

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 – ĐỀ 29

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3mx^2 + (2m+1)x - 1$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ ?

- A.  $m \geq \frac{-1}{3}$       B.  $m > \frac{-1}{2}$       C.  $m < 0$       D.  $m > \frac{-1}{3}$

Câu 2: Tìm  $a+b$  biết  $A(0;1); B(b;1)$  thuộc đồ thị hàm số  $y = x^3 + x^2 - 1$  ?

- A. -1      B. 0      C.  $\frac{-1}{2}$       D. 1

Câu 3: Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 - 3$  có ba điểm cực trị lập thành tam giác vuông?

- A.  $m \in \left\{0; \frac{-1}{2}\right\}$       B. 0      C.  $\frac{-1}{2}$       D. 1

Câu 4: Xét trên đoạn  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ , hàm số nào sau đây có tập giá trị nhỏ nhất và lớn nhất và trùng với tập các giá trị cực tiểu và cực đại của nó?

- A.  $y = x^3 + 1$       B.  $y = (x-1)(x^2 - 1)$       C.  $y = x^3 - 3x$       D.  $y = x^3 + 2x$

Câu 5: Số điểm cực tiểu của hàm số  $y = 12x^5 - 45x^4 + 40x^3 + 1$  là:

- A. 3      B. 2      C. 1      D. 0

Câu 6: Hai đường cong  $f(x) = x^2 - x$  và  $g(x) = \frac{1-x}{1+x}$  tiếp xúc với nhau tại mấy điểm?

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 0

Câu 7: Đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + b$  nhận  $I(1;1)$  là tâm đối xứng thì giá trị  $a+b = ?$

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{-3}{2}$       D. 3

Câu 8: Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$  ?

- A.  $I(1;1)$       B.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$       C.  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$       D.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Câu 9\*: Cho hàm số  $y = \begin{cases} x^4 + x^2 + 1; x \geq 1 \\ x^3 + 2x; x < 1 \end{cases}$ . Khẳng định nào đúng?

- Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- Hàm số có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .
- Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 6 khi xét trên khoảng  $(0; \sqrt{2})$ .
- Hàm số không có giá trị lớn nhất cũng như nhỏ nhất khi xét trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 1;4      B. 2;4      C. 1;2;4      D. 1;3;4

Câu 10: Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{3x-m}$ . Tìm  $m$  để hàm số không đơn điệu trên tập xác định.

- A.  $m < -6$       B.  $m = -6$       C.  $m > -6$       D.  $m \in \emptyset$

**Câu 11:** Phương trình  $\log_3(x^2 - 7x + 3) = 0$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thì giá trị  $(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)$  bằng:

- A. 1                                      B. 25                                      C. 50                                      D. 10

**Câu 12:** Bất phương trình  $\log_{1/2}(x^2 - 2x) > \log_2(-2x + 1)$  có nghiệm là:

- A.  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(1; \frac{1}{4}(3 - \sqrt{17})\right) \cup \left(0; \frac{1}{4}(3 + \sqrt{17})\right) \cup (2; +\infty)$                                       B. (0; 2)
- C.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 - \sqrt{17}); 0\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 + \sqrt{17}); 2\right)$                                       D.  $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

**Câu 13:** Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, được ký hiệu là mmHg) suy giảm so với độ cao x (đo bằng mét), với công thức:  $P = P_0 \cdot e^{xi}$  trong đó,  $P_0 = 760 \text{ mmHg}$  là áp suất ở mức nước biển ( $x = 0$ ), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí là 673mmHg. Hỏi rằng ở độ cao 5000m thì áp suất khí quyển là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân)?

- A. 415 mmHg                                      B. 760 mmHg                                      C. 413,83 mmHg                                      D. 500 mmHg

**Câu 14:** Tìm tập xác định của hàm số:  $y = \sqrt{\log_x(x^2 + x + 1)}$  ?

- A.  $x > 0; x \neq 1$                                       B.  $0 < x < 1$                                       C.  $x \geq 1$                                       D.  $x > 1$

**Câu 15:** Cho hàm số logarit  $f(x) = \log_a x$ . Tìm các khẳng định **đúng**?

1. Tập xác định của hàm số là  $[0; +\infty)$
2. Với mọi số thực m, luôn tồn tại số thực  $x_0$  sao cho  $f(x_0) = m$ .
3. a phải là số thực dương khác 1.
4. Hàm số luôn đơn điệu trên  $\mathbb{R}$

- A. 2; 3; 4                                      B. 2; 3                                      C. 3; 4                                      D. 1. 3

**Câu 16:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x + 2)$  ?

- A.  $\frac{1}{(x+2)\ln x}$                                       B.  $\frac{1}{(x+2)\ln x} - \frac{\log_x(x+2)}{x \ln x}$
- C.  $\frac{\ln(x+2)}{x}$                                       D.  $\frac{1}{(x+2)\ln x} - \frac{\log_x(x+2)}{\ln x}$

**Câu 17:** Giải phương trình  $\log_{1-x}(x^3 - x^2 + x) = \sqrt{x^3 - x^2 + x} - 1$

- A.  $x \in \emptyset$                                       B.  $x = 1$                                       C.  $\frac{1}{2}$                                       D. 2

**Câu 18:** So sánh ba số:  $3^{4^5}; 4^{5^3}; 5^{4^3}$

- A.  $5^{4^3} > 4^{5^3} > 3^{4^5}$                                       B.  $5^{4^3} < 3^{4^5} < 4^{5^3}$                                       C.  $5^{4^3} > 3^{4^5} > 4^{5^3}$                                       D.  $5^{4^3} < 4^{5^3} < 3^{4^5}$

**Câu 19:** Tập nghiệm của phương trình  $81^{x^2} = (\sqrt{27})^x$  là:

- A.  $S = \{0\}$                                       B.  $S = \left\{0; \frac{3}{8}\right\}$                                       C.  $S = \{0; 2\}$                                       D.  $S = \{1\}$

**Câu 20:** Biết  $\log 2 = a$  thì  $\log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}}$  tính theo a bằng:

- A.  $\frac{2a}{3} - \frac{7}{3}$                                       B.  $\frac{2a}{3} + \frac{7}{3}$                                       C.  $\frac{2}{3a} + \frac{7}{3}$                                       D.  $\frac{2}{3a} - \frac{7}{3}$

**Câu 21:** Tính tích phân  $I = \int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x + 1} dx$  ?

- A.  $\frac{-1}{2} + 2\ln 2$       B.  $\ln\left(\frac{1}{2} + 2\sqrt{2}\right)$       C.  $-\frac{1}{2} - 2\ln 2$       D.  $-\frac{1}{2} + 2\sqrt{2}$

**Câu 22:** Tính tích phân  $I = \int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x(\ln x + 1)} dx$  ?

- A.  $1 + \ln \frac{3}{2}$       B.  $-1 + \ln \frac{3}{2}$       C.  $1 - \ln \frac{3}{2}$       D.  $1 + \ln \frac{3}{2}$

**Câu 23:** Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x \sin(3x + 1)$  ?

- A.  $-\frac{2}{3}x \cos x(3x + 1) + \frac{2}{9} \sin(3x + 1) + C$       B.  $-\frac{2}{3}x \cos x(3x + 1) + \frac{2}{3} \sin(3x + 1) + C$   
 C.  $-\frac{2}{3}x \cos x(3x + 1) - \frac{2}{9} \sin(3x + 1) + C$       D.  $-\frac{2}{3}x \cos x(3x + 1) - \frac{2}{3} \sin(3x + 1) + C$

**Câu 24:** Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường cong  $y = x^3 - 2x^2 + 12x - 1$  và  $y = 4x^2 + x + 5$

- A.  $S = \frac{16\pi}{105}$       B.  $S = \frac{1}{2}$       C.  $\frac{73\pi}{3}$       D.  $S = 1$

**Câu 25:** Cho hình phẳng được giới hạn bởi đường cong  $y = x^3 - 3x + 1$  trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0; x = 1$ . Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox ?

- A.  $\frac{3}{7}\pi$       B.  $\frac{309}{700}\pi$       C.  $\frac{31}{70}\pi$       D.  $\frac{3,02}{7}\pi$

**Câu 26:** Tìm khẳng định **đúng**?

- Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$  thì  $\int_b^a f(x) dx \geq 0$
- Nếu hàm số  $f(x)$  là hàm số chẵn liên tục trên  $[-a; a]$  thì  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$
- Nếu hàm số  $f(x)$  là hàm số lẻ liên tục trên  $[-a; a]$  thì  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$
- Hàm số  $f(x)$  là xác định trên  $K$  thì hàm số  $F(x)$  được gọi là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $K$  nếu  $F'(x) = f(x) + C$  với mọi  $x \in K; C \in \mathbb{R}$

- A. 1;4      B. 1;2;3      C. 2;3;4      D. 2;3

**Câu 27\*:** Tính tích phân  $I = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos 2x}} dx$  ?

- A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\pi$       C.  $\frac{\pi}{2}$       D.  $\frac{\pi}{4}$

**Câu 28:** Tìm phần thực của số phức  $z$  biết:  $(1 + 3i)(z + 1) + (2 - 3i)(\bar{z} - 2) = 0$  ?

- A. 16      B. 17      C. 18      D. 19

**Câu 29:** Tìm  $|z_1 + z_2|$  biết  $\begin{cases} (1 + 3i)z_1 + (3 + i)z_2 = 4 - 7i \\ (4 - i)z_1 + (2 + i)z_2 = 3 + 2i \end{cases}$

A.  $\sqrt{\frac{3}{2}}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\sqrt{\frac{74}{29}}$                       D.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

**Câu 30:** Gọi  $z_1; z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + (1+2i)z + (3-2i) = 0$ . Tính  $\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right|$  ?

A.  $\sqrt{\frac{5}{3}}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{12}$                       C.  $\sqrt{\frac{5}{13}}$                       D.  $\sqrt{\frac{5}{12}}$

**Câu 31\*:** Cho  $|z_1| = |z_2| = 1$  và  $z = \frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$ . Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

1.  $|z| = 1$
2.  $z$  là số thực
3.  $z$  là số thuần ảo

A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. Không có

**Câu 32:** Số thực  $a$  thay đổi tùy ý thì các điểm của mặt phẳng phức biểu diễn các căn bậc hai của  $z = a + 2i$  vạch trên đường

A. Elip                      B. Parabol                      C. Đường tròn                      D. Hypecbol

**Câu 33:** Cho  $z = \frac{1-i}{1+i}$ . Tính  $z^{2017}$

A. 1                      B. -1                      C.  $i$                       D.  $-i$

**Câu 34:** Số phức  $z = a + bi$  được biểu diễn trên mặt phẳng phức là tiếp điểm của một tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ  $(0;0)$  với đường tròn  $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$  trên mặt phẳng phức đó. Hỏi giá trị của  $|z|$  là

A.  $\sqrt{21}$                       B.  $2\sqrt{5}$                       C.  $\sqrt{19}$                       D.  $3\sqrt{2}$

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$  phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  và nhận véc tơ  $u(3;2;1)$  là véc tơ chỉ phương là:

A.  $3x = 2y = z$                       B.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$                       C.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1} = 1$                       D.  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{-z}{1} = 1$

**Câu 36:** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1;2;3); B(0;-1;1); C(1;2;0)$ . Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là:

A.  $3x - y - 1 = 0$                       B.  $3x - y + 1 = 0$                       C.  $3y - z - 1 = 0$                       D.  $3x - y - 2z - 1 = 0$

**Câu 37\*:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3); B(2;3;1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + 4z = 9$ . Tìm điểm  $M$  trên mặt phẳng  $(P)$  sao cho  $MA + MB$  đạt giá trị nhỏ nhất ?

A.  $M\left(1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$                       B.  $M\left(\frac{51}{55}; \frac{47}{29}; \frac{31}{55}\right)$                       C.  $M\left(\frac{518}{551}; \frac{47}{29}; \frac{311}{555}\right)$                       D.  $M\left(\frac{18}{51}; \frac{47}{29}; \frac{11}{55}\right)$

**Câu 38:** Trong không gian  $Oxyz$  cho đường thẳng  $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$  và điểm  $A(1;2;3)$ . Tìm mặt phẳng  $(P)$  chứa cả  $A$  và  $(d)$ ?

A.  $(P): 5x - 4y + 2z - 3 = 0$                       B.  $(P): 5x - 4y - 2z - 3 = 0$   
 C.  $(P): 5x + 4y + 2z - 3 = 0$                       D.  $(P): 5x - 4y + 2z + 3 = 0$

**Câu 39:** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1;2;3); B(0;-1;1); C(1;2;0)$ . Diện tích tam giác  $ABC$  là

- A.  $3\sqrt{10}$                       B.  $\frac{3\sqrt{5}}{2}$                       C.  $3\sqrt{5}$                       D.  $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

**Câu 40:** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm cho mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 6 = 0$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y - 4z = 1$ . Mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A.  $(P)$  và  $(S)$  tiếp xúc với nhau                      B.  $(P)$  đi qua tâm  $(S)$   
C.  $(P)$  và  $(S)$  không cắt nhau                      D.  $(P)$  và  $(S)$  cắt nhau theo một đường tròn

**Câu 41:** Trong không gian  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1; 2; 3); B(0; 0; 1); C(0; 1; 0)$ . Xác định thể tích của hình chóp  $OABC$  trong đó  $O$  là gốc tọa độ

- A. 1                      B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{12}$                       D.  $\frac{1}{6}$

**Câu 42:** Trong không gian  $Oxyz$  cho bốn điểm  $A(0; 1; 2); B(1; 0; 1); C(-1; -1; 0); D(1; 2; 3)$ . Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$

- A.  $I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{-7}{6}\right)$                       B.  $I(-1; 1; -7)$                       C.  $I\left(\frac{-1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{-7}{6}\right)$                       D.  $I\left(\frac{-1}{6}; \frac{1}{6}; \frac{-7}{6}\right)$

**Câu 43:** Trong không gian  $Oxyz$  cho bốn điểm  $A(0; 1; 2); B(1; 0; 1); C(-1; -1; 0); D(-1; 2; -3)$ . Mặt cầu có tâm  $D$  và tiếp xúc mặt phẳng  $ABC$  là:

- A.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$                       B.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 36$   
C.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 18$                       D.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 36$

**Câu 44:** Khối đa diện lồi đều có số mặt nhiều nhất là?

- A. 12                      B. 30                      C. 24                      D. 20

**Câu 45:** Cho hình trụ có đáy là hai hình tròn  $(O)$  và  $(O')$  có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 1. Trên đường tròn tâm  $(O)$  lấy một điểm  $A$  và trên đường tròn tâm  $(O')$  lấy một điểm  $B$  sao cho  $AB = 2$ . Tính thể tích khối chóp  $OO'AB$ ?

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{12}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       C.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$                       D.  $\frac{1}{12}$

**Câu 46:** Cho hình lập phương  $ABCD A' B' C' D'$  cạnh 1 có tâm  $O$ . Thể tích khối tứ diện  $AA' B' O$  là:

- A.  $\frac{1}{6}$                       B.  $\frac{1}{8}$                       C.  $\frac{1}{12}$                       D.  $\frac{1}{27}$

**Câu 47:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA = 2a$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích cầu ngoại tiếp hình chóp  $SABC$ ?

- A.  $\frac{4}{3}\pi a^3$                       B.  $\frac{28}{27}\pi a^3$                       C.  $\frac{28\sqrt{21}}{27}\pi a^3$                       D.  $\frac{28\sqrt{3}}{27}\pi a^3$

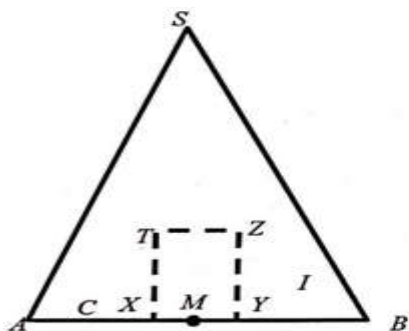
**Câu 48:** Hình chóp tam giác đều cạnh  $a$  thì diện tích toàn phần bằng?

- A.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$                       B.  $a^2\sqrt{3}$                       C.  $a^2$                       D.  $\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}$

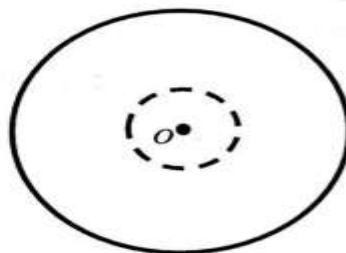
**Câu 49:** Cho hình cầu có bán kính  $R = 2$  và một mặt phẳng cắt hình cầu theo diện tích tròn có bán kính  $r = 1$ . Tính thể tích hình nón có đỉnh là tâm mặt cầu và đáy thiết diện nói trên?

- A.  $\frac{\pi}{3}$                       B.  $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$                       C.  $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

**Câu 50:** Tính thể tích của vật thể mà nó có các hình chiếu sau (đường nét liền là những đường nhìn thấy được, đường nét đứt là những đường bị che khuất).



Hình (A)



Hình (B)

Hình (A) là hình chiếu đứng của vật thể có  $M$  đồng thời là trung điểm  $XY$  và là trung điểm của  $AB$ .  $\Delta SAB$  cân tại  $S$  với  $SA = SB = 50mm$ ;  $AB = 60mm$ ,  $XYZT$  là hình chữ nhật có  $XY = 20mm$ ;  $YZ = 15mm$

Hình (B) là hình chiếu nằm của vật thể.

A.  $\frac{11\pi}{2}(cm^3)$

B.  $1445\pi(mm^3)$

C.  $1450(mm^3)$

D.  $\frac{21\pi}{2}(cm^3)$

**ĐÁP ÁN**

<b>1A</b>	<b>2B</b>	<b>3B</b>	<b>4C</b>	<b>5D</b>	<b>6A</b>	<b>7C</b>	<b>8D</b>	<b>9A</b>	<b>10B</b>
<b>11C</b>	<b>12C</b>	<b>13C</b>	<b>14D</b>	<b>15C</b>	<b>16B</b>	<b>17A</b>	<b>18D</b>	<b>19B</b>	<b>20D</b>
<b>21A</b>	<b>22C</b>	<b>23A</b>	<b>24B</b>	<b>25B</b>	<b>26D</b>	<b>27D</b>	<b>28D</b>	<b>29C</b>	<b>30C</b>
<b>31B</b>	<b>32D</b>	<b>33D</b>	<b>34A</b>	<b>35C</b>	<b>35A</b>	<b>36C</b>	<b>38A</b>	<b>39D</b>	<b>40D</b>
<b>41D</b>	<b>42A</b>	<b>43C</b>	<b>44D</b>	<b>45A</b>	<b>46C</b>	<b>47C</b>	<b>48B</b>	<b>49B</b>	<b>50D</b>

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1 : Phân tích:** Ta có:  $y' = 3x^2 + 6mx + 2m + 1$ . Hàm số  $y = x^3 + 3mx^2 + (2m + 1)x - 1$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' = 3x^2 + 6mx + 2m + 1 \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -\frac{3x^2 + 1}{2(3x + 1)}, \forall x \in (0; +\infty) (*)$$

Xét hàm số  $f(x) = -\frac{3x^2 + 1}{2(3x + 1)}, \forall x \in (0; +\infty)$ , ta có:  $f'(x) = \frac{3(3x^2 + 2x - 1)}{2(3x + 1)^2}$   $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{-1}{2}; f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-1}{3}; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty. \text{ Do đó } (*) \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{-1}{3}$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Sai lầm thường gặp:** Hiểu sai lý thuyết nên có thể lấy đáp án **D**. Một số sai hoàn toàn lý thuyết nên có thể lấy đáp án **C**.

**Câu 2:**  $y = x^3 + x^2 - 1$  (C). Ta có:  $\begin{cases} A(0, a) \in (C) \\ B(b, 1) \in (C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ 1 = b^3 - b^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b^3 + b^2 - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow a + b = -1 + 1 = 0$ . Vậy đáp án đúng là **B**.

**Câu 3: Phân tích:**  $y' = 4x^3 - 4(2m + 1)x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -3 \\ x = \sqrt{2m + 1} \Rightarrow y = -(2m + 1)^2 - 3 \\ x = -\sqrt{2m + 1} \Rightarrow y = (-2m + 1)^2 - 3 \end{cases}$$

Hàm số có ba cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số

là  $A(0; -3); B(\sqrt{2m + 1}; -(2m + 1)^2 - 3); C(-\sqrt{2m + 1}; (-2m + 1)^2 - 3)$

Ta có:  $\overline{AB} = (\sqrt{2m + 1}; -(2m + 1)^2); \overline{AC} = (-\sqrt{2m + 1}; (-2m + 1)^2)$

Tam giác  $ABC$  vuông:  $AB \perp AC \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow -(2m + 1) + (2m + 1)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Kết hợp điều kiện  $m > -\frac{1}{2}$  ta thu được  $m = 0$

Vậy đáp án đúng là **B**.

**Sai lầm thường gặp:** Thường học sinh quên đối chiếu điều kiện nên sẽ đánh đáp án **A**

**Câu 4: C**

Đáp án **A** và **D** chắc chắn sai vì đó là hàm đồng biến và không có cực trị

Đáp án **B** ta có:  $y = (x-1)(x^2 - 1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 2x - 1$ .  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = \frac{-1}{3}$

Tuy nhiên ta có:  $y(-\sqrt{2}) = -(\sqrt{2} + 1) < 0 = y(1) < \frac{32}{27} = y\left(\frac{-1}{3}\right)$

Do đó giá trị nhỏ nhất không phải là giá trị cực trị. Bằng phương pháp loại trừ ta có thể khoanh ngay **C**. Nhưng ở đây chúng ta cứ tìm hiểu **C** xem sao?

$y = x^3 - 3x \Rightarrow y' = 3x^2 - 3x$   $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$   $y(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}; y(-1) = 2; y(1) = 2; y(\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$

Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 5:** Ta có :

$$y' = 60x^4 - 180x^3 + 120x^2$$

$y'' = 240x^3 - 540x^2 + 240x$  Do đó hàm số có một cực tiểu. Vậy đáp án đúng là **D**

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y'' = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y'' < 0 \\ x = 2 \Rightarrow y'' > 0 \end{cases}$$

**Câu 6:** Ta có:  $f'(x) = 2x - 1$ ,  $g'(x) = -\frac{3}{(x+2)^2}$ . Hai đường cong  $f(x)$  và  $g(x)$  tiếp xúc nhau:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = \frac{1-x}{x+2} \\ 2x-1 = -\frac{3}{(x+2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -1. \text{ Do đó hai đường cong tiếp xúc tại một điểm, vậy}$$

đáp án đúng là **A**

**Nhận xét:** Bài này cần nắm vững lý thuyết tiếp xúc của hai đồ thị.

**Câu 7:** Ta có:  $y' = 3x^2 + 2ax + b$ ,  $y'' = 6x + 2a$ . Để  $I(1;1)$  là điểm đối xứng của đồ thị hàm số

$$y = x^3 + ax^2 + bx + b \text{ thì: } \begin{cases} y''(1) = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 2a = 0 \\ 1 + a + 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 8:** Ta có:

+ Tiệm cận đứng  $x = \frac{1}{2}$  + Tiệm cận ngang  $y = 1$

+ Tâm đối xứng là giao điểm của hai tiệm cận nên có tâm đối xứng đồ thị là  $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . Vậy đáp án đúng

là **D**

**Câu 9:** + Khẳng định 1 đúng vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} y = 3$

+ Khẳng định 2 sai vì:  $y'(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{y(x) - y(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^4 + x^2 + 1) - 3}{x - 1} = 6$

$y'(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{y(x) - y(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^3 + 2x) - 3}{x - 1} = 5 \Rightarrow y'(1^+) \neq y'(1^-)$

+ Khẳng định 3 sai: vì  $y(\sqrt{2}) = 7 > 6$  nên giá trị lớn nhất sẽ phải lớn hơn 6



+ Khẳng định 4 đúng vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty$ ;

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Câu 10:** Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m}{3} \right\}$ ,  $y' = -\frac{m+6}{(3x-m)^2}$

+)  $m+6 < 0 \Leftrightarrow m < -6 \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D$ . Khi đó hàm số đồng biến trên từng khoảng  $\left(-\infty; \frac{m}{3}\right); \left(\frac{m}{3}; +\infty\right)$

+)  $m+6 > 0 \Leftrightarrow m > -6 \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D$ . Khi đó hàm nghịch biến trên từng khoảng  $\left(-\infty; \frac{m}{3}\right); \left(\frac{m}{3}; +\infty\right)$ .

Với  $m = -6$  thì hàm số đó là hàm hằng, do đó hàm số không đơn điệu trên  $D$  thì  $m = -6$ . Đáp án đúng là **B**

**Câu 11:**  $\log_3(x^2 - 7x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 3 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) = (x_1 x_2 - 1)^2 + (x_1 + x_2)^2 = (2 - 1)^2 + 7^2 = 50 \Rightarrow (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) = 50$$

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 12: Phân tích:** Ta có:  $\log_{1/2}(x^2 - 2x) > \log_2(-2x + 1) \Leftrightarrow -\log_2(x^2 - 2x) > \log_2(-2x + 1)$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x) + \log_2(-2x + 1) < 0 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x)(-2x + 1) < 0 \Leftrightarrow 0 < (x^2 - 2x)(-2x + 1) < 1$$

$$x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 - \sqrt{17}); 0\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 + \sqrt{17}); 2\right). \text{ Vậy đáp án đúng là C}$$

**Sai lầm thường gặp:** Giải bất phương trình sai có thể ra các đáp án còn lại.

**Câu 13:** Ta có:

$$673 = 760.e^{1000i} \Rightarrow i = -0.121573.10^{-3} \Rightarrow P(5000) = 760.e^{5000(-0.121574.10^{-3})} = 413,83 \text{ mmHg}$$

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 14:** Hàm số  $y = \sqrt{\log_x(x^2 + x + 1)}$  xác định:

$$\log_x(x^2 + x + 1) \geq 0 \begin{cases} (x^2 + x + 1 - 1)(x - 1) > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x + 1)(x - 1) > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1. \text{ Vậy đáp án đúng là D}$$

**Câu 15:** + Khẳng định 1 sai vì  $x$  phải dương + Khẳng định 2 đúng vì khi đó  $x_0 = a^m$

+ Khẳng định 3 đúng vì đây là những định nghĩa trong SGK về hàm logarit

+ Khẳng định 4 sai vì khi  $0 < a < 1$  nghịch biến còn  $a > 1$  đồng biến.

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 16:** Ta có:

$$y = \log_x(x + 2) = \frac{\ln(x + 2)}{\ln x} \Rightarrow y' = \frac{\frac{1}{x+2} \cdot \ln x - \ln(x + 2) \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2 x} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x + 2) \ln x} - \frac{\log_x(x + 2)}{x \ln x}$$

Vậy đáp án đúng là **B**

**Sai lầm thường gặp:** Có thể đánh đáp án **A** vì dùng cách tính đạo hàm của  $\log_a(f(x))$ . Cũng có thể đánh đáp án **C** vì dùng cách tính đạo hàm của  $\log_x A$

**Câu 17:**  $\log_{1-x}(x^3 - x^2 + x) = \sqrt{x^3 - x^2 + x - 1}$ . Tập xác định:

$$\begin{cases} x^3 - x^2 + x - 1 \geq 0 \\ 1 - x > 0 \\ 1 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x^2+1) > 0 \\ 0 \neq x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 0 \neq x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset. \text{ Vậy bài toán vô nghiệm. Đáp án A}$$

**Câu 18:** Cách đơn giản nhất ở đây là bấm máy tính nhưng phải có nghệ thuật nhé! Không thể bấm trực tiếp vì số quá to. Hãy lấu logarit rồi so sánh chúng nhé

$$\begin{cases} \ln(3^{4^5}) = 4^5 \ln 3 \approx 1124,979 \\ \ln(4^{5^3}) = 5^3 \ln 4 \approx 173,287 \Rightarrow 5^{4^3} < 4^{5^3} < 3^{4^5}. \text{ Vậy đáp án đúng là D.} \\ \ln(5^{4^3}) = 4^3 \ln 5 \approx 103,004 \end{cases}$$

**Câu 19:** Ta có:  $81^{x^3} = (\sqrt{27})^x \Leftrightarrow \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^x \Leftrightarrow 4^{4x^2} = 3^{\frac{3}{2}x} = \frac{3}{2}x \Leftrightarrow 4x^2 - \frac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{8} \end{cases}$

Vậy đáp án đúng là **B**

**Câu 20:** Ta có:

$$\begin{aligned} \log 2 + \log 5 = \log 10 = 1 &\Rightarrow \log 5 = 1 - a \Rightarrow \log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{1-a}{a} \\ \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 \sqrt[3]{25} - \log_2 \sqrt[3]{32} &\Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 \sqrt[3]{5^2} - \log_2 \sqrt[3]{2^5} \\ \Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 5^{\frac{2}{3}} - \log_2 2^{\frac{5}{3}} &= \frac{2}{3} \log_2 5 - \frac{5}{3} \Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1-a}{a} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3a} - \frac{7}{3} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là **D**

**Nhân xét:** Ý tưởng của bài toán là đưa về một biến! Các câu 21;22 có thể sử dụng máy tính để đưa ra kết quả nhanh.

**Câu 21:**  $\int_0^1 \frac{x^2+1}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{(x^2-1)+2}{x+1} dx = \int_0^1 \left(x-1 + \frac{2}{x+1}\right) dx = \frac{1}{2}(x^2-2x+4\ln|x+1|) \Big|_0^1 = \frac{-1}{2} + 2\ln 2$

Vậy đáp án đúng là **A**

**Câu 22:** Đặt  $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \Rightarrow I = \int_1^2 \frac{u}{u+1} du = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{u+1}\right) du \Rightarrow I = (u - \ln|u+1|) \Big|_1^2 = 1 - \ln \frac{3}{2}$

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 23:**

$$\begin{aligned} I &= \int f(x) dx = \int 2x \sin(3x+1) dx = 2 \int x \sin(3x+1) dx = 2 \left[ \left( -\frac{1}{3} x \cos(3x+1) + \frac{1}{3} \int \cos(3x+1) dx \right) \right] \\ &= 2 \left[ \left( -\frac{1}{3} x \cos(3x+1) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \sin(3x+1) \right) \right] + C = -\frac{2}{3} x \cos(3x+1) + \frac{2}{9} \sin(3x+1) + C \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là **A**

**Câu 24:** Xét phương trình giao điểm của hai đường cong ta được:

$$x^3 - 2x^2 + 12x - 1 = 4x^2 + x + 5 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Gọi diện tích hình phẳng cần tìm là  $S$ , thì:  $S = I_1 + I_2$ , trong đó:

$$\begin{cases} I_1 = \int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx \\ I_2 = \int_2^3 -(x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx \end{cases}$$

Mà ta có:

$$\int (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x + C. \text{ Thay số vào ta được } S = \frac{1}{2}. \text{ Đáp án là B}$$

**Sai lầm thường gặp:** Áp dụng sai công thức và sử dụng công thức tính thể tích

$$S = \pi \int_1^3 (|f^2(x) - g^2(x)|) dx \text{ có thể thu được đáp án C hoặc dùng công thức tính linh tinh}$$

$$S = \pi \int_1^3 (f(x) - g(x))^2 dx \text{ có thể thu được đáp án A.}$$

**Câu 25:** Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục  $Ox$  là:  $V = \pi \int_0^1 (x^3 - 3x + 1)^2 dx$  ta thu được kết quả:

$$V = \pi \left( \frac{x^7}{7} - \frac{6x^5}{5} + \frac{x^4}{2} + 3x^3 - 3x^2 + x \right) \Big|_0^1 \text{ Thay cận ta được: } V = \frac{31}{70} \pi. \text{ Vậy đáp án đúng là B.}$$

**Câu 26:** + Khẳng định 1 sai, ví dụ ta lấy luôn:  $f(x) = -1, a = 1, b = 0 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = -1 < 0$

+ Khẳng định 2 đúng vì:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = \int_a^0 f(-x) d(-x) + \int_0^a f(x) dx = \int_a^0 -f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

+ Khẳng định 3 đúng vì:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = \int_a^0 f(-x) d(-x) + \int_0^a f(x) dx = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = 0$$

+ Khẳng định 4 sai vì ta chỉ có:  $F'(x) = f(x); \int f(x) dx = F(x) + C$

Vậy đáp án đúng là **D**.

**Câu 27:**

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos 2x}} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \frac{1}{1 + e^{\cos u}} du \quad (u = 2x) \quad I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos u}} du + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos(v-\pi/2)}} dv$$

$$\left( v = u - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos u}} du + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{-\cos v}} dv \quad I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos x}} dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{-\cos x}} dx$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos x}} dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}} dx \quad I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} 1 dx = \frac{\pi}{4}. \text{ Vậy đáp án đúng là D}$$

**Câu 28:** Đặt  $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

$$(1 + 3i)(z + 1) + (2 - 3i)(\bar{z} - 2) = 0 \Leftrightarrow (1 + 3i)(a + bi + 1) + (2 - 3i)(a - bi - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a + 1 - 3b) + (3a + 3 + b)i + (2a - 4 - 3b) + (-3a + 6 - 2b)i = 0$$

$$\Leftrightarrow (3a - 6b - 3) + (9 - b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 6b - 3 = 0 \\ 9 - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 19 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow z = 19 + 9i \Rightarrow \text{Re}(z) = 19$$

Vậy đáp án là **D**.

**Câu 29:** 
$$\begin{cases} (1+3i)z_1 + (3+i)z_2 = 4-7i \\ (4-i)z_1 + (2+i)z_2 = 3+2i \end{cases} \Rightarrow (5+2i)z_1 + (5+2i)z_2 = (4-7i) + (3+2i)$$

$$\Rightarrow (5+2i)(z_1+z_2) = 7-5i \Rightarrow |z_1+z_2| = \frac{|7-5i|}{|5+2i|} = \frac{|7-5i|}{\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{74}}{\sqrt{29}} = \sqrt{\frac{74}{29}}.$$
 Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 30:**  $z^2 + (1+2i)z + (3-2i) = 0$ . Thực ra định lý Viète vẫn trong trường số phức nên ta có:

$$\begin{cases} z_1+z_2 = -(1+2i) \\ z_1z_2 = 3-2i \end{cases} \Rightarrow \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right| = \left| \frac{z_1+z_2}{z_1z_2} \right| = \frac{|z_1+z_2|}{|z_1z_2|} \Rightarrow \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right| = \frac{|-(1+2i)|}{|3-2i|} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{5}{13}}$$

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 31:** Ta có:  $|z_1| = |z_2| \Rightarrow \bar{z} = \frac{\overline{z_1+z_2}}{1+z_1z_2} = \frac{\overline{z_1+z_2}}{1+z_1z_2} = \frac{\frac{|z_1|}{z_1} + \frac{|z_2|}{z_2}}{1 + \frac{|z_1z_2|}{z_1z_2}} = \frac{1 + \frac{1}{z_1z_2}}{1 + \frac{1}{z_1z_2}} \Rightarrow \bar{z} = \frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2} = z$

Do đó  $z$  là số thực. Do đó khẳng định 2 đúng, 3 sai. Khẳng định 1 sai vì ví dụ:

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i; z_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}i \Rightarrow \frac{\left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)i}{1 + \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)i \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}i \right)} \Rightarrow \sqrt{\frac{\left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)^2}{\left( 1 + \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \right)^2}} \approx 1,546$$

Vậy đáp án đúng là **B**

**Câu 32:** Ta giả sử  $w = x + yi$  là căn bậc hai của số phức  $z = a + 2i$ . Khi đó ta có:

$$w^2 = z \Leftrightarrow (x + yi)^2 = a + 2i \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = a + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ xy = 1 \end{cases}$$

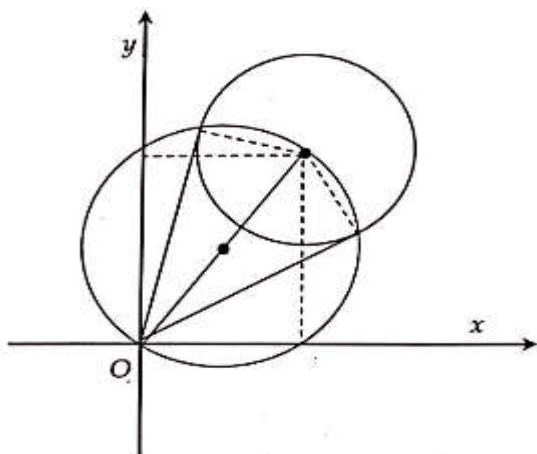
Do đó biểu diễn số phức  $w$  là một Hypecbol có phương trình  $y = \frac{1}{x}$ . Đáp án đúng là **D**

**Câu 33:** Ta có:  $z = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{1-i^2} = \frac{1-2i+i^2}{1-i^2}$

$$z = \frac{1-2i+(-1)}{1-(-1)} = -i \Rightarrow z^{2017} = (-1)^{2017} = \left( \left( (-i)^2 \right)^2 \right)^{504} \cdot (-i) = -i$$
 Đáp án đúng là **D**

**Sai lầm thường gặp:** Không biết rút gọn  $(-i)^{2017}$

**Câu 34: Phân tích:** Phương trình đường tròn  $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$  có tâm  $I(3;4)$  và bán kính  $R = 2$ . Tiếp điểm kẻ từ  $O(0;0)$  tới đường tròn  $(C)$  được xác định là giao điểm của đường tròn  $(C)$  và đường tròn có đường kính  $OI$  (như hình vẽ).



Trung điểm  $OI$  là:  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ . Phương trình đường tròn đường kính  $OI$  là:  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$

Do đó tọa độ các tiếp điểm là:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4 \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{63-8\sqrt{21}}{25}; y = \frac{84+6\sqrt{21}}{25} \\ x = \frac{63+8\sqrt{21}}{25}; y = \frac{84-6\sqrt{21}}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |z| = \sqrt{\left(\frac{63-8\sqrt{21}}{25}\right)^2 + \left(\frac{81+6\sqrt{21}}{25}\right)^2} = \sqrt{\frac{13125}{625}} \\ |z| = \sqrt{\left(\frac{63+8\sqrt{21}}{25}\right)^2 + \left(\frac{81+6\sqrt{21}}{25}\right)^2} = \sqrt{\frac{13125}{625}} \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{21} . \text{ Vậy đáp án đúng là A.}$$

**Câu 35:** Phương trình đường thẳng cần tìm là:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ . Đáp án đúng là C.

**Câu 36:** Giả sử phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là:  $ax + by + cz + d = 0$ . Khi đó ta có:

$$\begin{cases} a.1 + b.2 + c.3 + d = 0 \\ a.0 + b(-1) + c.1 + d = 0 \\ a.1 + b.2 + c.0 + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b + 3c = -d \\ -b + c = -d \\ a + 2d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = d \\ a = -3d \end{cases} \xrightarrow{d=-1} \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (ABC): 3x - y - 1 = 0$$

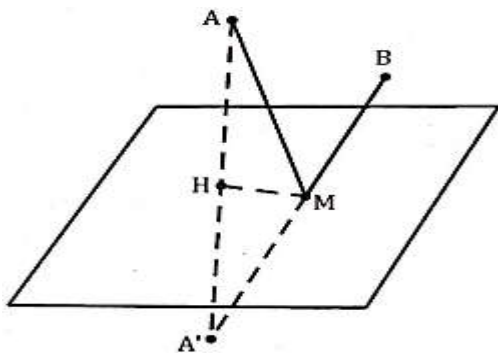
Vậy đáp án đúng là A.

**Câu 37: Phân tích:** Ta thấy:  $(2x_A + 3y_A + 4z_A - 9)(2x_B + 3y_B + 4z_B - 9) = 88 > 0$ . Do đó  $A; B$  nằm cùng nửa không gian với mặt phân cách là mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó ta có:  $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$

Dấu “=” xảy ra khi  $M$  là giao điểm của  $A'B$ . Công việc còn lại là tính toán:

+ Phương trình đường thẳng  $AA'$  là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

+  $H$  thuộc  $AA'$  nên:  $H(2t+1; 3t+2; 4t+3)$



+  $H$  thuộc  $(P)$  nên:  $2(2t+1) + 3(3t+2) + 4(4t+3) = 9 \Leftrightarrow t = \frac{-11}{29} \Rightarrow H\left(\frac{7}{29}; \frac{25}{29}; \frac{43}{29}\right)$

+ Tọa độ  $A'$  là:

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -\frac{15}{29} \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -\frac{8}{29} \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -\frac{1}{29} \end{cases} \Rightarrow A'\left(-\frac{15}{29}; -\frac{8}{29}; -\frac{1}{29}\right)$$

+ Phương trình đường thẳng  $A'B$  là:  $\frac{x-2}{-\frac{15}{29}-2} = \frac{y-3}{-\frac{8}{29}-3} = \frac{z-1}{-\frac{1}{29}-1} \Leftrightarrow \frac{x-2}{73} = \frac{y-3}{95} = \frac{z-1}{30}$

+ Tọa độ  $M$  cần tìm:  $\begin{cases} \frac{x-2}{73} = \frac{y-3}{95} = \frac{z-1}{30} = \frac{-8}{551} \\ 2x+3y+4z=9 \end{cases} \Leftrightarrow M\left(\frac{518}{551}; \frac{47}{29}; \frac{311}{551}\right)$ . Vậy đáp án đúng là C.

**Câu 38:** Ta có:  $M(1; 0; -1) \in (d): \overline{AM} = (0; -2; 4); \overline{u_d} = (2; 3; 1)$ . Véc tơ pháp tuyến của  $(P)$  là:

$$n = [\overline{AM}; \overline{u_d}] = (10; -8; 4) \Rightarrow (P): 10(x-1) - 8(y-2) + 4(z-3) = 0 \Leftrightarrow (P): 5x - 4y + 2z = 3 = 0$$

Vậy đáp án đúng là A.

**Câu 39:** Ta có:

$$\overline{AB} = (-1; -3; -2); \overline{AC} = (0; 0; -3) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} [\overline{AB}; \overline{AC}] = \frac{1}{2} |(9; -3; 0)| = \frac{3\sqrt{10}}{2} (dvdv)$$

Vậy đáp án đúng là D.

**Câu 40:**  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y - 4z = 1$

$$(S): (x-1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z-2)^2 = \frac{33}{4} \Rightarrow I: \left(1; \frac{3}{2}; 2\right); R = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

Khoảng cách từ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  đến mặt phẳng là:

$$d_{I/(P)} = \frac{\left|1 + 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot 2 - 6\right|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{4}{\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{14}}{7} < \frac{\sqrt{33}}{2} = R. \text{ Do đó } (P) \text{ và } (S) \text{ cắt nhau theo một đường tròn.}$$

Vậy đáp án đúng là D.

**Câu 41:**  $A(1; 2; 3); B(0; 0; 1); C(0; 1; 0)$ .  $\overline{OA} = (1; 2; 3); \overline{OB} = (0; 0; 1); \overline{OC} = (0; 1; 0)$

$$\Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6} |[\overline{OB}; \overline{OC}] \cdot \overline{OA}| = \frac{1}{6} |(-1; 0; 0) \cdot (1; 2; 3)| = \frac{1}{6}. \text{ Vậy đáp án đúng là D.}$$

**Câu 42:** Gọi tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  là  $I(a; b; c)$ . Khi đó  $IA = IB = IC = ID$   
 $A(0; 1; 2); B(1; 0; 1); C(-1; -1; 0); D(1; 2; 0)$

$$\begin{cases} a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \\ (a+1)^2 + (b+1)^2 + c^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b-c = \frac{-3}{2} \\ 2b-c = \frac{3}{2} \\ 2a+b+c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{2} \\ b = \frac{1}{6} \\ c = \frac{-7}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{-7}{6}\right)$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Câu 43:** + Mặt phẳng  $(ABC)$  là:  $ax + by + cz + d = 0$  thì ta có:  $A(0; 1; 2); B(1; 0; 1); C(-1; -1; 0); D(1; 2; 3)$

$$\begin{cases} 0.a + 1.b + 2.c + d = 0 \\ 1.a + 0.b + 1.c + d = 0 \\ (-1)a + (-1)b + 0.c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + 2c = -d \\ a + c = -d \\ a + b = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ c = -d \\ b = d \end{cases} \xrightarrow{d=1} \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow (ABC): y - z + 1 = 0$$

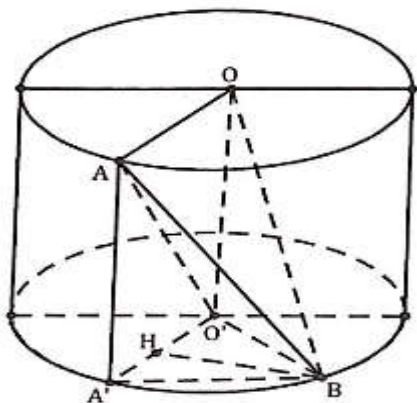
+ Mặt cầu tâm  $D$  tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$  khi và chỉ khi bán kính của nó bằng với khoảng cách

$$\text{từ } D \text{ tới mặt phẳng } (ABC): R = d_{D/(ABC)} = \frac{|2 - (-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 3\sqrt{2}$$

+ Phương trình mặt cầu cần tìm là:  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 18$ . Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 44:** Đáp án đúng là **D**. Giải thích: Đa diện lồi đều có số mặt nhiều nhất là đa diện 20 mặt và nó có 30 cạnh.

**Câu 45:**



Kẻ  $AA' \perp OO'$ ;  $BH \perp O'A'$ . Khi đó ta có:  $BH \perp (AOO'A') \Rightarrow BH = d_{B/(AOO')}$

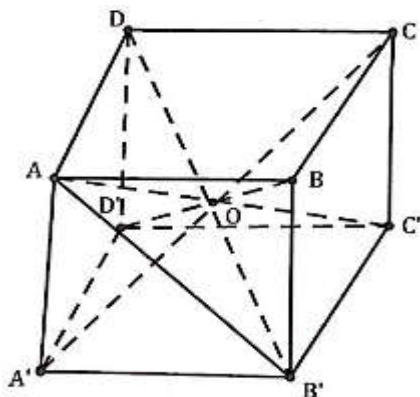
$$AA' \perp BA' \Rightarrow BA' = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{3} \Rightarrow S_{OA'B} = \frac{1}{2} d_{O/A'B'} \cdot A'B = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{OA'B} = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} BH \cdot OA' = \frac{1}{2} BH$$

$$\Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d_{B/(AOO')} = BH = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad OO' \perp AO \Rightarrow S_{AOO'} = \frac{1}{2} OA \cdot OO' = \frac{1}{2}$$

Thể tích khối chóp  $OO'AB$  là:  $V = \frac{1}{3} \cdot d_{B/(AOO')} \cdot S_{AOO'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ . Vậy đáp án đúng là **A**.

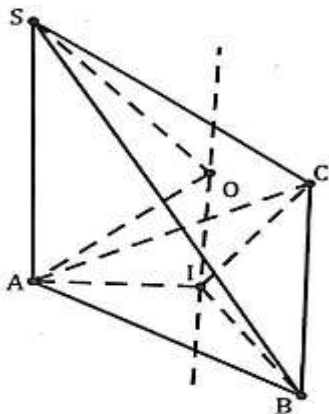
**Câu 46:**



Để thấy có 6 mặt mà mỗi mặt bằng hai hình ghép lại nên:  $V_{AA'B'O} = \frac{1}{12} V_{ABCD A'B'C'D} = \frac{1}{12} \cdot (1)^3 = \frac{1}{12}$

Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 47:**



Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khi đó, tâm  $O$  là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $SABC$  sẽ nằm trên đường thẳng đi qua  $I$  và vuông góc với  $(ABC)$ . Ta đặt  $OI = x$ . Khi đó ta có :

$$IA = IB = IC = \frac{2}{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} a \Rightarrow OA = OB = OC,$$

$$OA = OS \Leftrightarrow \sqrt{IA^2 + IO^2} = \sqrt{IA^2 + (SA - IO)^2} \Leftrightarrow IO = |SA - IO| \Leftrightarrow x = |2a - x| \Leftrightarrow x = a \Rightarrow IO = a$$

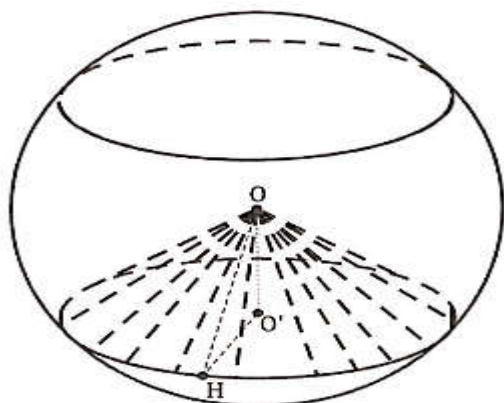
$$\Rightarrow R = \sqrt{IA^2 + IO^2} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} a\right)^2 + a^2} = a\sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{28\sqrt{21}}{27} \pi a^3. \text{ Vậy đáp án đúng là } \mathbf{C}.$$

**Câu 48:** Diện tích toàn phần bằng diện tích bốn tam giác đều bằng nhau và bằng:

$$S_p = 4S = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \sin 60^\circ = a^2 \sqrt{3}. \text{ Vậy đáp án đúng là } \mathbf{B}.$$

**Câu 49:**





$R = 2; r = 1 \Rightarrow OO' = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{3} \Rightarrow V_{\text{hình nón}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot OO' = \frac{\pi \sqrt{3}}{3}$ . Vậy đáp án đúng là **B**.

**Câu 50: Phân tích:** Đây là hình nón bị khoét bởi một hình trụ. Ta có:

+ Thể tích hình nón là:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot MA^2 \cdot SM = \frac{1}{3} \pi \left( \frac{AB}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{SA^2 - \left( \frac{AB}{2} \right)^2} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi \left( \frac{60}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{50^2 - \left( \frac{60}{2} \right)^2} = 12000\pi (\text{mm}^3)$$

$$\Rightarrow V_1 = 12\pi (\text{cm}^3)$$

+ Thể tích khối lăng trụ là:

$$V_2 = \pi \cdot MX^2 \cdot XT = \pi \left( \frac{XY}{2} \right)^2 \cdot YZ \Rightarrow V_2 = \pi \cdot \left( \frac{20}{2} \right)^2 \cdot 15 = 1500\pi (\text{mm}^3) \Rightarrow V_2 = \frac{3}{2} \pi (\text{cm}^3)$$

+ Thể tích của vật thể là:  $V = V_1 - V_2 = \frac{21}{2} \pi (\text{cm}^3)$ . Vậy đáp án đúng là **D**.