

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B. Khi đó độ dài AB là bao nhiêu ?

- A. $AB = 3$. B. $AB = 2\sqrt{2}$. C. $AB = 2$. D. $AB = 1$.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác đều.

- A. $m = 0$. B. $m = \sqrt[3]{3}$. C. $m = -\sqrt[3]{3}$. D. $m = \sqrt{3}$.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

- A. $m = 0$. B. $m < 0$. C. $m > 0$. D. $m > 3$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ có đồ thị là (C). Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang.

- A. $M_1(1; -1); M_2(7; 5)$. B. $M_1(1; 1); M_2(-7; 5)$.
C. $M_1(-1; 1); M_2(7; 5)$. D. $M_1(1; 1); M_2(7; -5)$.

Câu 11. Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi m^3$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

- A. 0,8m. B. 1,2m. C. 2m. D. 2,4m.

Câu 12. Cho số dương a, biểu thức $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a^5}$ viết dưới dạng hữu tỷ là:

- A. $a^{\frac{7}{3}}$. B. $a^{\frac{5}{7}}$. C. $a^{\frac{1}{6}}$. D. $a^{\frac{5}{3}}$.

Câu 13. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là:

- A. \mathbb{R} . B. $(0; +\infty]$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$.

Câu 14. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^{\frac{\pi}{2}}$ tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ bằng 1 là:

A. $y = \frac{\pi}{2}x + 1$. B. $y = \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2} + 1$. C. $y = \frac{\pi}{2}x - 1$. D. $y = \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2} - 1$.

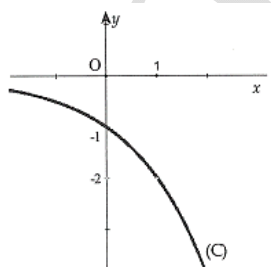
Câu 15. Cho hàm số $y = 2^x - 2x$. Khẳng định nào sau đây sai.

- A. Đồ thị hàm số luôn cắt trục tung.
- B. Đồ thị hàm số luôn cắt đường thẳng $y = 2$.
- C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất lớn hơn -1.
- D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log(x^3 - 3x + 2)$.

A. $D = (-2; 1)$. B. $D = (-2; +\infty)$. C. $D = (1; +\infty)$. D. $D = (-2; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 17. Đồ thị hình bên của hàm số nào:



- A. $y = -2^x$.
- B. $y = -3^x$.
- C. $y = x^2 - 1$.
- D. $y = 2^x - 3$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2^x}$

A. $y' = \frac{\ln 2(x-1) - 1}{(2^x)^2}$. B. $y' = \frac{x-2}{2^x}$. C. $y' = \frac{2-x}{2^x}$. D. $y' = \frac{\ln 2(x-1) - 1}{2^x}$.

Câu 19. Đặt $a = \log_3 5$; $b = \log_4 5$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 20$ theo a và b.

A. $\log_{15} 20 = \frac{a(1+a)}{b(a+b)}$. B. $\log_{15} 20 = \frac{b(1+a)}{a(1+b)}$.
C. $\log_{15} 20 = \frac{b(1+b)}{a(1+a)}$. D. $\log_{15} 20 = \frac{a(1+b)}{b(1+a)}$.

Câu 20. Cho các số thực a, b thỏa $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$.

B. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$.

C. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$.

D. $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$.

Câu 21. Ông Bách thanh toán tiền mua xe bằng các kỳ khoản năm: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua. Với lãi suất áp dụng là 8%. Hỏi giá trị chiếc xe ông Bách mua là bao nhiêu ?

- A. 32.412.582 đồng. B. 35.412.582 đồng. C. 33.412.582 đồng. D. 34.412.582 đồng.

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$.

A. $\int f(x) dx = (2x + 1)^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}(2x + 1)^2 + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}(2x + 1)^2 + C$.

D. $\int f(x) dx = 2(2x + 1)^2 + C$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln 4x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x}{4}(\ln 4x - 1) + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{x}{2}(\ln 4x - 1) + C$.

C. $\int f(x) dx = x(\ln 4x - 1) + C$.

D. $\int f(x) dx = 2x(\ln 4x - 1) + C$.

Câu 24. Khi một chiếc lò xo bị kéo căng thêm $x(m)$ so với độ dài tự nhiên là 0,15m của lò xo thì chiếc lò xo trở lại (chống lại) với một lực $f(x) = 800x$. Hãy tìm công W sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài từ 0,15m đến 0,18m.

- A. $W = 36 \cdot 10^{-2} J$. B. $W = 72 \cdot 10^{-2} J$. C. $W = 36 J$. D. $W = 72 J$.

Câu 25. Tìm a sao cho $I = \int_0^a x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx = 4$, chọn đáp án đúng

- A. 1. B. 0. C. 4. D. 2.

Câu 26. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ. Chọn kết quả đúng:

- A. $2 \ln \frac{3}{2} - 1$. B. $5 \ln \frac{3}{2} - 1$. C. $3 \ln \frac{3}{2} - 1$. D. $3 \ln \frac{5}{2} - 1$.

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$; $y = 2x^2 - 4x + 1$.

- A. 5. B. 4. C. 8. D. 10.

Câu 28. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{1 + \sqrt{4 - 3x}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{\pi}{6} \left(4 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$. B. $\frac{\pi}{4} \left(6 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$. C. $\frac{\pi}{6} \left(9 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$. D. $\frac{\pi}{9} \left(6 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$.

Câu 29. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 2 - 3i$. Tổng của hai số phức là

- A. $3 - i$. B. $3 + i$. C. $3 - 5i$. D. $3 + 5i$.

Câu 30. Môđun của số phức $z = \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i}$ là:

- A. 2. B. 3. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 31. Phần ảo của số phức z biết $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2 \cdot (1 - \sqrt{2}i)$ là:

- A. $\sqrt{2}$. B. $-\sqrt{2}$. C. 5. D. 3.

Câu 32. Cho số phức $z = 1 - \frac{1}{3}i$. Tính số phức $w = \bar{z} + 3z$.

- A. $w = \frac{8}{3}$. B. $w = \frac{10}{3}$. C. $w = \frac{8}{3} + i$. D. $w = \frac{10}{3} + i$.

Câu 33. Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Điều kiện giữa a, b, a', b' để $z \cdot z'$ là một số thực là:

- A. $aa' + bb' = 0$. B. $aa' - bb' = 0$. C. $ab' + a'b = 0$. D. $ab' - a'b = 0$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

- A. $I(0; 1)$. B. $I(0; -1)$. C. $I(-1; 0)$. D. $I(1; 0)$.

Câu 40. Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V (m^3)$, hệ số k cho trước (k - tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy). Gọi $x, y, h > 0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga. Hãy xác định $x, y, h > 0$ xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất.
 x, y, h lần lượt là

A. $x = 2\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}; y = \sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}; h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

B. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}; y = \sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}; h = 2\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

C. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}; y = 2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}; h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

D. $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}; y = 6\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}; h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

Câu 41. Cho hình đa diện đều loại $(4;3)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hình đa diện đều loại $(4;3)$ là hình lập phương.
- B. Hình đa diện đều loại $(4;3)$ là hình hộp chữ nhật.
- C. Hình đa diện đều loại $(4;3)$ thì mỗi mặt của hình đa diện là một tứ giác.
- D. Hình đa diện đều loại $(4;3)$ là hình tứ diện đều.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a, \widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo $B'C$ của mặt bên $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{24}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z = 2016$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (-2; -3; 4)$. B. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$. C. $\vec{n} = (-2; 3; -4)$. D. $\vec{n} = (2; 3; -4)$.

Câu 44. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-4; 5; -3)$ và $R = 7$. B. $I(4; -5; 3)$ và $R = 7$.
C. $I(-4; 5; -3)$ và $R = 1$. D. $I(4; -5; 3)$ và $R = 1$.

Câu 45. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 3y + z - 1 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến mặt phẳng (P).

A. $d = \frac{\sqrt{15}}{3}$. B. $d = \frac{\sqrt{12}}{3}$. C. $d = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. D. $d = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{2} = \frac{1-y}{m} = \frac{2-z}{3}$ và $(d_2): \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm tất cả giá trị thực của m để $(d_1) \perp (d_2)$.

A. $m = 5$. B. $m = 1$. C. $m = -5$. D. $m = -1$.

Câu 47. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-3; 2; -3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 có dạng:

A. $5x + 4y + z - 16 = 0$. B. $5x - 4y + z - 16 = 0$.
C. $5x - 4y - z - 16 = 0$. D. $5x - 4y + z + 16 = 0$.

Câu 48. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình

$d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$, $(P): x - 3y + 2z + 6 = 0$.

Phương trình hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 3 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = 2 - 8t \end{cases}$.

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho điểm $I(1;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 4 có phương trình là:

A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. **B.** $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$. **D.** $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$.

Câu 50. Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(1;-1;2)$ và vuông góc với

$mp(\beta): 2x + y + 3z - 19 = 0$ là:

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Đáp án

1-A	2-D	3-D	4-A	5-C	6-A	7-D	8-B	9-C	10-C
11-C	12-D	13-C	14-B	15-D	16-D	17-A	18-D	19-D	20-D
21-A	22-B	23-C	24-A	25-D	26-C	27-B	28-D	29-A	30-C
31-B	32-A	33-C	34-A	35-A	36-C	37-D	38-B	39-C	40-C
41-A	42-B	43-C	44-D	45-C	46-D	47-B	48-A	49-C	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đáp án A

$$y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Do đó hàm số luôn đồng biến trên tập xác định dẫn tới không có cực trị.

Câu 2. Đáp án D

$$y' = -4x^3 - 4x - 1 = -(2x-1)^2 \leq 0, \forall x$$

Do đó hàm số luôn nghịch biến trên tập xác định

Câu 3. Đáp án D

$$y' = 3x^2 \geq 0, \forall x$$

Nên hàm số $y = x^3 + 2$ luôn đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 4. Đáp án A

Dễ thấy hàm số $y = 4x - \frac{3}{x}$ bị gián đoạn tại $x = 1$

Câu 5. Đáp án C

Tập xác định $D = [-1; 1]$

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$, dấu đạo hàm phụ thuộc vào tử, ta thấy tử âm trên $(0; 1)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$

Câu 6. Đáp án A

Hàm số $y = \frac{x^2 - 5}{x + 3}$ xác định và liên tục trên $[0; 2]$

$$y = \frac{x^2 - 5}{x + 3} \Leftrightarrow y = x - 3 + \frac{4}{x + 3} \Rightarrow y' = 1 - \frac{4}{(x + 3)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \end{cases}$$

Ta có $y(0) = -\frac{5}{3}, y(2) = -\frac{1}{5}$. Vậy $\min_{x \in [0; 2]} y = -\frac{5}{3}$

Câu 7. Đáp án D

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 3x + 1 \Leftrightarrow (x-1)^3 = (x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

Khi đó tọa độ các giao điểm là: $A(1; -1), B(2; -1) \Rightarrow \overline{AB} = (1; 0)$. Vậy $AB = 1$

Câu 8. Đáp án B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = 4x^3 - 4mx, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2 = m(*) \end{cases}$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi (*)

có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m > 0$. Khi đó tọa độ các điểm cực trị là: $A(0; m^4 + 2m)$,
 $B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m), C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$

Theo YCBT, A, B, C lập thành tam giác đều $\Leftrightarrow \begin{cases} AB = AC \\ AB = BC \end{cases} \Leftrightarrow AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow m + m^4 = 4m$

$$\Leftrightarrow m(m^3 - 3) = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3} \text{ (vì } m > 0)$$

Câu 9. Đáp án C

Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$ có hai đường tiệm cận ngang khi và chỉ khi các giới hạn

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = a (a \in \mathbb{R}), \lim_{x \rightarrow -\infty} y = b (b \in \mathbb{R})$ tồn tại. Ta có:

+ với $m = 0$ ta nhận thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+ Với $m < 0$, khi đó hàm số có TXĐ $D = \left(-\sqrt[4]{-\frac{3}{m}}; \sqrt[4]{-\frac{3}{m}} \right)$, khi đó $\lim_{x \rightarrow +\infty} y, \lim_{x \rightarrow -\infty} y$ không tồn tại suy ra đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

+ Với $m > 0$, khi đó hàm số có TXĐ $D = \mathbb{R}$ suy ra $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{2}{x^2}\right)}{x^2 \sqrt{m + \frac{3}{x^2}}}, \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{2}{x^2}}{x^2 \sqrt{m + \frac{3}{x^4}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$ suy ra

đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang.

Vậy $m > 0$ thỏa YCBT.

Câu 10. Đáp án C

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng: $\Delta_1 : x - 3 = 0$ và tiệm cận ngang $\Delta_2 : y - 3 = 0$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ với $y_0 = \frac{3x_0 - 1}{x_0 - 3}$ ($x_0 \neq 3$). Ta có:

$$d(M, \Delta_1) = 2.d(M, \Delta_2) \Leftrightarrow |x_0 - 3| = 2.|y_0 - 3|$$

$$\Leftrightarrow |x_0 - 3| = 2.\left|\frac{3x_0 - 1}{x_0 - 3} - 3\right| \Leftrightarrow (x_0 - 3)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 7 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn đề bài là $M_1(-1; 1)$ và $M_2(7; 5)$

Câu 11. Đáp án C

Gọi $x(m)$ là bán kính của hình trụ ($x > 0$). Ta có: $V = \pi x^2 . h \Leftrightarrow h = \frac{16}{r^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S(x) = 2\pi x^2 + 2\pi x h = 2\pi x^2 + \frac{32\pi}{x}, (x > 0)$

Khi đó: $S'(x) = 4\pi x - \frac{32\pi}{x^2}$, cho $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2(m)$ nghĩa là bán kính là $2m$

Câu 12. Đáp án D

$$a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{5}{6}} = a^{\frac{5}{3}}$$

Câu 13. Đáp án C

Điều kiện xác định: $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$

Câu 14. Đáp án B

Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Trong đó: $y' = \frac{\pi}{2} x^{\frac{\pi}{2} - 1}$

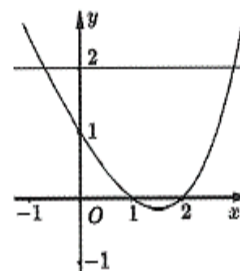
$$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1; y'(1) = \frac{\pi}{2}$$

Câu 15. Đáp án D

Ta biểu diễn hàm số đã cho trên mặt phẳng tọa độ

Tọa độ các điểm đặc biệt

x	-1	0	1	2	3
y	$\frac{5}{2}$	1	0	0	2



Dựa vào đồ thị ta thấy đáp án D sai.

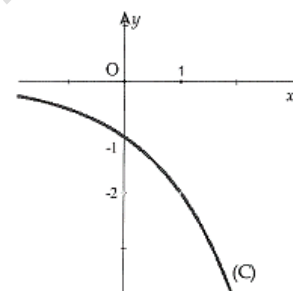
Câu 16. Đáp án D

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x > -2 \end{cases}$

Câu 17. Đáp án A

Đồ thị đi qua các điểm $(0; -1), (1; -2)$ chỉ có A, C thỏa mãn.

Tuy nhiên đồ thị nhận Ox làm tiếp cận nên đáp án là A.



Câu 18. Đáp án D

$$y = \frac{1-x}{2^x} \Rightarrow y' = \frac{(1-x)' \cdot 2^x - (2^x)' \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{\ln 2(x-1) - 1}{2^x}$$

Câu 19. Đáp án D

Ta có: $\log_{15} 20 = \frac{\log_3 20}{\log_3 15} = \frac{\log_3 4 + \log_3 5}{1 + \log_3 5} = \frac{a(1+b)}{b(1+a)}$

Câu 20. Đáp án D

Chỉ cần cho $a = 2, b = 3$ rồi dùng MTCT kiểm tra từng đáp án.

Câu 21. Đáp án A

Kỳ khoản đầu thanh toán 1 năm sau ngày mua là 5.000.000 đồng, qua năm 2 sẽ thanh toán 6.000.000 đồng, năm 3: 10.000.000 đồng và năm 4: 20.000.000 đồng. Các khoản tiền này đã có lãi trong đó. Do đó giá trị chiếc xe phải bằng tổng các khoản tiền lúc chưa có lãi. Gọi V_0 là tiền ban đầu mua chiếc xe. Giá trị của chiếc xe là:

$$V_0 = 5.1,08^{-1} + 6.1,08^{-2} + 10.1,08^{-3} + 20.1,08^{-4} = 32.412.582 \text{ đồng}$$

Câu 22. Đáp án B

$$\int f(x)dx = \int (2x+1)dx = \frac{1}{4}(2x+1)^2 + C$$

Câu 23. Đáp án C

$$\int f(x)dx = \int \ln 4x \cdot dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln 4x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = x \end{cases} \cdot \text{ Khi đó } \int f(x)dx = x \cdot \ln 4x - \int dx = x(\ln 4x - 1) + C$$

Câu 24. Đáp án A

Công được sinh ra khi kéo căng lò xo từ 0,15m đến 0,18m là:

$$W = \int_0^{0,03} 800x dx = 400x^2 \Big|_0^{0,03} = 36 \cdot 10^{-2} J$$

Chú ý: Nếu lực là một giá trị biến thiên (như nén lò xo) và được xác định bởi hàm $F(x)$ thì công sinh

ra theo trục Ox từ a tới b là $A = \int_a^b F(x)dx$

Câu 25. Đáp án D

$$\text{Ta có: } I = \int_0^a x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx \cdot \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{\frac{x}{2}} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = 2 \cdot e^{\frac{x}{2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = 2x \cdot e^{\frac{x}{2}} \Big|_0^a - 2 \int_0^a e^{\frac{x}{2}} dx = 2ae^{\frac{a}{2}} - 4 \cdot e^{\frac{x}{2}} \Big|_0^a = 2(a-2)e^{\frac{a}{2}} + 4$$

$$\text{Theo đề ra ta có: } I = 4 \Leftrightarrow 2(a-2)e^{\frac{a}{2}} + 4 = 4 \Leftrightarrow a = 2$$

Câu 26. Đáp án C

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } y = \frac{x+1}{x-2} = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$S = \int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx = \left| \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x-2} dx \right| = \left| \int_{-1}^0 \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx \right| = \left| (x + 3 \ln |x-2|) \Big|_{-1}^0 \right| = \left| 1 + 3 \ln \frac{2}{3} \right| = 3 \ln \frac{3}{2} - 1$$

Câu 27. Đáp án B

Phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2$$

Diện tích cần tìm là:

$$S = \int_0^2 \left| (-x^2 + 2x + 1) - (2x^2 - 4x + 1) \right| dx = \int_0^2 |3x^2 - 6x| dx = \left| \int_0^2 (3x^2 - 6x) dx \right|$$
$$= \left| \int_0^2 (3x^2 - 6x) dx \right| = \left| (x^3 - 3x^2) \Big|_0^2 \right| = |2^3 - 3 \cdot 2^2| = |8 - 12| = 4$$

Câu 28. Đáp án D

Thể tích cần tìm: $V = \pi \int_0^1 \frac{dx}{(1 + \sqrt{4 - 3x})^2}$

Đặt $t = \sqrt{4 - 3x} \Rightarrow dt = -\frac{3}{2\sqrt{4 - 3x}} dx \Leftrightarrow dx = -\frac{2}{3} t dt$ ($x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1$)

Khi đó: $V = \frac{2\pi}{3} \int_1^2 \frac{t}{(1+t)^2} dt = \frac{2\pi}{3} \int_1^2 \left(\frac{1}{1+t} - \frac{1}{(1+t)^2} \right) dt = \frac{2\pi}{3} \left(\ln|1+t| + \frac{1}{1+t} \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi}{9} \left(6 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$

Câu 29. Đáp án A

$$z_1 + z_2 = 1 + 2i + 2 - 3i = 3 - i$$

Câu 30. Đáp án C

Mô đun của số phức $z = \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i} = 1 - i \Rightarrow |z| = \sqrt{2}$

Câu 31. Đáp án B

$$\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2 \cdot (1 - \sqrt{2}i) = 5 + \sqrt{2}i \Rightarrow z = 5 - \sqrt{2}i$$

Vậy phần ảo của z là: $-\sqrt{2}$

Câu 32. Đáp án A

$$z = 1 - \frac{1}{3}i \Rightarrow \begin{cases} i\bar{z} = -\frac{1}{3} + i \\ 3z = 3 - i \end{cases} \Rightarrow w = \frac{8}{3}$$

Câu 33. Đáp án C

$$z \cdot z' = (a + bi)(a' + b'i) = aa' - bb' + (ab' + a'b)i$$

$z \cdot z'$ là số thực khi $ab' + a'b = 0$

Câu 34. Đáp án A

Đặt $w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ suy ra $\bar{z} = x + (y-1)i \Rightarrow z = x - (y-1)i$. Theo đề suy ra

$$|x - (y-1)i| = 3 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 9$$

Vậy tập số phức cần tìm nằm trên đường tròn có tâm $I(0;1)$

Câu 35. Đáp án A

Theo bài ra ta có, $SA \perp (ABCD)$, nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABCD).

$$\Rightarrow \left[\widehat{SC, (ABCD)} \right] = \left(\widehat{SC, AC} \right) = \widehat{SCA} = 60^\circ$$

Xét ΔABC vuông tại B, có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$

Xét ΔSAC vuông tại A, có $(SA \perp (ABCD)) \Rightarrow SA \perp AC$

$$\text{Ta có: } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a$$

Vậy thể tích hình chóp S.ABCD là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a \cdot a\sqrt{2} = a^3 \sqrt{2}$$

Câu 36. Đáp án C

Dễ nhận biết khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ là khối mười hai mặt đều.

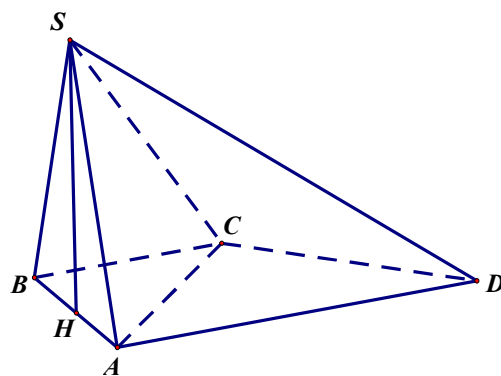
Câu 37. Đáp án D

Ta chứng minh được tam giác ACD vuông cân tại C và

$$CA = CD = a\sqrt{2}, \text{ suy ra } S_{\Delta ACD} = a^2$$

Gọi H là trung điểm của AB vì tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, suy ra $SH \perp (ABCD)$

$$\text{và } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy } S_{S.ACD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$



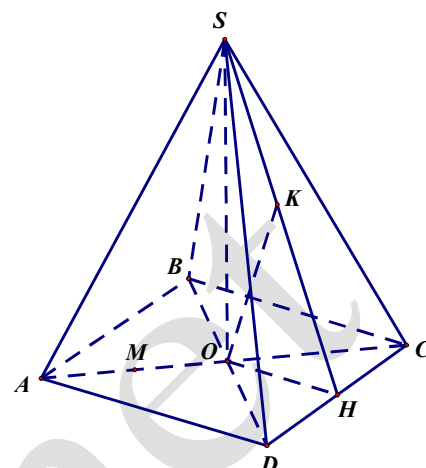
Câu 38. Đáp án B

Kẻ $OH \perp CD (H \in CD)$, kẻ $OK \perp SH (K \in SH)$. Ta chứng minh được rằng $OK \perp (SCD)$

$$\text{Vì } \frac{MO}{MC} = \frac{3}{2} \Rightarrow d_{(M,(SCD))} = \frac{3}{2}d_{(O,(SCD))} = \frac{3}{2}OK$$

Trong tam giác SOH ta có: $OK = \sqrt{\frac{OH^2 \cdot OS^2}{OH^2 + OS^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

Vậy $d_{(M,(SCD))} = \frac{3}{2}OK = \frac{a\sqrt{6}}{4}$



Câu 39. Đáp án C

Gọi H, M, I lần lượt là trung điểm các đoạn AB, AC, AM

Theo giả thiết, $A'H \perp (ABC)$, $BM \perp AC$. Do IH là đường trung bình tam giác ABM nên $IH // BM \Rightarrow IH \perp AC$

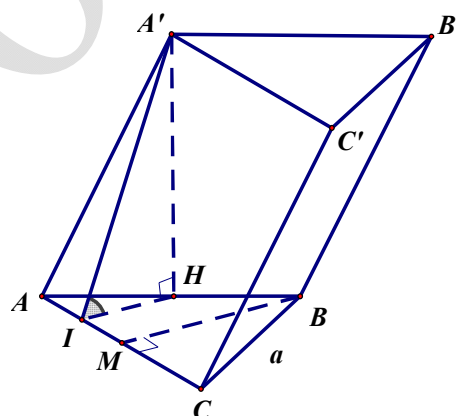
Ta có: $AC \perp IH, AC \perp A'H \Rightarrow AC \perp IA'$

Suy ra góc giữa (ABC) và $(ACC'A')$ là $\widehat{A'IH} = 45^\circ$

$$A'H = IH \cdot \tan 45^\circ = IH = \frac{1}{2}MB = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Thể tích lăng trụ là:

$$V = B \cdot h = \frac{1}{2}BM \cdot AC \cdot A'H = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$$



Câu 40. Đáp án C

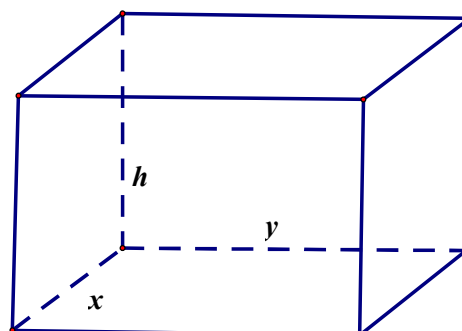
Gọi $x, y, h (x, y, h > 0)$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga.

Ta có: $k = \frac{h}{x} \Leftrightarrow h = kx$ và $V = xyh \Leftrightarrow y = \frac{V}{xh} = \frac{V}{kx^2}$.

Nên diện tích toàn phần của hố ga là:

$$S = xy + 2yh + 2xh = \frac{(2k+1)V}{kx} + 2kx^2$$

Áp dụng đạo hàm ta có S nhỏ nhất khi $x = \sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$



Khi đó $y = 2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}}, h = \sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$

Câu 41. Đáp án A

Hình đa diện đều loại $(m;n)$ với $m > 2, n > 2$ và $m, n \in \mathbb{N}$, thì mỗi mặt là một đa giác đều m cạnh, mỗi đỉnh là điểm chung của n mặt.

Câu 42. Đáp án B

Vì $A'B' \perp (ACC')$ suy ra $\widehat{B'CA'} = 30^\circ$ chính là góc tạo bởi đường chéo BC' của mặt bên $(BB'C'C)$ và mặt phẳng

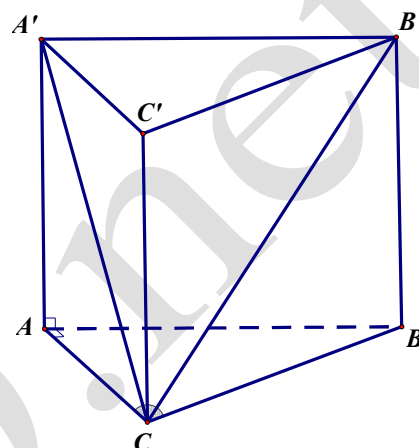
$(AA'C'C)$. Trong tam giác ABC ta có $AB = AC \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Mà $AB = A'B' \Rightarrow A'B' = a\sqrt{3}$

Trong tam giác vuông $A'B'C'$ ta có: $A'C' = \frac{A'B'}{\tan 30^\circ} = 3a$.

Trong tam giác vuông $A'AC$ ta có: $AA' = \sqrt{A'C'^2 - AC^2} = 2a\sqrt{2}$

Vậy $V_{LT} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^3\sqrt{6}$



Câu 43. Đáp án C

Nếu mặt phẳng có dạng $ax + by + cz + d = 0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là $(a; b; c)$, như vậy ở đây một vectơ pháp tuyến là $(2; -3; 4)$, vectơ ở đáp án C là $\vec{n} = (-2; 3; -4)$ song song với $(2; -3; 4)$. Nên cũng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng này.

Chú ý: Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là vectơ có phương vuông góc với mặt phẳng đó.

Câu 44. Đáp án D

Phương trình mặt cầu được viết lại $(S): (x-4)^2 + (y+5)^2 + (z-3)^2 = 1$, nên tâm và bán kính cần tìm là $I(4; -5; 3)$ và $R = 1$

Câu 45. Đáp án C

$$d = \frac{|1-6+1-1|}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

Câu 46. Đáp án D

Đường thẳng $(d_1), (d_2)$ lần lượt có vectơ chỉ phương là:

$$\vec{u}_1 = (2; -m; -3) \text{ và } \vec{u}_2 = (1; 1; 1), (d_1) \perp (d_2) \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow m = -1$$

Câu 47. Đáp án B

d_1 đi qua điểm $M_1(1; -2; 3)$ và có vtctp $\vec{u}_1 = (1; 1; -1)$

d_2 đi qua điểm $M_2(3; 1; 5)$ và có vtctp $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$

$$\text{ta có } [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 3 \end{array} ; \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \middle| \begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{array} ; \begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) = (5; -4; 1) \text{ và } \overrightarrow{M_1M_2} = (2; 3; 2)$$

suy ra $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 5 \cdot 2 - 4 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 0$, do đó d_1 và d_2 cắt nhau

Mặt phẳng (P) chứa d_1 và d_2 .

Điểm trên (P) $M_1(1; -2; 3)$

$$\text{Vtpt của (P): } \vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; -4; 1)$$

$$\text{Vậy, PTTQ của mp(P) là: } 5(x-1) - 4(y+2) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + z - 16 = 0$$

Câu 48. Đáp án A

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P)

$$(Q) \text{ có vectơ pháp tuyến } \vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{u}_P] = (-1; -5; -7)$$

Đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P) chính là giao tuyến của (P) và (Q). Do đó.

Điểm trên Δ : $A(1; 1; -2)$

Vectơ chỉ phương của Δ :

$$\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = \left(\begin{array}{cc|c} -3 & 2 & 2 \\ -5 & -7 & -7 \end{array} ; \begin{array}{c} 2 \\ -1 \end{array} \middle| \begin{array}{cc|c} 1 & -3 & 1 \\ -1 & -5 & -5 \end{array} ; \begin{array}{c} 1 \\ -1 \end{array} \right) = (31; 5; -8)$$

$$\text{PTTS của } \Delta : \begin{cases} x = 1 + 31t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 8t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Câu 49. Đáp án C

Giả sử mặt cầu (S) cắt Δ tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 4 \Rightarrow$ (S) có bán kính $R = IA$

Gọi H là trung điểm đoạn AB, khi đó: $IH \perp AB \Rightarrow \Delta IHA$ vuông tại H

Ta có, $HA = 2; IH = d(I, \Delta) = \sqrt{5}$

$$R = IA^2 = IH^2 + HA^2 = (\sqrt{5})^2 + 2^2 = 9$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là:

$$(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$$

Câu 50. Đáp án A.

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta): 2x + y + 3z - 19 = 0$ là

$$\vec{n} = (2; 1; 3)$$

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (β) là đường thẳng nhận \vec{n} làm vectơ chỉ phương. Kết hợp với đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ ta có phương trình chính tắc của đường thẳng cần tìm là:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$$

