

3) Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 và $f'(x_0) = 0$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

4) Nếu hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại điểm x_0 thì không là cực trị của hàm số $f(x)$.

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 6: Cho hàm số $y = (x - m)(m^2x^2 - x - 1)$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Khi m thay đổi (C_m) cắt trục Ox tại ít nhất bao nhiêu điểm?

- A. 1 điểm. B. 2 điểm. C. 3 điểm. D. 4 điểm.

Câu 7: Đường thẳng $(d): y = x + 3$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = 2x - \frac{4}{x}$ tại hai điểm. Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số, tính $y_2 - 3y_1$.

- A. $y_2 - 3y_1 = 1$ B. $y_2 - 3y_1 = -10$ C. $y_2 - 3y_1 = 25$ D. $y_2 - 3y_1 = -27$

Câu 8: Tính tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m+1)x^3 - x^2 + (2m+1)x + 3$ có cực trị?

- A. $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right)$ B. $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right) \setminus \{-1\}$ C. $m \in \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$ D. $m \in \left[-\frac{3}{2}; 0\right] \setminus \{-1\}$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 6

Câu 10: Hai đồ thị $y = f(x)$ & $y = g(x)$ của hàm số cắt nhau tại đúng một điểm thuộc góc phần tư thứ ba. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Phương trình $f(x) = g(x)$ có đúng một nghiệm âm.
B. Với x_0 thỏa mãn $f(x_0) - g(x_0) = 0 \Rightarrow f(x_0) > 0$
C. Phương trình $f(x) = g(x)$ không có nghiệm trên $(0; +\infty)$
D. A và C đúng.

Câu 11: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

- A. 10 B. 12 C. 16 D. 24

Câu 12: Cho phương trình $\log_2(x+1)^2 = 6$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1: Điều kiện $(x+1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

Bước 2: Phương trình tương đương: $2 \log_2(x+1) = 6 \Leftrightarrow \log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x+1 = 8 \Leftrightarrow x = 7$

Bước 3: Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 7$

Dựa vào bài giải trên chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Bài giải trên hoàn toàn chính xác. B. Bài giải trên sai từ Bước 1
C. Bài giải trên sai từ Bước 2 D. Bài giải trên sai từ Bước 3

Câu 13: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3^2 x^2 + \log_3(2^x)$

- A. $D = [0; +\infty)$ B. $D = (0; +\infty)$ C. $D = \mathbb{R}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Câu 14: Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{5}}(2x-3) > -1$

- A. $x < 4$ B. $x > \frac{3}{2}$ C. $4 > x > \frac{3}{2}$ D. $x > 4$

Câu 15: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_2(x^2+2) \cdot \log_{2-x} 2 - 2}$

- A. $D = \left[\frac{1}{2}; 1\right)$ B. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ D. $D = (-\infty; 1)$

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $y = x \ln x$

- A. $y' = \ln x - 1$ B. $y' = \ln x - 1$ C. $y' = x + \ln x$ D. $y' = \frac{1}{x}(x + x \ln x)$

Câu 17: Xác định a, b sao cho $\log_2 a + \log_2 b = \log_2(a+b)$

- A. $a+b = ab$ với $a, b > 0$ B. $a+b = 2ab$ với $a, b > 0$
C. $a+b = ab$ với $a, b > 0$ D. $2(a+b) = ab$ với $a, b > 0$

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x \log(x^2+1)$

- A. $y' = e^x \frac{1}{(x^2+1)\ln 10}$ B. $y' = e^x \frac{2x}{(x^2+1)\ln 10}$
C. $y' = e^x \left(\log(x^2+1) + \frac{2x}{(x^2+1)\ln 10} \right)$ D. $y' = e^x \left(\log(x^2+1) + \frac{1}{(x^2+1)\ln 10} \right)$

Câu 19: Gọi S là tập tất cả các số thực dương thỏa mãn $x^x = x^{\sin x}$

Xác định số phần tử n của S

- A. $n = 0$ B. $n = 1$ C. $n = 2$ D. $n = 3$

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in (0; 1)$ B. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ C. $m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$ D. $m \in (0; +\infty)$

Câu 21: Anh A mua nhà trị giá 500 triệu đồng theo phương thức trả góp. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh A trả 10,5 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,5% tháng thì sau bao nhiêu tháng anh trả hết số tiền trên ?

- A. 53 tháng B. 54 tháng C. 55 tháng D. 56 tháng

Câu 22: Tính đạo hàm của hàm số $F(x) = \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt$

- A. $F'(x) = x^2 \cos x$ B. $F'(x) = 2x \cos x$ C. $F'(x) = \cos x$ D. $F'(x) = \cos x - 1$

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ ($x > -1$)

- A. $\int f(x) dx = \frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C$ B. $\int f(x) dx = \frac{4}{3}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C$
C. $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{2}{3}} + C$ D. $\int f(x) dx = -\frac{3}{2}(x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

Câu 24: Một vật chuyển động với phương trình vận tốc là: $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi}$ (m/s). Tính quãng đường vật đó di chuyển được trong khoảng thời gian 5 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- A. $S \approx 0,9m$ B. $S \approx 0,998m$ C. $S \approx 0,99m$ D. $S \approx 1m$

Câu 25: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + e^{\sin x}) \cos x dx$

- A. $I = \frac{\pi}{2} + e - 2$ B. $I = \frac{\pi}{2} + e$ C. $I = \frac{\pi}{2} - e$ D. $I = \frac{\pi}{2} + e + 2$

Câu 26: Tính tích phân $I = \int_0^1 x \ln(1+x^2) dx$

- A. $I = \frac{193}{1000}$ B. $I = \ln 2 - \frac{1}{2}$ C. $I = \ln 3 - 1$ D. $I = \frac{3}{2} \ln 3 - \frac{3}{2}$

Câu 27: Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $x = 0$; $y = e^x$; $x = 1$

- A. $e-1$ B. $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}e - \frac{1}{2}$ D. $2e-3$

Câu 28: Cho tam giác đều ABC có diện tích bằng $\sqrt{3}$ quay xung quanh cạnh AC của nó. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành

- A. $V = 2\pi$ B. $V = \pi$ C. $V = \frac{7}{4}\pi$ D. $V = \frac{7}{8}\pi$

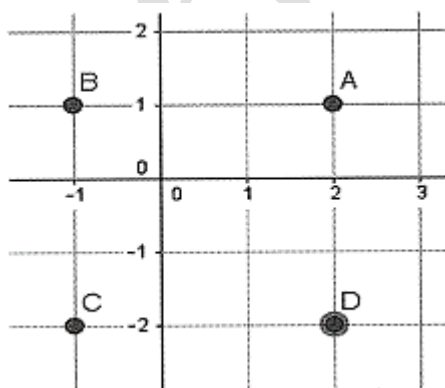
Câu 29: Cho số phức $z = -1 - 2\sqrt{6}i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} .

- A. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $-2\sqrt{6}i$
 B. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$
 C. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$
 D. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}i$

Câu 30: Cho phương trình phức $z^3 = \bar{z}$. Phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 1 nghiệm B. 3 nghiệm C. 4 nghiệm D. 5 nghiệm

Câu 31: Trong hình dưới, điểm nào trong các điểm A, B, C, D biểu diễn cho số phức có môđun bằng $2\sqrt{2}$.



- A. Điểm A B. Điểm B C. Điểm C D. Điểm D

Câu 32: Tính $a + b$ biết rằng a, b là các số thực thỏa mãn $a + bi = (1 + \sqrt{3}i)^{2017}$

- A. $a + b = (1 + \sqrt{3}).8^{672}$ B. $a + b = (1 + \sqrt{3}).8^{671}$
 C. $a + b = (\sqrt{3} - 1).8^{672}$ D. $a + b = (\sqrt{3} - 1).8^{671}$

Câu 33: Tìm số phức \bar{z} biết số phức z thỏa:
$$\begin{cases} \left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases}$$

- A. $\bar{z} = 1+i$ B. $\bar{z} = 1-i$ C. $\bar{z} = -1-i$ D. $\bar{z} = -1+i$

Câu 34: Tập hợp các nghiệm phức của phương trình $z^2 + |z|^2 = 0$ là:

- A. Tập hợp mọi số ảo B. $\{\pm i; 0\}$ C. $\{-i; 0\}$ D. $\{0\}$

Câu 35: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. M là trung điểm SB và G là trọng tâm của tam giác SBC. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của các khối chóp M.ABC và G.ABD, tính tỉ số $\frac{V}{V'}$

- A. $\frac{V}{V'} = \frac{3}{2}$ B. $\frac{V}{V'} = \frac{4}{3}$ C. $\frac{V}{V'} = \frac{5}{3}$ D. $\frac{V}{V'} = 2$

Câu 36: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là một hình vuông cạnh a. Các mặt phẳng (SAB), (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Tính thể tích V của hình chóp S.ABCD.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 37: Tính thể tích của khối chóp S.ABCD có tất cả các cạnh bằng 1.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 38: Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với (ABC) và $SA = a$. Tính khoảng cách giữa SC và AB.

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$

Câu 39: Hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC = a\sqrt{3}$ và có chiều cao $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

- A. $S_{mc} = \frac{9a^2}{2}$ B. $S_{mc} = \frac{9\pi a^2}{2}$ C. $S_{mc} = \frac{9\pi a^2}{4}$ D. $S_{mc} = \frac{9a^2}{4}$

Câu 40: Cho tứ diện đều ABCD, gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Cho biết diện tích tứ giác MNPQ bằng 1, tính thể tích tứ diện ABCD.

- A. $V = \frac{\sqrt{11}}{24}$ B. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $V = \frac{\sqrt{2}}{24}$ D. $V = \frac{\sqrt{11}}{6}$

Câu 41: Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ.

Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

- A. $\frac{S_2}{S_1} = \pi$ B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$ C. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC cân tại A . Cạnh bên SB lần lượt tạo với mặt phẳng đáy, mặt phẳng trung trực của BC các góc bằng 30° và 45° , khoảng cách từ S đến cạnh BC bằng a . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V_{S.ABC} = a^3$ B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{3}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (2; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 1)$, $\vec{c} = (-4; 1; -1)$. Tìm tọa độ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$

- A. $\vec{m} = (-4; 2; 3)$ B. $\vec{m} = (-4; -2; 3)$ C. $\vec{m} = (-4; -2; -3)$ D. $\vec{m} = (-4; 2; -3)$

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2z + 6m = 0$ là phương trình của một mặt cầu trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$.

- A. $m \in (1; 5)$ B. $m \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$
 C. $m \in (-5; -1)$ D. $m \in (-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách $d_{(A,(\Delta))}$ từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến đường thẳng

$$(\Delta): \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}.$$

- A. $d_{(A,(\Delta))} = \sqrt{\frac{1361}{27}}$ B. $d_{(A,(\Delta))} = 7$ C. $d_{(A,(\Delta))} = \frac{13}{2}$ D. $d_{(A,(\Delta))} = \sqrt{\frac{1358}{27}}$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 9 = 0$ và đường thẳng d có phương trình

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-3}$$

Tìm tọa độ giao điểm I của mặt phẳng (P) và đường thẳng d .

- A. $I(-1; -2; 2)$ B. $I(-1; 2; 2)$ C. $I(-1; 1; 1)$ D. $I(1; -1; 1)$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của (Δ) trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 48: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d và mặt cầu (S) có phương trình lần lượt là

$$\frac{x+3}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}, x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 18 = 0.$$

Cho biết d cắt (S) tại hai điểm M, N. Tính độ dài đoạn thẳng MN

A. $MN = \frac{\sqrt{30}}{3}$

B. $MN = 8$

C. $MN = \frac{16}{3}$

D. $MN = \frac{20}{3}$

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng (α): $4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song (α).

A. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$

B. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$

C. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$

D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

Câu 50: Trong không gian Oxyz cho các mặt phẳng

$$(P): x - y + 2z + 1 = 0, (Q): 2x + y + z - 1 = 0$$

Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Xác định ra sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

A. $r = \sqrt{2}$

B. $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$

C. $r = \sqrt{3}$

D. $r = \sqrt{\frac{7}{2}}$

Đáp án

1-	2-	3-	4-	5-	6-	7-	8-	9-	10-
11-	12-	13-	14-	15-	16-	17-	18-	19-	20-
21-	22-	23-	24-	25-	26-	27-	28-	29-	30-
31-	32-	33-	34-	35-	36-	37-	38-	39-	40-
41-	42-	43-	44-	45-	46-	47-	48-	49-	50-

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

- Đồ thị hàm số luôn nằm dưới trục hoành khi và chỉ khi $y = f(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$

- Hàm số bậc ba bất kì luôn nhận được mọi giá trị từ $-\infty$ đến $+\infty$ nên ta có thể loại ngay hàm này, tức là đáp án B sai. Tiếp tục trong ba đáp án còn lại, ta có thể loại ngay đáp án A vì hàm bậc 4 có hệ số bậc cao nhất x^4 là 1 nên hàm này có thể nhận giá trị $+\infty$. Trong hai đáp án C và D ta cần làm rõ:

$$C. y = -x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 1 < 0$$

$$D. y = -x^4 - 4x^2 + 1 = -(x^2 + 2)^2 + 5 > 0. \text{ Thấy ngay tại } x = 0 \text{ thì } y = 10 \text{ nên loại ngay đáp án này.}$$

Câu 2: Đáp án B

$$\text{Viết lại } y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} = x + 2 + \frac{4}{x - 1} \Rightarrow y' = 1 - \frac{4}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$

$$\text{Hàm số đồng biến khi và chỉ khi } y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$

Câu 3: Đáp án A

- 1 sai chỉ suy ra được $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$

- 2 sai $f(x_1) < f(x_2)$ với mọi $x_1 > x_2$ thuộc $(a; b)$ thì hàm số mới nghịch biến trên $(a; b)$

- 3 sai nếu $x = m$ là nghiệm kép thì nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên (m, b) thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên (a, m) .

- 4 sai vì $f(x)$ có thể là hàm hằng, câu chính xác là: Nếu $f'(x) \geq 0 \forall x \in (a, b)$ và phương trình $f'(x) = 0$ có hữu hạn nghiệm thì hàm số đồng biến trên $(a; b)$.

Câu 4: Đáp án B

$$\text{Xét hàm số } f(x) = -x^2 + (2m - 1)x^2 - (m^2 + 8)x + 2$$

$$\text{Ta có } f(x) = -3x^2 + 4(2m - 1)x - m^2 + 8$$

$$f''(x) = -6x + 4(2m - 1)$$

$$x = -1 \text{ là điểm cực tiểu của hàm số } f(x) \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f''(-1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(-1) = 0 \\ m^2 + 8m - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -9 \end{cases}$$

Với $m = 1$ ta có $f''(-1) > 0$

Với $m = -9$ ta có $f''(-1) < 0$

Vậy $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số $f(x) = -x^3 + (2m-1)x^2 - (m^2+8)x + 2$ khi và chỉ khi $m = 1$

Câu 5: Đáp án B

- 1 là định nghĩa cực đại sách giáo khoa.
- 2 là định lí về cực trị sách giáo khoa.
- Các khẳng định 3, 4 là các khẳng định sai.

Câu 6: Đáp án B

Ta cần xác định phương trình $(x-m)(m^2x-x-1) = 0$ có ít nhất mấy nghiệm

Hiển nhiên $x = m$ là một nghiệm, phương trình còn lại $mx^2 - x - 1 = 0$ có 1 nghiệm khi $m = 0$

Còn khi $m \neq 0$, phương trình này luôn có nghiệm do $\Delta > 0$. Vậy phương trình đầu có ít nhất 2 nghiệm.

Câu 7: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x - \frac{4}{x} = x + 3 \quad (x \neq 0) \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = 2 \\ x_2 = 4 \Rightarrow y_2 = 7 \end{cases}$$

Vậy $y_2 - 3y_1 = 1$

Câu 8: Đáp án A

TH1: $m + 1 = 0$, hàm số đã cho là hàm bậc 2 luôn có cực trị.

TH2: $m + 1 \neq 0, y' = (m+1)x^2 - 2x + 2m + 1, y' > 0 \Leftrightarrow m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right) \setminus \{-1\}$. Tổng hợp lại chọn A

Câu 9: Đáp án D

Hàm số đã cho có tập xác định là $D = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-1; 1) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ suy ra $y = -1, y = 1$ là các TCN,

$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} y = +\infty$ suy ra có 4 đường TCD.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 6 đường tiệm cận.

Câu 10: Đáp án D

- Góc phần tư thứ ba trên hệ trục tọa độ Oxy là tập hợp những điểm có tung độ và hoành độ âm.

- Đáp án đúng ở đây là **đáp án D**. Nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ là hoành độ của giao điểm, vì giao điểm nằm ở góc phần tư thứ Ba nên có hoành độ âm nghĩa là phương trình có nghiệm âm.

- Lưu ý cách xác định góc phần tư, ta xác định góc phần tư theo thứ tự ngược chiều kim đồng hồ và thỏa mãn góc phần tư thứ nhất là các điểm có tung độ và hoành độ dương: $x, y > 0$

Câu 11: Đáp án B

Gọi n là số con cá trên một đơn vị diện tích hồ $n > 0$. Khi đó:

Cân nặng của một con cá là: $P(n) = 480 - 20n$ (gam)

Cân nặng của n con cá là: $n.P(n) = 480n - 20n^2$ (gam)

Xét hàm số: $f(n) = 480n - 20n^2, n(0; +\infty)$.

Ta có: $f'(n) = 480 - 40n$, cho $f'(n) = 0 \Leftrightarrow n = 12$

Lập bảng biến thiên ta thấy số cá phải thả trên một đơn vị diện tích hồ để có thu hoạch nhiều nhất là 12 con.

Câu 12: Đáp án C

Vì không thể khẳng định được $x + 1 > 0$ nên bước đó phải sửa lại thành:

$$\log_2 |x + 1| = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 63 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -9 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm là $\begin{cases} x = 7 \\ x = -9 \end{cases}$

Câu 13: Đáp án D

Điều kiện xác định: $x \neq 0$

Câu 14: Đáp án C

$$\log_{\frac{1}{5}}(2x - 3) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 2x - 3 < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 4 > x > \frac{3}{2}$$

Câu 15: Đáp án A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \log_2(x^2 + 2) \cdot \log_{2-x} 2 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \log_2(x^2 + 2) \cdot \log_{2-x} 2 \geq 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 2-x > 0 \\ \frac{\log_2(x^2+2)}{\log_2(2-x)} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 1 \\ \log_2(x^2+2) \geq 2\log_2(2-x) \\ 0 < 2-x < 1 \\ \log_2(x^2+2) \leq 2\log_2(2-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x > 1 \\ x^2+2 \geq (2-x)^2 \\ 0 < 2-x < 1 \\ x^2+2 \leq (2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \quad (1) \\ 1 < x < 2 \\ x \leq \frac{1}{2} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x < 1, (2) \text{ vô nghiệm. Vậy } D = \left[\frac{1}{2}; 1 \right)$$

Câu 16: Đáp án D

$$y' = \ln x + 1$$

Áp dụng công thức tính đạo hàm:

$$- y = u.v \Rightarrow y' = u'.v + v'.u$$

$$- y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$$

Câu 17: Đáp án C

Điều kiện $a, b > 0$, lại có $\log_2 a + \log_2 b = \log_2(a+b) \Leftrightarrow ab = a+b$

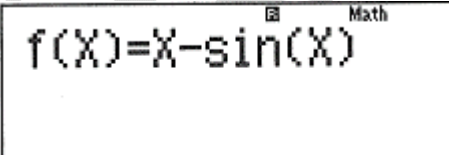
Câu 18: Đáp án D

$$y' = (e^x)' \log(x^2+1) + e^x (\log(x^2+1))' = e^x \left(\log(x^2+1) + \frac{1}{(x^2+1)\ln 10} \right)$$

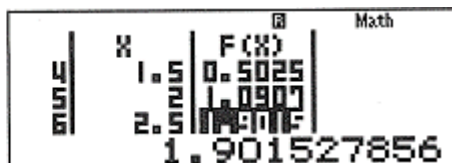
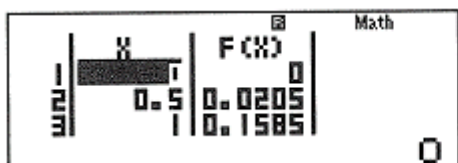
Câu 19: Đáp án C

$$x^x = x^{\sin x} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \sin x \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Chú ý: Sử dụng chức năng Table bấm Mode 7 của MTCT nhập vào hàm:



Sau đó chọn Start 0 End 5 Step 0,5 được bảng như hình vẽ, thấy rằng $f(x) > 0$ khi $x > 0$ nên phương trình $x = \sin x$ vô nghiệm khi $x > 0$



Câu 20: Đáp án C

Phương trình đã cho tương đương $3^{2x-1} = -2m^2 + m + 3$ có nghiệm khi và chỉ khi

$$2m^2 - m - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{3}{2}$$

Câu 21: Đáp án C

Đặt $x = 1,005$; $y = 10,5$

* Cuối tháng thứ 1, số tiền còn lại (tính bằng triệu đồng) là $500x - y$

* Cuối tháng thứ 2, số tiền còn lại là $(500x - y)x - y = 500x^2 - (x + 1)y$

* Cuối tháng thứ 3, số tiền còn lại là $500x^3 - (x^2 + x + 1)y$

* Cuối tháng thứ n, số tiền còn lại là $500x^{n+1} - (x^n + \dots + x + 1)y$

Giải phương trình $500x^{n+1} - (x^n + \dots + x + 1)y = 0$ thu được $n = 54,836$ nên chọn C.

Câu 22: Đáp án B

Ta có: $G(t) = \int \cos \sqrt{t} dt \Rightarrow G'(t) = \cos \sqrt{t}$. Suy ra $F'(x) = (G(x^2) - G(0))' = 2x \cos x$

Câu 23: Đáp án A

$$\int f(x) dx = \int \sqrt[3]{x+1} dx = \int (x+1)^{\frac{1}{3}} d(x+1) = \frac{3}{4}(x+1)^{\frac{4}{3}} + C$$

Câu 24: Đáp án D

$$\text{Ta có } S = \int_0^5 \left(\frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} \right) dt \approx 0,99842m$$

Vì làm tròn kết quả đến hàng phần trăm nên $S \approx 1m$

Câu 25: Đáp án A

$$I = \int x d(\sin x) + \int e^{\sin x} d(\sin x) = x \sin x + \cos x + e^{\sin x} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + e - 2$$

Câu 26: Đáp án B

Đặt $t = 1 + x^2 \Rightarrow \frac{dt}{2} = x dx$. Vậy $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \ln t dt = \frac{1}{2} t \ln t \Big|_1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 dt = \ln 2 - \frac{1}{2}$

Câu 27: Đáp án A

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có $S = \int_0^1 e^x dx = e - 1$

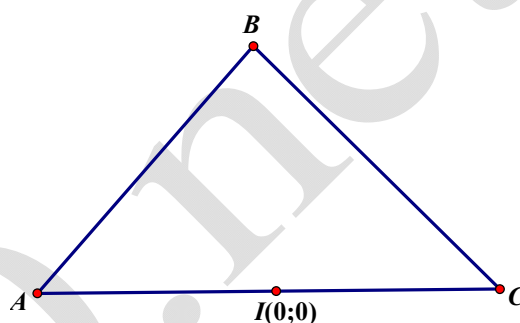
Câu 28: Đáp án A

$S_{ABC} = \sqrt{3} \Rightarrow AB = BC = CA = 2$. Chọn hệ trục vuông góc Oxy sao cho

$I(0;0), A(1;0), B(0;-\sqrt{3})$ với I là trung điểm AC. Phương trình đường thẳng AB là $y = \sqrt{3}(x - 1)$, thể tích khối tròn xoay khi quay ABI quanh trục AI tính bởi

$$V' = \pi \int_0^1 \sqrt{3}(x - 1) dx = \pi$$

Vậy thể tích cần tìm $V = 2V' = 2\pi$



Câu 29: Đáp án B

$z = -1 - 2\sqrt{6}i \Rightarrow \bar{z} = -1 + 2\sqrt{6}i$. Vậy phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 30: Đáp án D

Gọi $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi (a, b \in \mathbb{R})$. Thay vào phương trình ta được:

$$(a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3)i = a - bi \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 - 3ab^2 = a \\ 3a^2b - b^3 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ a = 0 \\ b = \pm 1 \\ a = \pm 1 \\ b = 0 \\ a^2 - 3b^2 = 1 \\ 3a^2 - b^2 = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình phức đã cho có 5 nghiệm

Câu 31: Đáp án D

D biểu diễn cho $2 + 2i$. Số phức này có modun bằng $2\sqrt{2}$

Câu 32: Đáp án A

Ta có: $(1 + \sqrt{3}i)^3 = -8$ và $2017 = 3.672 + 1$

Câu 33: Đáp án B

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z-1| = |z-i| \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \Leftrightarrow a-b=0$$

$$\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \Leftrightarrow a^2 + (b-3)^2 = a^2 + (b+1)^2 \Leftrightarrow b=1 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}. \text{Vậy } \bar{z} = 1-i$$

Câu 34: Đáp án B

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có: $z^2 + |z|^2 = 0 \Leftrightarrow z^2 + z \cdot \bar{z} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ z=-\bar{z} \end{cases}$

Khi đó $\Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ a+bi = -a+bi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=0 \\ a=0 \end{cases}$. Vậy tập hợp các nghiệm là tập hợp mọi số ảo.

Câu 35: Đáp án A

Vì các tam giác ABC và ABD có cùng diện tích nên $\frac{V}{V'} = \frac{d(M, (ABCD))}{d(G, (ABCD))} = \frac{MC}{GC} = \frac{3}{2}$

Câu 36: Đáp án A

Theo đề ta có $\widehat{SCA} = 30^\circ$. $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$

Câu 37: Đáp án C

Gọi O là tâm của ABCD, ta có $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 1 = \frac{\sqrt{2}}{6}$

Câu 38: Đáp án A

Gọi D sao cho ABCD là hình bình hành và M là trung điểm CD. Ta có

$$d(AB, (SC)) = d(A, (SCD)) = x \text{ với } x \text{ được cho bởi } \frac{1}{x^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow x = a\sqrt{\frac{3}{7}}$$

Câu 39: Đáp án B

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC suy ra $SO \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của cạnh SA. Trong tam giác SAO kẻ đường trung trực của cạnh SA cắt cạnh SO tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp

hình chóp S.ABC có bán kính $R = IS = \frac{SA \cdot SM}{SO} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

Khi đó $S_{mc} = \frac{9\pi a^2}{2}$

Câu 40: Đáp án B

Ta chứng minh được MNPQ là hình vuông, suy ra cạnh tứ diện bằng 2, $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 41: Đáp án D

Ta có: $S_1 = 6a^2, S_2 = \pi a^2$ suy ra $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$

Câu 42: Đáp án D

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$. Gọi G là trung điểm

BC, ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow (SAM)$ là mặt phẳng trung trực của BC và SM là hình chiếu của

SB trên $(SAM) \Rightarrow \widehat{BSM} = 45^\circ \Rightarrow \Delta SBC$ vuông cân tại S. Ta có

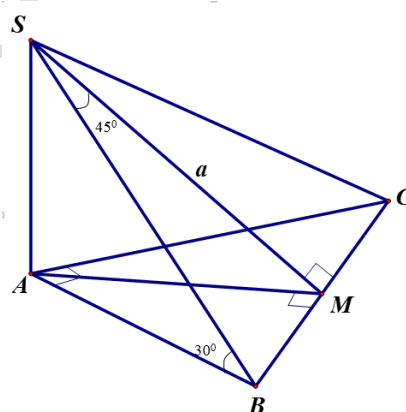
$SM \perp BC \Rightarrow d_{(B,SC)} = SM = a \Rightarrow SB = SC = a\sqrt{2}, BC = 2a$

Tam giác SBA vuông tại A, ta có $SA = SB \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Trong tam giác vuông SAM, ta có:

$$AM = \sqrt{SM^2 - SA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} BC \cdot AM \cdot SA = \frac{a^3}{6}$



Câu 43: Đáp án B

$$\vec{m} = (3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 - 4; 3 \cdot (-1) - 2 \cdot 0 + 1; 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 1) = (-4; -2; 3)$$

Câu 44: Đáp án B

Cần có $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-5) > 0$

Câu 45: Đáp án D

Đường thẳng (Δ) có VTCP $\vec{u} = (5; 1; 1)$. Gọi điểm $M(10; 2; -2) \in (\Delta)$. Ta có $\vec{AM} = (9; 4; -5)$ suy ra

$$\vec{AM} \wedge \vec{u} = (9; -34; -11)$$

$$d_{(A,(\Delta))} = \frac{|\overrightarrow{AM} \wedge \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{\frac{1358}{27}}$$

Câu 46: Đáp án A

Thay tọa độ từng đáp án vào và d chỉ có A thỏa mãn.

Câu 47: Đáp án B

Đường thẳng (Δ) có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của (Δ) trên mặt phẳng

(Oxy) nên $z = 0$ suy ra $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 48: Đáp án D

Tìm được $M(-1; -4; -5), N\left(-\frac{29}{9}; \frac{4}{9}; -\frac{5}{9}\right) \Rightarrow MN = \frac{20}{3}$

Câu 49: Đáp án D

Mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và có bán kính $R = 4$, và mặt phẳng cần tìm có dạng

$$(P): 4x + 3y - 12z + m = 0$$

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên $d_{(I,(P))} = R \Leftrightarrow \frac{|m - 26|}{13} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -26 \\ m = 78 \end{cases}$

Vật các mặt phẳng thỏa là: $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

Câu 50: Đáp án B

Gọi I là tâm của (S) và R là bán kính của (S), ta có: $R^2 = d^2(I; (P)) + 2^2 = d^2(I; (Q)) + r^2$

Nếu gọi $I(x; 0; 0)$ thì phương trình trên đưa tới $\left(\frac{x+1}{\sqrt{6}}\right)^2 - \left(\frac{2x-1}{\sqrt{6}}\right)^2 + 2^2 - r^2 = 0$

Cần chọn $r > 0$ sao cho phương trình bậc 2 này có nghiệm kép, tìm được $r = \sqrt{\frac{5}{2}}$