\ AB\perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB\perp (ACC'A')$, do đó AC' là hình chiếu vuông góc của BC' lên $(ACC'A')$. Từ đó, góc giữa BC' và là $\widehat{BC'A}=30°$.



Trong tam giác vuông ABC ta có: $AB = AC.\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

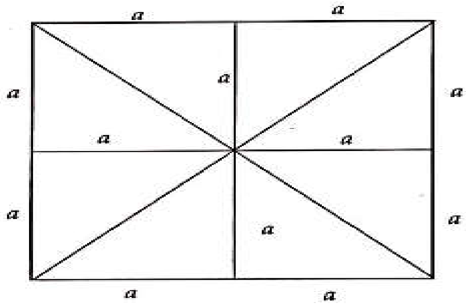
Trong tam giác vuông ABC' ta có: $AC' = AB.\cot 30° = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$

Trong tam giác vuông ACC' ta có: $CC' = \sqrt{AC'^2 + AC^2} = \sqrt{(3a)^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a$

Vậy thể tích hình lăng trụ là: $V = S.h = \dfrac{1}{2}.AB.AC.CC' = \dfrac{1}{2}a.\sqrt{3}.2\sqrt{2}.a.a = a^3\sqrt{6}$.

Đáp án đúng là **B.**

Câu 50: ***Phân tích:***



+ 8 mảnh thu được là như nhau.
+ Phần diện tích tăng lên là rh giới của những lát cắt tạo ra.
+ Diện tích toàn phần ban đầu của cái bánh: $S_1 = 2(2a)^2 + 4.2a.a = 16a^2$
+ Diện tích mỗi phần miếng bánh sau khi cắt ra(bao gồm 2 mặt trên dưới,2 mặt vuông góc, 1 mặt từ cạnh huyền):

$s = 2.\frac{1}{2}a^2 + 2.(a.a) + a\sqrt{2}.(a) = (3+\sqrt{2})a^2$

Do đó với 8 phần ta có diện tích toàn phần lúc sau là: $S_2 = 8s = 8(3+\sqrt{2})a^2$

Do đó diện tích đã tăng lên: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{8\left(3+\sqrt{2}\right)a^2}{16a^2} = \frac{3+\sqrt{2}}{2}$

Đáp án đúng là **D.**