ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 – Đề 14

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+40$ trên đoạn $\left[-5;5\right]$ lần lượt là

A. $45;-115$ **B.** $13;-115$ **C.** $45;13$ **D.** $115;45$

Câu 2: Với $0<a<b<\dfrac{\pi}{2}$ ta có

A. $\dfrac{\sin a}{a}<\dfrac{\sin b}{b}$ **B.** $\dfrac{\sin a}{a}\le\dfrac{\sin b}{b}$ **C.** $\dfrac{\sin a}{a}>\dfrac{\sin b}{b}$ **D.** $\dfrac{\sin a}{a}=\dfrac{\sin b}{b}$

Câu 3: Cho hàm số $y=x^4+2x^2-1024$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Đồ thị hàm số qua $A(0;-1024)$

B. Hàm số có 1 cực tiểu

C. $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty;\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

D. Đồ thị có 2 điểm có hoành độ thỏa mãn $y''=0$.

Câu 4: Tìm GTLN của hàm số $y=x+\sqrt{5-x^2}$ trên $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$?

A. 5 **B.** $\sqrt{10}$ **C.** 6 **D.** Đáp án khác

Câu 5: Phương trình $x^3-3x=m^2+m$ có 3 nghiệm phân biệt khi

A. $-2<m<1$ **B.** $-1<m<2$ **C.** $-1<m<2$ **D.** $m>-21$

Câu 6: Phương trình tiếp tuyến của đường cong (C) $y=x^3-2x$ tại điểm có hoành độ $x=-1$ là

A. $y=-x-2$ **B.** $y=x+2$ **C.** $y=-x+2$ **D.** $y=x-2$

Câu 7: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ khi giá trị của m là

A. $m\ge12$ **B.** $m\ge0$ **C.** $m\ge0$ **D.** $m\le0$

Câu 8: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định?

A. $y=x^3-3x^2-6$ **B.** $y=x^4-3x^2-1$ **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ **D.** $y=\dfrac{x^2+3x+5}{x-1}$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

B. Điểm A có tọa độ $A(1; f(1) - 1)$ không thuộc đồ thị hàm số.

C. Nếu tập $D = R$ và hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên R thì đồ thị của hàm số $y = f(x)$ phải là một đường liền nét

D. Hàm số $f(x)$ là hàm số liên tục trên R và khoảng đồng biến của nó là $[0;1] \cup [3;5]$ thì hàm số phải nghịch biến trên $[1;3]$.

Câu 10: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 5$ mà hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$?

A. $(0;5)$ **B.** $(1;3)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(0;0)$

Câu 11: Logarit cơ số 3 của số nào bằng $\frac{-1}{3}$

A. $\sqrt[3]{3}$ **B.** $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ **C.** $\frac{1}{27}$ **D.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

Câu 12: Đạo hàm $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ là

A. xe^x **B.** x^2e^x **C.** $(x^2 - 4x)e^x$ **D.** $(2x - 2)e^x$

Câu 13: Hàm số $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) + \sqrt{1 + x^2}$. Mệnh đề nào sai:

A. Hàm số có đạo hàm $y' = \frac{1 + x}{\sqrt{1 + x^2}}$

B. Hàm số tăng trên khoảng $(-1; +\infty)$

C. Tập xác định của hàm số là $D = R$

D. Hàm số giảm trên khoảng $(-1; +\infty)$

Câu 14: Hàm số $y = x^2e^x$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 2)$ **B.** $(-2; 0)$ **C.** $(1; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 1)$

Câu 15: Phương trình $9^x - 3.3^x + 2 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2 (x_1 < x_2)$. Giá trị $= 2x_1 + 3x_2$ là

A. $4\log_3 2$ **B.** 1 **C.** $3\log_3 2$ **D.** Đáp án khác

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \ln(x^2 - 4)$ là

A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ **B.** $(2; +\infty)$ **C.** $(-2; 2)$ **D.** $(-2; +\infty)$

Câu 17: Phương trình $\log_2(3x-2)=3$ có nghiệm

A. $\frac{10}{3}$ **B.** $\frac{16}{3}$ **C.** $\frac{8}{3}$ **D.** $\frac{11}{3}$

Câu 18: Số nghiệm của phương trình $2^{2+x}-2^{2-x}=15$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Câu 19: Gọi $x_1;x_2$ là 2 nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9}=343$. Tổng x_1+x_2 là

A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 20: Tìm logarit của $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ theo cơ số 3

A. $-\frac{3}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $-\frac{2}{3}$

Câu 21: Nguyên hàm của hàm số $\frac{1}{(2x-1)^2}$ là

A. $\frac{1}{(2-4x)}+C$ **B.** $\frac{-1}{(2x-1)^3}+C$ **C.** $\frac{1}{(4x-2)}+C$ **D.** $\frac{-1}{(2x-1)}+C$

Câu 22: Tính $I=\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$ được kết quả

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 23: Đổi biến $x=2\sin t$ tích phân $I=\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành

A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$ **B.** $\int_0^{\frac{\pi}{6}} tdt$ **C.** $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t}dt$ **D.** $\int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$

Câu 24: Cho $I=\int_1^2 x(1-x)^5dx$ và $n=x-1$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau

A. $I=\int_2^1 x(1-x)^5dx$ **B.** $I=\frac{13}{42}$ **C.** $I=\left.\left(\frac{n^6}{6}+\frac{n^5}{5}\right)\right|_0^1$ **D.** $I=\int_0^1 (n+1)n^5dn$

Câu 25: Kết quả của $I=\int_0^2 \frac{5x+7}{x^2+3x+2}$ là

A. $2\ln 2+3\ln 3$ **B.** $2\ln 3+3\ln 2$ **C.** $2\ln 2+\ln 3$ **D.** $2\ln 3+2\ln 4$

Câu 26: Cho (P) $y=x^2+1$ và (d) $y=mx+2$. Tìm m để diện tích hình phẳng giới hạn (P) và (d) đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** 1 **D.** 0

Câu 27: Cho $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A. $f(x)=3x+5\cos x+2$ **B.** $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3\pi}{2}$

C. $f(x)=3\pi$ **D.** $f(x)=3x-5\cos x$

Câu 28: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z=|z|^2+\overline{z}$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 29: Modun của số phức $z=5+2i-(1+i)^2$ bằng

A. 7 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 2

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=3+i$ và $z_2=2-i$. Giá trị của biểu thức $|z_1+z_1z_2|$ là

A. 0 **B.** 10 **C.** -10 **D.** 100

Câu 31: Mô đun của số phức z thỏa mãn phương trình $(2z-1)(1+i)+(\overline{z}+1)(1-i)=2-2i$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 32: Gọi $z_1;z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4z+7=0$. Tính $|z_1|^2+|z_2|^2$?

A. 10 **B.** 7 **C.** 14 **D.** 21

Câu 33: cho số phức z thỏa mãn $\frac{\overline{z}}{z+i}=z-i$. Modun của số phức $\varpi=z+1+z^2$ là

A. 4 **B.** 9 **C.** 1 **D.** $\sqrt{13}$

Câu 34: Số số phức z thỏa mãn đồng thời 2 điều kiện $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo là

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 35: Phần ảo của số phức z thỏa mãn $z=\left(\sqrt{2}+i\right)^2\left(1-\sqrt{2}i\right)$ là

A. $-\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** 2 **D.** -2

Câu 36: Trong hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm $A(2;1;4)$, $B(-2;2;-6)$, $C(6;0;-1)$. Tích $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ bằng

A. -67 **B.** 84 **C.** 67 **D.** -84

Câu 37: Trong hệ tọa độ Oxyz cho hình bình hành OADB có $\overrightarrow{OA}=(-1;1;0)$ và $\overrightarrow{OB}=(1;1;0)$ (O là gốc tọa độ). Tọa độ tâm hình bình hành OADB là

A. $(0;1;0)$ **B.** $(1;0;0)$ **C.** $(1;0;1)$ **D.** $(1;1;0)$

Câu 38: Trong hệ tọa độ Oxyz cho 3 điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$, $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y-4z+2=0$ **B.** $4x+6y-8z+2=0$

C. $2x+3y-4z-2=0$ **D.** $2x-3y-4z+1=0$

Câu 39: Trong hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng (α) đi qua $M(0;0;-1)$ và song song với giá của 2 vecto $\vec{a}=(1;-2;3),\vec{b}=(3;0;5)$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $5x-2y-3z-21=0$ **B.** $-5x+2y+3z+3=0$

C. $10x-4y-6z+21=0$ **D.** $5x-2y-3z+21=0$

Câu 40: Trong không gian Oxyz có ba vecto $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$, $\vec{c}=(1;1;1)$.Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $|\vec{a}|=\sqrt{2}$ **B.** $|\vec{c}|=\sqrt{3}$ **C.** $\vec{a}\perp\vec{b}$ **D.** $\vec{b}\perp\vec{c}$

Câu 41*: Một nhà văn viết ra một tác phẩm viễn tưởng về người tí hon. Tại một ngôi làng có ba người tí hon sống ở một vùng đất phẳng. Ba người phải chọn ra vị trí để đào giếng nước sao cho tổng quãng đường đi là ngắn nhất. Biết ba người nằm ở ba vị trí tạo thành tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 3 km và 4 km và vị trí đào giếng nằm trên mặt phẳng đó. Hỏi tổng quãng đường ngắn nhất là bao nhiêu?(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $7km$ **B.** $6,5km$ **C.** $6,77km$ **D.** $6,34km$

Câu 42: Cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x-2y-2x+3=0$. Bán kính mặt cầu (S) là

A. 2 **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{2}{9}$

Câu 43: Cho lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C'. Cạnh $a=6$. Biết diện tích tam giác A'BA bằng 9. Thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ **B.** $9\sqrt{3}$ **C.** $6\sqrt{3}$ **D.** $27\sqrt{3}$

Câu 44: Đáy của hình chóp S.ABCD là hình vuông cạnh 2a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là 4a. Tính thể tích khối tứ diện SBCD bằng

A. $\frac{16a^3}{6}$ **B.** $\frac{16a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3}{4}$ **D.** $2a^3$

Câu 45: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = 2A.SA \perp (ABC)$ và cạnh bên SB hợp với mặt phẳng (SAC) một góc 30^0. Tính thể tích hình chóp SABC theo a?

A. $\frac{a^3}{12}$ **B.** $\frac{3a^3}{8}$ **C.** $\frac{4a^3}{3}$ **D.** $2a^3$

Câu 46: Cho hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC = 3a$ và lần lượt vuông góc với nhau. Tỉ số $\frac{V_{SABC}}{a^3}$ bằng

A. 2 **B.** 3 **C.** $\frac{9}{2}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Câu 47: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều và $SA \perp (ABC).SC = a\sqrt{3}$ và SC hợp với đáy một góc 30^0. Tính thể tích khối chóp S.ABC

A. $V = \frac{a^3}{12}$ **B.** $V = \frac{9a^3}{32}$ **C.** $V = \frac{a^3}{6}$ **D.** $V = \frac{3a^3}{4}$

Câu 48: Cho hình chó S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại A, mặt bên (SBC) là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\frac{a^3}{12}$

Câu 49: Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là vuông canh 2a, mặt bên (SAB) vuông góc với đáy $SA = a, SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD?

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{5}$ **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$

Câu 50: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $BD = 2a$, mặt bên SAC là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp S.ABCD là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Đáp án

1-A	6-B	11-B	16-A	21-A	26-D	31-A	36-D	41-C	46-C
2-C	7-A	12-B	17-A	22-B	27-C	32-C	37-A	42-A	47-B
3-C	8-B	13-D	18-C	23-A	28-A	33-C	38-C	43-B	48-C
4-B	9-9	14-A	19-A	24-C	29-C	34-D	39-B	44-B	49-A
5-A	10-A	15-C	20-A	25-B	30-B	35-A	40-D	45-C	50-C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Với bài toán này, ta xét tất cả giá trị $f(x)$ tại các điểm cực trị và điểm biên.

Đầu tiên ta tìm điểm cực trị:

$$y'=3x^2-6x-9$$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Xét

$$f(-1)=45$$

$$f(3)=13$$

$$f(5)=45$$

$$f(-5)=-115$$

Vậy ta có thể thấy GTLN và GTNN là 45 và -115

Đáp án A

Câu 2: Đáp án C

Phân tích:

Hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$ xét trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ có: $f'(x)=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}=\dfrac{h(x).\cos x}{x^2}$

$$h(x)=x-\tan x$$

$$h'(x)=1-\frac{1}{\cos^2 x}<0$$

$$\Rightarrow h(x)<h(0)=0 \Rightarrow f'(x)<0$$

Do đó, $f(x)$ là hàm nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

Vậy đáp số là C

Câu 3: Đáp án C

Với bài này, ta không nhất thiết phải xét cả 4 đáp án, Chỉ cần nhớ một chút tính chất của hàm bậc 4 là ta có thể có được đáp án nhanh chóng.

Tính chất đó là:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty;\ \lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$$

Trong khi đó, ta dễ dàng nhìn ra được đáp án C có chi tiết không đúng là $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ (tính chất chỉ xuất hiện với hàm số hàm lẻ)

Vậy đáp án là C

Câu 4: Đáp án B

Bài toán này ta có thể giải với 2 cách:

Cách 1: Cách kinh điển, cơ bản của hàm số $y=x+\sqrt{5-x^2}$

Ta xét trên miền xác định của hàm số $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$

Ta có $y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{5-x^2}}$

$$y'=0\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{5-x^2}}=1$$

$$\Leftrightarrow x=\sqrt{5-x^2}\Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2=\dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{5}{2}}$$

Xét $y(-\sqrt{5})\approx -2,2, y(\sqrt{\dfrac{5}{2}})=\sqrt{10\approx 3,2}, y(\sqrt{5})\approx 2,2$

Vậy GTLN của hàm số là $\sqrt{10}$

***Cách 2**:* Cách này tương đối nhanh nhưng nó không có một cách làm chung cho tất cả bài toán.

Áp dụng BĐT Bunhiacopski cho 2 số ta có:

$$(x+\sqrt{5-x^2})^2\le(1^1+1^1)(x^2+5-x^2)\Leftrightarrow(x+\sqrt{5-x^2})^2\le 10\Leftrightarrow(x+\sqrt{5-x^2})\le\sqrt{10}$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=\sqrt{\frac{5}{2}}$

Câu 5: Đáp án A

<u>Phân tích bài toán:</u> Ta thấy số nghiệm của phương trình cũng chính là số giao điểm của 2 đồ thị $y=x^3-3x$ và $y=m^2+m$

Xét đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ có: $y'=3x^2-3$

Dễ thấy $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt. Vì thế đồ thị cũng có 2 điểm cực trị là $(-1;2)$ và $(1;-2)$

Vậy muốn có 3 nghiệm phân biệt thì đồ thị $y=m^2+m$ phải cắt đồ thị $y=x^3-3x$ tại 3 điểm phân biệt.

Như vậy có nghĩa là m^2+m phải nằm trong khoảng từ -2 đến 2

$$\Leftrightarrow -2<m^2+m<2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-2<0 \\ m^2+m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<1 \Leftrightarrow m\in(-2;1)$$

Vậy đáp án là A

Câu 6: Đáp án B

Ta nhắc lại một chút về kiến thức về tiếp tuyến của (C) tại một điểm $A(x_o;y_o)$

Phương trình tiếp tuyến tại A là: $y=f'(x)(x-x_o)+y_o$

Áp dụng với bài toán này, ta có $y'=3x^2-2.y'(-1)=1, y(-1)=1$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y=(x+1)+1=x+2$

Đáp án là B

Câu 7: Đáp án A

Để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ thì: $y'\ge 0\forall x>0$

Ta có $y'=3x^2-12x+m$

Ta thấy rằng đồ thị của y' là một parabol có đáy là một cực tiểu. Để $y'\ge 0\forall x>0$ điểm cực tiểu này phải có tung độ lớn hơn 0.

Ta có $y''=6x-12$

$y''=0$ khi $x=2$. Khi đó $y'(2)=-12+m$

Để $y'\ge 0\forall x>0$ thì $m\ge 12$

Đáp án là A

Câu 8: Đáp án B

Ta không nên đi xét tất cả 4 đáp án đối với bài toán này.

Ta thấy ngay: $\lim_{x\to-\infty}\left(x^3-3x^2-6\right)=-\infty$ nên hàm số không có GTNN

Tương tự, ta có: $\lim_{x\to-1}\frac{2x+1}{x-1}=-\infty$ nên hàm số cũng không có giá trị nhỏ nhất

$\lim_{x\to1}\frac{x^2+3x+5}{x-1}=-\infty$ nên hàm số cũng không có GTNN

Lời khuyên là các bạn áp dụng cách xét lim này trước khi xét đến $f'(x)$ để tránh mất thời gian và đôi khi còn dễ gây sai lầm.

Đáp án B

Câu 9: Đáp án D

Các khẳng định **A, B, C** đều đúng. Tại sao khẳng định **D** sai? Lý do, ta hoàn toàn có thể cho đoạn $\left[1;3\right]$ của hàm số là hằng số nên hiển nhiên nó cũng không đồng biến và nghịch biến trên đoạn đó!

Đáp án là D

Câu 10: Đáp án A

Nhắc lại một chút về lý thuyết

Điểm uốn của đồ thị là điểm mà đạo hàm cấp hai đổi dấu, tức là ta phải xét đạo hàm của $f'(x)$

Xét: $y'=3x^2-3$

Ta có: $(y')'=y''=6x$

$y''=0$ khi $x=0$. Và $y(0)=5$

Ta có điểm thỏa mãn của đồ thị là $\left(0;5\right)$

Đáp án là A

Câu 11: Đáp án B

Ta có công thức sau: $\log_a b=c$ thì $b=a^c$

Áp dụng vào bài này ta sẽ được $3^{\frac{-1}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

Đáp án là B

Câu 12:

Cần lưu ý về 2 công thức sau:

- Đạo hàm phép nhân: $(uv)'=u'v+uv'$

- Đạo hàm của e^x là e^x

Áp dụng, ta có: $\left[\left(x^2-2x+2\right)e^x\right]'=(2x-2)e^x+\left(x^2-2x+2\right)e^x=x^2e^x$

Đáp án là B

Câu 13:

Ta thấy rằng: $\begin{cases} x+\sqrt{1+x^2}>0 \\ 1+x^2>0 \end{cases} \forall x \Rightarrow D=R$ nên C đúng.

Ta xét đến y': $y'=\dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}=\dfrac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$ nên A đúng

$y'\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -1$ nên hàm số đồng biến trên $\left(-1;+\infty\right)$ nên B đúng

Vậy đáp án là D vì hàm số tăng trên $\left(-1;+\infty\right)$ chứ không phải là giảm

Câu 14:

Để hàm số đồng biến trên khoảng xét thì $y'\ge 0$ trên khoảng xét đó

Ta có: $y'=\left(x^2e^x\right)'=x^2e^x+2xe^x=x(x+2)e^x$

$y'\ge 0 \Leftrightarrow x(x+2)\ge o \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge o \\ x\le -2 \end{array}\right.$

Trong 4 đáp án thì khoảng $\left(-\infty;-2\right)$ là đáp án đúng.

Đáp án A

Câu 15:

Nhận thấy: $9^x=\left(3^x\right)^2$

Đặt $3^x=t(t>0)$. Ta có phương trình: $9^x-3.3^x+2=0$ trở thành phương trình bậc hai sau:

$t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$

Trở lại phép đặt ta được: $\left[\begin{array}{l} x_1=\log_3 1=0 \\ x_2=\log_3 2 \end{array}\right. (do x_1<x_2)$

Vậy $A=3\log_3 2$. **Đáp án là C**

Câu 16:

Điều kiện để tồn tại hàm số $y=\ln(x^2-4)$ là:

$$x^2-4>0 \Leftrightarrow x^2>4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$$

Câu 17:

Ta có: $\log_2(3x-2)=3$

$$D=\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$$

$$\Leftrightarrow 3x-2=2^3 \Leftrightarrow 3x=10 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$$

Vậy đáp án là A

Lưu ý: Với những bài toán như thế này, chúng ta không nhất thiết phải giải như thế này. Thay vào đó, các bạn có thể sử dụng công cụ máy tính thay trực tiếp 4 đáp án vào biểu thức.

Câu 18: Ta có

$$2^{2+x}-2^{2-x}=15 \Leftrightarrow 4.2^x-\frac{4}{2^x}=15 \Leftrightarrow 4.\left(2^x\right)^2-15.2^x-4=0$$

$$2^x=t(t>0) \Rightarrow 4t^2-15t-4=0$$

Đến đây ta thấy có 2 điều: $\begin{cases} \Delta=15^2+4.4.4>0 \\ \dfrac{-4}{4}<0 \end{cases}$

Nên phương trình với t có 2 nghiệm phân biệt và trái dấu. Mà $t>0$ nên chỉ có 1 nghiệm thỏa mãn. Vậy phương trình với x cũng có 1 nghiệm thỏa mãn.

Đáp án là C

Câu 19: $7^{x^2-5x+9}=343$

Nhận thấy: $343=7^3$ nên ta có phương trình tương đương: $x^2-5x+9=3 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Vậy $x_1+x_2=5$. **Vậy đáp án A.**

Ngoài ra khi ra được phương trình bậc hai như trên ta có thể áp dụng ngay định lý Viet để giải với công thức

$$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$$

Câu 20: Ta có $\log_3 \frac{1}{3\sqrt{3}} = \log_3 3^{\frac{-3}{2}} = \frac{-3}{2}$

Vậy đáp án là A

Câu 21: $\int \frac{dx}{(2x-1)^2}$

Đổi biến $2x-1=t$. Ta có $dt = 2dx$

Ta được $\int \frac{dt}{2t^2} = \frac{-1}{2t} + C$

Trở lại phép đổi biến ta được: $\frac{1}{2-4x} + C$

Cần chú ý giữa phương án A và C bởi vì 2 phương án tương đối giống nhau, chỉ khác nhau về dấu. **Đáp án ở đây là A.**

Câu 22: Ta có thể dễ dàng nhận ra $(x^2+1)' = 2x$ nên ta đặt: $x^2+1=t, dt = 2xdx$

Đổi cận với $x=0$ thì $t=1; x=1$ thì $t=2$

$$I = \int_1^2 \frac{\sqrt{t}}{2} dt = \left. \frac{t^{\frac{3}{2}}}{3} \right|_1^2 = \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$$

Đáp án là B

Câu 23: Đặt: $x = 2\sin t \Rightarrow dx = 2\cos t dt$

Đổi cận: với $x=0$ thì $t=0$, với $x=1$ thì $t=\frac{\pi}{6}$

$\sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\cos t$

(do $\cos t \geq 0$ trong khoảng từ 0 đến $\frac{\pi}{6}$)

Vậy $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. **Đáp án là A**

Câu 24:

Ta có: $I = -\int_2^1 x(x-1)^5 dx = \int_2^1 x(1-x)^5 dx$ nên A đúng.

Thay: $n = x-1$ ta có: $dn = dx$ và $x = n+1$

Ta có: $\int_0^1 (n+1)n^5 dn$ nên D đúng.

$$I=\int_0^1 (n+1)n^5 dn=\left(\frac{n^7}{7}+\frac{n^6}{6}\right)\Bigg|_0^1$$ nên C sai.

Vậy đáp án là C

Câu 25:

<u>Phân tích:</u> Đây là bài toán khá là khó, đòi hỏi áp dụng nhiều kĩ thuật phân tách cũng như tính tích phân. Với dạng tích phân với số $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ thì phương pháp làm như sau:

Ta tách biểu thức thành 2 thành phần đó là: $\frac{k(2cx+d)}{cx^2+dx+e}=\frac{kd(cx^2+dx+e)}{cx^2+dx+e}$ và $\frac{k}{cx^2+dx+e}$

Áp dụng ta tách biểu thức thành: $\frac{5(2x+3)}{2(x^2+3x+2)};\frac{-1}{2(x^2+3x+2)}$ ta được:

$$I=\int_0^2 \frac{5(2x+3)}{2(x^2+3x+2)}dx-\int_0^2 \frac{1}{2(x^2+3x+2)}dx$$

$$=\int_0^2 \frac{5}{2(x^2+3x+2)}d(x^2+3x+2)-\int_0^2 \frac{(x+2)-(x+1)}{2(x+2)(x+1)}dx$$

$$=\frac{5}{2}\ln(x^2+3x+2)\Big|_0^2-\frac{1}{2}\left[\ln(x+1)-\ln(x+2)\right]\Big|_0^2$$

$$=\frac{5}{2}\ln 12-\frac{5}{2}\ln 2-\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}\ln 4-\frac{1}{2}\ln 2=\frac{5}{2}\ln 3+\frac{5}{2}\ln 4-3\ln 2+\frac{1}{2}\ln 4-\frac{1}{2}\ln 3$$

$$=2\ln 3+3\ln 4-3\ln 2=2\ln 3+3\ln 2$$

Vậy đáp án là B

Câu 26: Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình:

$$x^2-mx-1=0,\Delta\geq 0\Leftrightarrow m^2+4\geq 0\forall m$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn:

Theo định lý Viet kết hợp yêu cầu: $\begin{cases} x_1+x_2=m \\ x_1x_2=-1 \\ x_1<x_2 \end{cases}$

Ta có:

$$S=\int_{x_1}^{x_2}(mx+2-x^2-1)dx=\int_{x_1}^{x_2}(mx+1-x^2)dx$$

$$=\left(\frac{mx^2}{2}-\frac{x^3}{3}+x\right)\Bigg|_{x_1}^{x_2}=\frac{mx_2{}^2}{2}-\frac{x_2{}^3}{3}+x_2-\frac{mx_1{}^2}{2}+\frac{x_1{}^3}{3}-x_1$$

$$=(x_2-x_1)\left[\frac{m^2}{2}+1-\frac{1}{3}(m^2+1)\right]=\sqrt{m^2+4}\left(\frac{m^2}{6}+\frac{2}{3}\right)$$

S có GTNN khi $m=0$. **Đáp án là D.**

Câu 27: Ta có:

$$f(x)=\int(3-5\sin x)dx=3x+5\cos x+C$$

$f(0)=10$ nên ta có $5+C=10\Leftrightarrow C=5$

Vậy $f(x)=3x+5\cos x+5$. Vì thế A và D là sai.

Lại có: $f(\pi)=3\pi-5+5=3\pi$ nên C đúng.

Câu 28: Gọi $z=a+bi;(a;b\in R)$ thay vào biểu thức ta có:

$$a+bi=|z|^2+a-bi\Leftrightarrow bi=|z|^2-bi\Leftrightarrow 2bi=|z|^2$$

Ta thấy không thể nào tồn tại số thực z thỏa mãn điều kiện trên vì một bên là phần thực, một bên là phần ảo. **Đáp án là A.**

Câu 29:

Trước hết, ta rút gọn số phức: $5+2i-(1+i)^2=5+2i-2i=5$

Vậy modun của số phức là 5. **Đáp án C**

Câu 30: Ta có: $z_1+z_1z_2=3+i+(3+i)(2-i)=3+i+6+2i-3i-i^2=10$

Vậy $|z_1+z_1z_2|=10$. **Đáp án B**

Câu 31: Ta cần rút gọn biểu thức trước:

$$2z(1+i)-1-i+\overline{z}(1-i)+1-i=2-2i\Leftrightarrow 2z(1+i)+\overline{z}(1-i)=2$$

Đặt $z=a+bi\Rightarrow\overline{z}=a-bi$ ta có:

$$2(a+bi)(1+i)+(a-bi)(1-i)=2\Leftrightarrow 2a-2b+2(a+b)i+1-b-(a+b)i=2$$

$$\Leftrightarrow 3(a-b)+(a+b)i=2 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ 3(a-b)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=\dfrac{-1}{3} \end{cases}$$

Vậy modun của số phức cần tìm là: $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{-1}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{2}{9}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **Đáp án A.**

Câu 32: Ta có:

$$z^2+4z+4=-3 \Leftrightarrow (z+2)^2=3i^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+i\sqrt{3} \\ z=-2-i\sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1|^2+|z_2|^2=2.(\sqrt{4+3})^2=14$$

Với bài toán này, ta có thể sử dụng chức năng giải phương trình bậc 2 trên máy tính CASIO, ta có thể nhận được kết quả z_1 và z_2 một cách nhanh chóng hơn.

Đáp án là C

Câu 33: Gọi $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$

$$a-bi=(a+bi)^2+1 \Leftrightarrow \left(a^2-b^2-a+1\right)+(2ab+b)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-a+1=b^2 \\ (2a+1)b=0 \end{cases}$$

Từ phương trình 2, ta có 2 trường hợp:

Nếu $b=0, a^2-a+1=0$ (vô nghiệm)

$$a=\frac{-1}{2} \Rightarrow b=\sqrt{\frac{7}{4}} \Rightarrow z^2+z+1=1-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{7}}{2}i+\frac{1}{4}-\frac{7}{4}-\frac{\sqrt{7}}{2}i=-1$$

Vậy modun của số phức là 1. **Đáp án là C**

Câu 34:

<u>Phân tích bài toán:</u> Nếu z^2 là số thuần ảo thì z phải có dạng là $a(1+i); a(1-i)$ với a là số thực.

Lại có: $|z|=\sqrt{2}=\sqrt{1^2+1^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=1+i \\ z=1-i \\ z=-1+i \\ z=-1-i \end{array}\right.$

Vậy có 4 số phức thỏa mãn. **Đáp án D**

Câu 35:

Ta nên rút gọn vế phải trước:

$$(\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)=(1+2\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)=(1+\sqrt{2}i+4)=5+\sqrt{2}i$$

Ta có: $\overline{z} = 5 + \sqrt{2}i$

Tới đây có rất nhiều bạn sẽ nhanh chóng chọn đáp án là $\sqrt{2}$ nhưng đây không phải là z. Ta phải thêm bước tìm z nữa. Đáp án đúng là - $\sqrt{2}$.

Đáp án A.

Câu 36: Đáp án D

$\overrightarrow{AB} = (-4;1;-10), \overrightarrow{BC} = (8;-2;5)$

Ta có tích vô hướng: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 8(-4) + 1.(-2) + (-10).5 = -84$

Câu 37:

<u>Phân tích:</u> Hình bình hành có tâm là trung điểm 2 đường chéo nên tâm của nó là trung điểm của AB.

$\overrightarrow{OA} = (-1;1;0) \Rightarrow A(-1;1;0)$

$\overrightarrow{OB} = (1;1;0) \Rightarrow A(1;1;0)$

Vậy trung điểm của AB có tọa độ là $\left(\frac{-1+1}{2};\frac{1+1}{2};\frac{0+0}{2}\right) = (0;1;0)$

Đáp án là A

Câu 38: Trước hết ta cần tìm vecto pháp tuyến của mp(ABC)

$\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]$

Ta có $\vec{n} = (2;3;-4)$

Do A nằm trong mp(ABC) nên ta có phương trình:

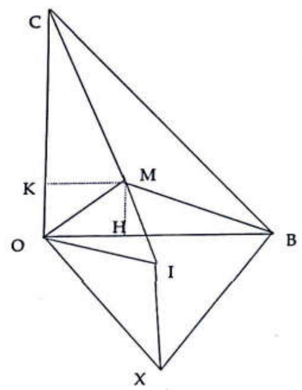
$2(x-0) + 3(y-2) - 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 2 = 0$

Đáp án là B

Câu 40: Ta có $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, \left|\vec{c}\right| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$ nên A, B đúng.

Lại có: $\vec{a}.\vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ nên C đúng

$\vec{c}.\vec{b} = 2 \Rightarrow \vec{c} \perp \vec{b}$ là sai nên đáp án là D.



Câu 41: Ta có:

Trên mặt phẳng Oxy ta lấy hai điểm $B(3;0);C(0;4)$ thì ba người mà ta đang xét nằm ở ba vị trí là $O;B;C$ và ta cần tìm điểm M thỏa mãn: $MO+MB+MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có hai cách làm:

+ Một là gọi $H;K$ là hình chiếu của M lên $OB;OC$ sau đó đặt $MH=x;MK=y$ rồi tiếp tục giải.

+ Hai là ta dựng các tam giác đều $OBX;OMI$ như hình vẽ. Khi đó, ta có: $\triangle OMB = \triangle OIX \Rightarrow \text{MO+MB+MC=CM+MI+IX} \geq CX$ xảy ra khi: C,M,I,X thẳng hàng.

Điểm M là giao điểm của CX và đường tròn ngoại tiếp $\triangle OBX$. Ta có: $X(x,y)$. Khi đó:

$$XO=XB=OB=3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=9 \\ (x-3)^2+y^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=\pm\dfrac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Do X nằm dưới trục hoành nên: $X\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Khi đó ta có: $CX: \dfrac{x-0}{\dfrac{3}{2}-0} = \dfrac{y-4}{-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-4} \Leftrightarrow x = \dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4)$

$$(OBX):\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3$$

Do đó, điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x=\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4) \\ \left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}(y-4)-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2\left(y+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(y+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\left(y-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2} \\ y=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2}{\left(\dfrac{-24+9\sqrt{3}}{37}\right)^2+1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-\dfrac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x=\dfrac{3}{2} \Rightarrow M\equiv X(loai) \\ y=\dfrac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\left(\dfrac{37^2-3(-24+9\sqrt{3})^2}{37^2}\right)}{\dfrac{\left(-24+9\sqrt{3}\right)^2+37^2}{37^2}} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow y=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\left(-1088+1296\sqrt{3}\right)}{2188-432\sqrt{3}} \Rightarrow y=\frac{486-136\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-24+9\sqrt{3}}{37}.\frac{-1702+296\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}=\frac{(-24+9\sqrt{3})(-46+8\sqrt{3})}{547-108\sqrt{3}} \Rightarrow x=\frac{1320-606\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}$$

Do đó ta có điểm: $M\left(\dfrac{1320-606\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}};\dfrac{486-136\sqrt{3}}{547-108\sqrt{3}}\right)$

$M(0,7512;0,6958)$

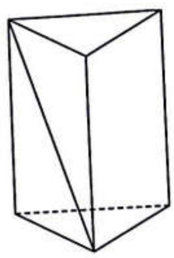
Nên: $OM=BM+CM\approx 6,77km$.**Vậy đáp án đúng là C**

Câu 42:

<u>Nhận xét:</u> (S) tiếp xúc với mặt phẳng thì bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ I tới mặt phẳng.

Ta có $R=d\left(I,(\alpha)\right)=\dfrac{|2.2-2.1+1+3|}{\sqrt{2^2+2^2+1}}=2$. **Vậy đáp án là A**

Câu 43:

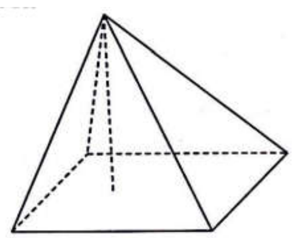


Ta có: $S_{ABA'}=9=\dfrac{AB.AA'}{2}=6\dfrac{AA'}{2}\Rightarrow AA'=3$

$V=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.AA'=\dfrac{6^2.\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}$

Đáp án là B.

Câu 44:

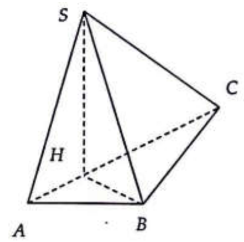


Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp khi đã biết diện tích và đường cao:

$V=\dfrac{1}{3}S.h=\dfrac{1}{3}(2a)^2\text{Aa}=\dfrac{16a^3}{3}$

Đáp án là B

Câu 45:



Kẻ HB vuông góc với AC.

Ta có:

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp HB \Rightarrow HB \perp (SAC) \Rightarrow HB \perp SH \Rightarrow HSB = 30^o$

$\Rightarrow \frac{HB}{SB} = \tan 30^o \Rightarrow SH = \frac{HB}{\tan 30^o} = a\sqrt{6}$

Xét tam giác SAH vuông tại A nên: $SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = 2a \Rightarrow V = \frac{1}{3}\frac{(2a)^2}{2}.2a = \frac{4a^3}{3}$

Đáp án là C

Câu 46:

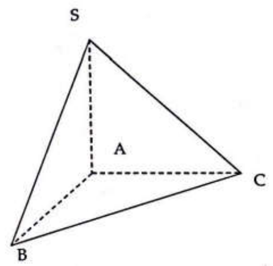
Ta có: $SA \perp SB \Rightarrow S_{SAB} = \frac{1}{2}SA.SB = \frac{9a^2}{2}$

$\begin{cases} SC \perp SA \\ SC \perp SB \end{cases} \Rightarrow SC \perp (SAB)$

$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3}SC.S_{SAB} = \frac{27a^3}{6} = \frac{9a^3}{2}$

Đáp án là C

Câu 47:



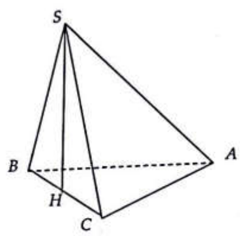
Ta có: $SCA = 30^o \Rightarrow \frac{AC}{SC} = \cos 30^o \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3}}{2}a\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$

$\frac{SA}{SC} = \sin 30^o \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3}SA.AC^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{32}$

Vậy đáp án là B

Câu 48:

Ta kẻ $SH \perp BC$



Do (SBC) vuông góc với mặt phẳng đáy nên mọi đường vuông góc với giao tuyến và nằm trên mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

Do $SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Hay SH chính là đường cao của hình chóp.

Xét tam giác SBC đều và có cạnh $BC = a$ nên ta có: $SH = SC.\sin 60^o = a\frac{\sqrt{3}}{2}$

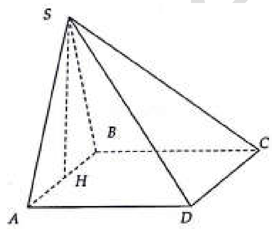
Xét tam giác ABC vuông cân tại A có: $AC = AB = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$

Ta có: $S_{ABC} = \dfrac{a^2}{2.(\sqrt{2})^2} = \dfrac{a^2}{4}$

$$V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Vậy đáp án là C

Câu 49:



Xét tam giác SAB có:

$$SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 = AB^2$$

Theo định lý Phythago đảo, tam giác SAB vuông tại S.

Kẻ $SH \perp AB$

Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Hay nói cách khác SH là đường cao của hình chóp. Xét tam giác SAB vuông tại S, đường cao SH, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta có :

$$\frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} = \frac{1}{SH^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

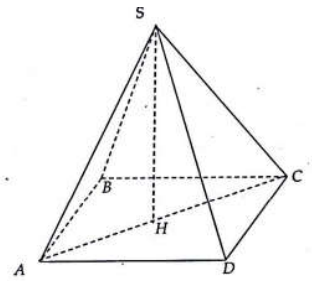
Tính diện tích ABCD, ABCD là hình vuông có cạnh là 2a nên ta có : $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$

Tính thể tích hình chóp :

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.4a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

Vậy đáp án là A.

Câu 50:



Kẻ $SH \perp AC$.

Do $(SAC) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Hay SH là đường cao của hình chóp

Lại có ABCD là hình vuông nên $AC = BD = 2a$

Xét tam giác SAC vuông tại S, tho định lý Pythago ta có:

$$SA = \sqrt{AC^2 - SC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$$

Xét tam giác SAC vuông tại S, đường cao SH. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta có

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}$$

$$\Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Tính diện tích ABCD

Xét tam giác ABC vuông tại B ta có : $AC = 2a$

$$AB = AC\sin 45^0 = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{2})^2 = 2a^2$$

Tính thể tích: $V = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.2a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **Vậy đáp án là C**