

ĐỀ SỐ 20 (đề thử sức số 4) Đề thi gồm 06 trang ★★★★★	BỘ ĐỀ THI THPT QUỐC GIA CHUẨN CẤU TRÚC BỘ GIÁO DỤC Môn: Toán học Thời gian làm bài: 50 phút, không kể thời gian phát đề
--	---

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	-	0	+	0
y	$+\infty$		1	$-\infty$

$-\frac{1}{3}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
- B. Hàm số có GTLN bằng 1, GTNN bằng $-\frac{1}{3}$
- C. Hàm số có hai điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 3: Nếu $x = -1$ điểm cực tiểu của hàm số: $f(x) = \frac{(m-1)x^3}{3} + \frac{(3m-x)x^2}{2} + m^2x + 6$ thì giá trị của m là:

- A. 1 B. $(0; +\infty)$ C. $(-\infty; 3)$ D. -1

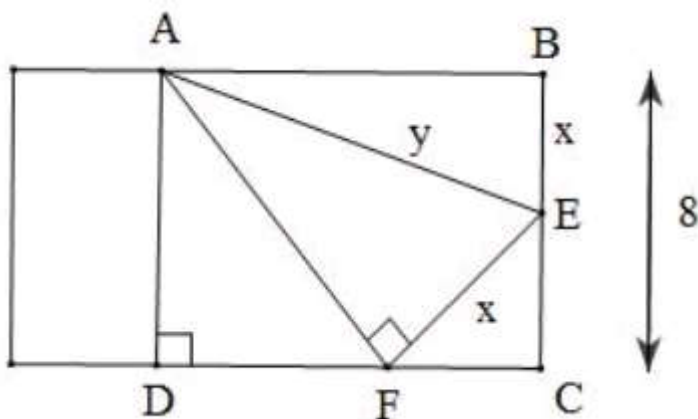
Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$. Tìm tất cả giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$

- A. $-2 < m \leq -1$ B. $-2 \leq m < -1$ C. $-1,5 < m \leq -1$ D. $-2 \leq m$

Câu 5: Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 0)$ D. $(-1; 1)$

Câu 6: Cho một tờ giấy hình chữ nhật với chiều dài 12cm và chiều rộng 8cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho sau khi gấp, đỉnh của góc đó chạm đáy dưới như hình vẽ. Để độ dài nếp gấp là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?



- A. $6\sqrt{5}$ B. $6\sqrt{2}$ C. 6 D. $6\sqrt{3}$

Câu 7: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là điểm nào trong các điểm có tọa độ dưới đây?

- A. $(1; 2)$ B. $(1; -1)$ C. $(-1; 10)$ D. $(1; 5)$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua $A(0; 2)$ có hệ số góc m cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của đồ thị?

- A. $m \geq 0$ B. $m > 0$ C. $m < -5$ D. $m > 0$ hoặc $m < -5$

Câu 9: Hàm số $y = x\sqrt{3} - 2\sin x$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0; 2\pi]$ tại x bằng:

- A. 0 B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. π

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{-x^2+2x-5}{x-1}$ có đồ thị là (C). Hỏi trên đồ thị (C) có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 5

Câu 11: Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là 384cm^2 . Lề trên, lề dưới là 3cm; lề phải, lề trái là 2cm. Khi đó chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là:

- A. 24cm, 25cm B. 15cm, 40cm C. 20cm, 30cm D. 22,2cm, 27cm

Câu 12: Hàm số $y = \sqrt{1+7^x}$ có đạo hàm là:

A. $y' = \frac{7^x \ln 7}{2\sqrt{1+7^x}}$ B. $y' = \frac{7^x \ln 7}{\sqrt{1+7^x}}$ C. $y' = \frac{7^x}{2\sqrt{1+7^x}}$ D. $y' = \frac{7^x}{\sqrt{1+7^x} \cdot \ln 3}$

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $(x^2 + 1)^x$

A. $e^{x \ln(x^2+1)} \left[\ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right]$ B. $e^{\ln(x^2+1)} \left[\ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right] 2$

C. $e^{x \ln(x^2+1)} \left[x \ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right]$ D. $e^{x \ln(x^2+1)} \left[\ln(x^2 + 1) + \frac{x^2}{x^2 + 1} \right]$

Câu 14: Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiền tiết kiệm như nhau hàng năm gần nhất với giá trị nào sau đây, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

- A. 253,5 triệu. B. 251 triệu. C. 253 triệu. D. 252,5 triệu.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} - \frac{9}{4}}$

- A. $[0; 3]$ B. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$ C. $[1; 2]$ D. $[-1; 2]$

Câu 16: Cho $a = \log_{27} 5$; $b = \log_8 7$; $c = \log_2 3$. Khi đó $\log_6 35$ được biểu diễn là:

A. $\frac{3(b+ac)}{a+c}$ B. $\frac{2(b+ac)}{1+c}$ C. $\frac{b+ac}{1+c}$ D. $\frac{b+ac}{2(1+c)}$

Câu 17: Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_{\sqrt[3]{a}}(a^2 \sqrt{b}) = 6 + \frac{3}{2} \log_a b$ B. $\log_{\sqrt[3]{a}}(a^2 \sqrt{b}) = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \log_a b$

C. $\log_{\sqrt[3]{a}}(a^2 \sqrt{b}) = \frac{3}{2} \log_a b$ D. $\log_{\sqrt[3]{a}}(a^2 \sqrt{b}) = \frac{1}{6} \log_a b$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = \ln(\ln(5 - x^2))$

- A. $(5; +\infty)$ B. $(-\infty; 5)$ C. $[-2; 2]$ D. $(-2; 2)$

Câu 19: Bất phương trình $\log_x(x^3 + 1) \log_{x+1} x > 2$ có tập nghiệm là:

- A. $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$ B. $(3; +\infty)$ C. $(-1; 0)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 20: Phương trình $x^{-\log_2^3 x + 3 \log_2^2 x - 2 \log_2 x - 1} = \frac{1}{x}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. Vô nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 3 nghiệm.

Câu 21: Biết thể tích khí CO₂ năm 1998 là $V(m^3)$. 10 năm tiếp theo, mỗi năm thể tích CO₂ tăng m%. 10 năm tiếp theo nữa, thể tích CO₂ mỗi năm tăng n%. Tính thể tích CO₂ năm 2016 ?

- A. $V \frac{(100+m)^{10} (100+n)^{10}}{10^{40}}$ B. $V \frac{(100+m)^{10} (100+n)^8}{10^{36}}$
C. $V \frac{(100+m)^{10} (100+n)^{10}}{10^{36}}$ D. $V \frac{(100+m)^{10} (100+n)^8}{10^{20}}$

Câu 22: Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x \sin 2x$ thì:

- A. $F(x) = \frac{\sin 3x}{6} - \frac{\cos 7x}{14} + C$ B. $F(x) = \frac{\sin 3x}{6} - \frac{\sin 7x}{14} + C$
C. $F(x) = \frac{\cos 3x}{6} + \frac{\cos 7x}{14} + C$ D. $F(x) = \frac{\cos 3x}{6} - \frac{\cos 7x}{14} + C$

Câu 23: Kí hiệu (H) là hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Khi đó thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

- A. $V = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$ B. $V = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x))^2 dx$
C. $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$ D. $V = \pi \int_a^b (g^2(x) - f^2(x)) dx$

Câu 24: Tích phân $\int_1^e \ln x dx$

- A. $e-1$ B. 1 C. 2 D. $e+1$

Câu 25: Tính đạo hàm của hàm số sau: $F(x) = \int_1^{\sqrt{x}} \sin t^2 dt$ ($x > 0$)

- A. $F'(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$ B. $F'(x) = \frac{\sin x}{2\sqrt{x}}$ C. $F'(x) = \frac{2 \sin x}{\sqrt{x}}$ D. $F'(x) = \sin \sqrt{x}$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y = -x^2 + 3x + 3$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 1$ là:

- A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{13}{3}$ C. $\frac{19}{6}$ D. 11

Câu 27: Tìm các số a, b để hàm số $f(x) = a \sin \pi x + b$ thỏa mãn: $f(1) = 2$ và $\int_0^1 f(x) dx = 4$

- A. $a = \pi, b = 2$ B. $a = -\pi, b = 2$ C. $a = \frac{\pi}{2}, b = 2$ D. $a = -\frac{\pi}{2}, b = 2$

Câu 28: cho $z_1 = (4 \cos^3 a - i4 \sin^3 a), z_2 = (-3 \cos a + i3 \sin a), a \in \mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $|z_1 + z_2| = -i^2$ B. $|z_1 + z_2| = 3$ C. $|z_1 + z_2| = 4$ D. $|z_1 + z_2| = 7$

Câu 29: Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} , biết rằng $z = (1 + 2i)(-2 + i)$.

Phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} lần lượt là:

- A. $-4; -3$ B. $-4; 3$ C. $4; -3$ D. $4; 3$

Câu 30: Tìm nghiệm phức của phương trình: $x^2 + 2x + 2 = 0$

- A. $x_1 = 1 - i; x_2 = 1 + i$ B. $x_1 = -1 - i; x_2 = -1 + i$
C. $x_1 = -2 - i; x_2 = -2 + i$ D. $x_1 = 2 - i; x_2 = 2 + i$

Câu 31: Kí hiệu z_1, z_2 (qui ước: z_1 là số phức có phần ảo lớn hơn) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} z \cdot \bar{z} = 1 \\ |z^2 + 2\bar{z} - 1| = \sqrt{\frac{8}{27}} \end{cases} \text{ . Khi đó } 3z_1 + 6z_2 \text{ bằng:}$$

- A. $6 + \sqrt{5}i$ B. $-6 + \sqrt{5}i$ C. $-6 - \sqrt{5}i$ D. $6 - \sqrt{5}i$

Câu 32: Tìm cặp số thực x, y thỏa mãn: $x + 2y + (2x - y)i = 2x + y + (x + 2y)i$

- A. $x = y = 0$ B. $x = y = \frac{1}{2}$ C. $x = \frac{1}{3}; y = \frac{2}{3}$ D. $x = -\frac{1}{3}; y = -\frac{2}{3}$

Câu 33: Số phức $z = 4 - 3i$ có mô đun bằng:

- A. 25 B. 5 C. 7 D. $\sqrt{7}$

Câu 34: Tìm các số thực a, b, c để phương trình (ẩn z) $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ và $z = 2$ làm nghiệm.

- A. $a = -4, b = 6, c = -3$ B. $a = -4, b = 6, c = -4$
C. $a = -4, b = -6, c = -4$ D. $a = -4, b = 5, c = -4$

Câu 35: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = BC = a$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

D. $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 36: Cho hình lăng trụ ABCDA' B' C' D' có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Các cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Đỉnh A' cách đều các đỉnh A, B, C, D. Trong các số dưới đây, số nào ghi giá trị thể tích của hình lăng trụ nói trên?

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 37: Thể tích hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{9}$

B. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{18}$

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{18}$

D. $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{27}$

Câu 38: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có các kích thước a, 2a, 4a (a > 0) là:

A. $21\pi a^2$

B. $843\pi a^2$

C. $7\pi a^2$

D. $\frac{21}{4}\pi a^2$

Câu 39: Cho tam giác ABC vuông tại A với AC = 3a, AB = 4a. Cho tam giác này quay quanh đường thẳng BC, thể tích vật thể tròn xoay sinh ra là:

A. $\frac{84\pi a^2}{15}$

B. $\frac{120\pi a^2}{27}$

C. $\frac{144\pi a^2}{15}$

D. $\frac{84\pi a^2}{25}$

Câu 40: Cho hình trụ T có bán kính đáy R, trục OO' bằng 2R và mặt cầu (S) đường kính OO'. Tỉ số diện tích mặt cầu và diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

Câu 41: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và cạnh đáy là 60° . Hỏi diện tích mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với các cạnh bên bằng bao nhiêu? (O là tâm mặt đáy):

A. $\frac{2\pi a^2}{3}$

B. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$

D. πa^2

Câu 42: Ông Bình muốn thiết kế mái cho một xưởng may có diện tích 20000 m² có hai đề án như sau:

- Công ty A thiết kế dạng hình vuông với mái là hình chóp tứ giác đều có chiều cao bằng 70m.
- Công ty B thiết kế dạng hình tròn với mái là nửa mặt cầu úp xuống.

Hỏi thiết kế của công ty A giúp tiết kiệm diện tích mái hơn bao nhiêu m²?

A. 11857 m²

B. 20000 m²

C. 9000 m²

D. 5000 m²

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho ba mặt phẳng (P): $2x + y + z + 3 = 0$,

(Q): $x - y - z - 1 = 0$, (R): $y - z + 2 = 0$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Không có điểm nào cùng thuộc ba mặt phẳng trên.
- B. $(P) \perp (Q)$
- C. $(Q) \perp (R)$
- D. $(P) \perp (R)$

Câu 44: Cho ba điểm $A(3;1;0), B(0;-1;0), C(0;0;-6)$. Nếu tam giác $A'B'C'$ thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ thì có tọa độ trọng tâm là:

- A. $(1;0;-2)$
- B. $(2;-3;0)$
- C. $(3;-2;0)$
- D. $(3;-2;1)$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho $A(0;0;a), B(b;0;0), C(0;c;0)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a.b.c \neq 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
- B. $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} + \frac{z}{c} = 1$
- C. $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1$
- D. $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$

Câu 46: Số đo góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z + 1 = 0$ và $(\beta): \sqrt{3}x - \sqrt{3}y + 5 = 0$ là:

- A. $\frac{\pi}{4}$
- B. $\frac{\pi}{6}$
- C. $\frac{\pi}{3}$
- D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Hãy xác định tâm I của mặt cầu có phương trình: $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 8x - 4y + 12z - 100 = 0$

- A. $I(4;-2;6)$
- B. $I(-4;2;-6)$
- C. $I(2;-1;3)$
- D. $I(-2;1;-3)$

Câu 48: Khoảng cách từ $M(2;1;-1)$ đến đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ là:

- A. $\sqrt{15}$
- B. 3
- C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$
- D. 1

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$ tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 8 = 0$. Tìm tọa độ điểm M của (P) và (S).

- A. $M(3;1;2)$
- B. $M(1;-2;1)$
- C. $M(-1;-5;0)$
- D. $M(-3;-8;-1)$

Câu 50: Bán kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 10z + 5 = 0$ là:

- A. 5
- B. 6
- C. 4
- D. 9

Đáp án

1-C	2-D	3-A	4-A	5-B	6-D	7-D	8-B	9-B	10-C
11-C	12-C	13-A	14-D	15-C	16-A	17-A	18-D	19-A	20-D
21-B	22-B	23-C	24-B	25-B	26-B	27-A	28-A	29-B	30-B
31-D	32-A	33-B	34-B	35-B	36-D	37-D	38-C	39-C	40-C
41-D	42-A	43-A	44-A	45-C	46-A	47-D	48-D	49-D	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Nhận thấy hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = 3$, giá trị cực đại bằng 1 và đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 1$, giá trị cực tiểu bằng $-\frac{1}{3}$.

Câu 2: Đáp án D

$$y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-1}} \quad \text{TXĐ: } D = (-\infty; 1) \cup (1; \infty).$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ suy ra đường thẳng $y = -2$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2$ suy ra đường thẳng $y = 2$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ suy ra đường thẳng $x = 1$ là TCN của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có tổng cộng 4 đường tiệm cận.

Câu 3: Đáp án A

$$\text{Ta có: } f'(x) = (m-1)x^2 + (3m-2)x + m^2; \quad f''(x) = 2(m-1)x + 3m - 2$$

Với $m = 1$ ta có $f'(x) = x + 1, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1, f''(-1) > 0$. Nên nhận $m = 1$.

Với $m \neq 1, x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số suy ra

$$f'(-1) = 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1(VL). \text{ Vậy } m = 1 \text{ thỏa.}$$

Câu 4: Đáp án A

$$\text{Hàm số } y = \frac{mx+4}{x+m} \text{ có TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$$

$y' = \frac{m^2 - 4}{(x + m)^2}$ hàm số nghịch biến khi $y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$. Khi đó hàm số nghịch biến

trên các khoảng $(-\infty; -m)$ và $(-m; +\infty)$. Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $1 \leq -m \Leftrightarrow m \leq -1$.
 . Vậy $-2 < m \leq -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5: Đáp án B

$y' = 4x(x^2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$ do đó đáp B là đúng nhất.

Câu 6: Đáp án D

Đặt $EF = x, EC = 8 - x \Rightarrow FC = \sqrt{x^2 - (8 - x)^2} = \sqrt{16x - 64}$

Ta có $\triangle ADF \sim \triangle FCE (g.g) \Rightarrow \frac{EF}{AF} = \frac{CF}{AD}$

$$AF = \frac{EF \cdot AD}{FC} = \frac{8x}{\sqrt{16x - 64}}$$

$$y = AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \sqrt{\frac{64x^2}{16x - 64} + x^2} = \sqrt{\frac{16x^3}{16x - 64}}$$

$$f(x) = \frac{16x^3}{16x - 64} \quad x \in (0; 8)$$

$$f'(x) = \frac{48x^2(16x - 64) - 16 \cdot 16x^3}{(16x - 64)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 768x^3 - 3072x^2 - 256x^3 = 0 \Leftrightarrow 512x^3 - 3072x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

BBT:

x	0	6	8	
$f'(x)$	-	0	+	
$f(x)$		↘ 108 ↗		

$$y = \sqrt{f(x)} \Rightarrow y_{\min} = \sqrt{f_{\min}} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

Câu 7: Đáp án D

Xét hàm số $y = \frac{5x + 1}{x - 1}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{5x+1}{x-1} = +\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x-1} = 5$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 5$

Giao của hai đường tiệm cận là $I(1; 5)$

Câu 8: Đáp án B

Đường thẳng (d) đi qua $A(0; 2)$ có phương trình là: $y = mx + 2$

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-2} = mx + 2 (x \neq 2)$

$\Leftrightarrow f(x) = mx^2 - 2mx - 5 = 0$, ta có $\Delta' = m^2 + 5m$. Để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2

nhánh của đồ thị (C) thì:
$$\begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + 5m > 0 \Leftrightarrow m > 0 \\ m.f(2) < 0 \end{cases}$$

Câu 9: Đáp án B

Sử dụng MTCT thay các giá trị của đáp án vào ta được

$y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{6}\right) \approx -0,621, y\left(\frac{\pi}{3}\right) \approx 0,081, y(\pi) \approx 5,568, y(2\pi) = 2\pi\sqrt{3}$

Rõ ràng giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt tại $x = \frac{\pi}{6}$

Câu 10: Đáp án C

Ta có: $y = \frac{-x^2 + 2x - 5}{x-1} = -x + 1 - \frac{4}{x-1}$. Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ suy ra $y_0 = -x_0 + 1 - \frac{4}{x_0-1}$, ta có

$$x_0, y_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{4}{x_0-1} \begin{cases} x_0 - 1 = \pm 1 \\ x_0 - 1 = \pm 2 \\ x_0 - 1 = \pm 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \\ x_0 = -3 \\ x_0 = 5 \end{cases} . \text{Vậy có 6 điểm có tọa độ nguyên.}$$

Câu 11: Đáp án C

Gọi $a, b(\text{cm}) (a > 0, b > 0)$ là độ dài chiều dọc và chiều ngang của trang chữ suy ra kích thước trang giấy là $a + 6, b + 4$

Ta có: $a \cdot b = 384 \Rightarrow b = \frac{384}{a} \quad (1)$

Diện tích trang sách là: $S = (a + 6)(b + 4) \Leftrightarrow S = 4a + \frac{2304}{a} + 408$

Theo bất đẳng thức CAUCHY ta có: $\Leftrightarrow S \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{2304}{a}} + 408 = 600$

Suy ra $\text{Min}S = 600 \Leftrightarrow 4a = \frac{2304}{a} \Leftrightarrow a = 24$, suy ra chiều dọc và chiều ngang tối ưu là: 30cm, 20cm

Câu 12: Đáp án C

$$y' = \left(\sqrt{1+7^x} \right)' = \frac{(1+7^x)'}{2\sqrt{1+7^x}} = \frac{7^x \ln 7}{2\sqrt{1+7^x}}$$

Câu 13: Đáp án A

Ta có $(x^2 + 1)^x = e^{x \ln(x^2 + 1)}$. Do đó

$$\left[e^{x \ln(x^2 + 1)} \right]' = e^{x \ln(x^2 + 1)} \cdot \left[x \ln(x^2 + 1) \right]' = e^{x \ln(x^2 + 1)} \left[\ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right]$$

Cách khác:

$$A = (x^2 + 1)^x \Rightarrow \ln A = x \ln(x^2 + 1) \Rightarrow \frac{A'}{A} = \ln(x^2 + 1) + x \cdot \frac{2x}{x^2 + 1} \Rightarrow A' = (x^2 + 1)^x \left[\ln(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right]$$

Câu 14: Đáp án D

Cuối năm thứ I: $T_1 = a + a \cdot m = a(1 + m)$

Đầu năm thứ II:

$$T_2 = a(1 + m) + a = a \left[(1 + m) + 1 \right] = \frac{a}{(1 + m) - 1} \left[(1 + m)^2 - 1 \right] = \frac{a}{m} \left[(1 + m)^2 - 1 \right]$$

Cuối năm thứ II:

$$T_3 = \frac{a}{m} \left[(1 + m)^2 - 1 \right] + \frac{a}{m} \left[(1 + m)^2 - 1 \right] \cdot m = \frac{a}{m} \left[(1 + m)^2 - 1 \right] \cdot (1 + m)$$

Suy ra cuối năm thứ n: $T_n = \frac{a}{m} \left[(1 + m)^n - 1 \right] \cdot (1 + m)$

(Trong đó a là số tiền ban đầu, m là lãi suất, n là số tháng)

Áp dụng: $T = 2.1000\text{tr}, n = 6, m = 0,08 \Rightarrow a \approx 252,5$ triệu

Câu 15: Đáp án C

Biểu thức $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} - \frac{9}{4}}$ có nghĩa khi và chỉ khi

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} - \frac{9}{4} \geq 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} \geq \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2.$$

Vậy hàm số có tập xác định là $[1; 2]$

Câu 16: Đáp án A

Ta có:
$$\begin{cases} 3a = \log_3 5 \\ 3b = \log_2 7 \Rightarrow \log_2 5 = 3ac \\ c = \log_2 3 \end{cases}$$
 Khi đó $\log_6 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 6} = \frac{3(b+ac)}{1+c}$

Câu 17: Đáp án A

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt[3]{a}}(a^2 \sqrt{b}) &= \log_{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}}}(a^2 b^{\frac{1}{2}}) = 3 \log_a(a^2 b^{\frac{1}{2}}) = 3 \left(\log_a a^2 + \log_a b^{\frac{1}{2}} \right) \\ &= 3 \left(2 + \frac{1}{2} \log_a b \right) = 6 + \frac{3}{2} \log_a b \end{aligned}$$

Câu 18: Đáp án D

Biểu thức $\ln(\ln(5-x^2))$ có nghĩa khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \ln(5-x^2) > 0 \\ 5-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 5-x^2 > 1 \Leftrightarrow x^2 < 4 \Leftrightarrow |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

Vậy hàm số đã cho có tập xác định là $(-2; 2)$

Câu 19: Đáp án A

Điều kiện $0 < x \neq 1$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_x(x^3+1) \log_{x+1} x > 2 &\Leftrightarrow \log_{x+1}(x^3+1) > 2 \Leftrightarrow (x^3+1) > (x+1)^2 \\ &\Leftrightarrow (x+1)(x^2-x+1) - (x+1)^2 > 0 \Leftrightarrow (x+1)[(x^2-x+1) - (x+1)] > 0 \\ &\Leftrightarrow x(x+1)(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $(-1; 0) \cup (2; +\infty)$

Câu 20: Đáp án D

Điều kiện $x > 0$. Phương trình tương đương $-\log_2^3 x + 3 \log_2^2 x - 2 \log_2 x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}. \text{ Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.}$$

Câu 21: Đáp án B

Thể tích khí CO₂ năm 2008 là: $V_{2008} = V \left(1 + \frac{m}{100}\right)^{10}$

Thể tích khí CO₂ năm 2016 là:

$$V_{2016} = V_{2008} \left(1 + \frac{n}{100}\right)^8 = V \left(1 + \frac{m}{100}\right)^{10} \left(1 + \frac{n}{100}\right)^8 = V \frac{(100+m)^{10} (100+n)^8}{10^{36}}$$

Câu 22: Đáp án B

Ta có $2f(x) = 2 \sin 5x \sin 2x = \cos(5-2)x - \cos(5+2)x = \cos 3x - \cos 7x$

$$\text{Suy ra } 2 \int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{3} - \frac{\sin 7x}{7} + C \Leftrightarrow \int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{6} - \frac{\sin 7x}{14} + C$$

Câu 23: Đáp án C

đối với câu hỏi này em nào đã đọc kĩ sách giáo khoa thì sẽ chọn ngay đáp án C, nếu C ghi như thế này

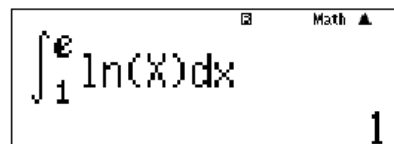
$$V = \pi \int_a^b |g^2(x) - f^2(x)| dx \text{ vẫn đúng}$$

Câu 24: Đáp án B

$$\text{Xét } \int_1^e \ln x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = x \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \int_1^e \ln x dx = x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx = x(\ln x - 1) \Big|_1^e = e(1-1) - 1(0-1) = 1$$

Hs có thể sử dụng MTCT để chọn nhanh kết quả:



$\int_1^e \ln(x) dx = 1$

Câu 25: Đáp án B

Ta có: $H(t) = \int \sin^2 t dt \Rightarrow H'(t) = \sin t^2$

$$\text{Khi đó } F'(x) = \left(H(\sqrt{x}) - H(1)\right)' = \frac{H'(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} = \frac{\sin x}{2\sqrt{x}}$$

Câu 26: Đáp án B

$$\text{Xét phương trình } -x^2 + 3x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y = -x^2 + 3x + 3$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 1$ là

$$S = \int_1^2 \left| (-x^2 + 3x + 3) - (2x + 1) \right| dx = \int_{-1}^2 (2 + x - x^2) dx = \left(2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{13}{3}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{13}{3} \text{ (đvdt).}$$

Câu 27: Đáp án A

$$\text{Ta có } f(1) = 2 \Leftrightarrow a \sin \pi + b = 2 \Leftrightarrow b = 2$$

$$\int_0^1 f(x) dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 (a \sin \pi x + 2) dx = 4 \Leftrightarrow \left(\frac{-a \cos \pi x}{\pi} + 2x \right) \Big|_0^1 = 4 \Leftrightarrow a = \pi$$

Câu 28: Đáp án A

$$\text{Áp dụng công thức } (a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) i$$

$$\text{Theo đó } z_1 + z_2 = (4 \cos^3 a - 3 \cos a) + i(3 \sin a - 4 \sin^3 a) = \cos 3a + i \sin 3a$$

$$\text{Suy ra } |z_1 + z_2| = (\cos^2 3a + \sin^2 3a) = 1 = |-i^2|. \text{ Vậy } |z_1 + z_2| = |-i^2|$$

Câu 29: Đáp án B

$$z = (1 + 2i)(-2 + i) \Leftrightarrow z = -4 - 3i \text{ suy ra } \bar{z} = -4 + 3i$$

Vậy phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} lần lượt là: $-4; 3$

Câu 30: Đáp án B

Ta có: $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -4$ suy ra Δ có một căn bậc hai là $2i$, phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{-2 - 2i}{2} = -1 - i; x_2 = \frac{-2 + 2i}{2} = -1 + i$$

Câu 31: Đáp án D

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) suy ra $\bar{z} = x - yi$. Khi đó ta được

$$\begin{cases} (x + yi)(x - yi) = 1 \\ \left| (x + yi)^2 + 2(x - yi) - 1 \right| = \sqrt{\frac{8}{27}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 1 - x^2 \\ 4x^3 - x^2 - 2x + \frac{52}{27} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y^2 = \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases} \text{ suy ra } z_1 = \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3}i, z_2 = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{12} \\ y^2 = -\frac{25}{144} \end{cases} (L) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -\frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$$

Vậy $3z_1 + 6z_2 = 6 - \sqrt{5}i$

Câu 32: Đáp án A

$$x + 2y + (2x - y)i = 2x + y + (x + 2y)i \Leftrightarrow (x + 2y - 2x - y) + (2x - y - x - 2y)i = 0$$

$$\Leftrightarrow (y - x) + (x - 3y)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = 3y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 0$$

Câu 33: Đáp án B

$$|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

Câu 34: Đáp án B

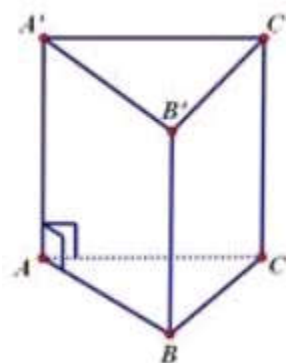
Ta có: $z = 1 + i$ là nghiệm suy ra $(1 + i)^3 + a(1 + i)^2 + b(1 + i) + c = 0$

Và $z = 2$ là nghiệm suy ra $8 + 4a + 2b + c = 0$

$$\text{Từ hai điều này ta có hệ } \begin{cases} b + c - 2 = 0 \\ 2a + b + 2 = 0 \\ 4a + 2b + c + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$$

Câu 35: Đáp án B

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Khi đó } V_{ABCA'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$$



Câu 36: Đáp án D

Gọi O là tâm hình vuông ABCD. Từ giả thiết A' cách đều các đỉnh A, B, C ta suy ra hình chiếu của A' trên mặt phẳng ABCD là O hay $A'O$ là đường cao của khối lăng trụ.

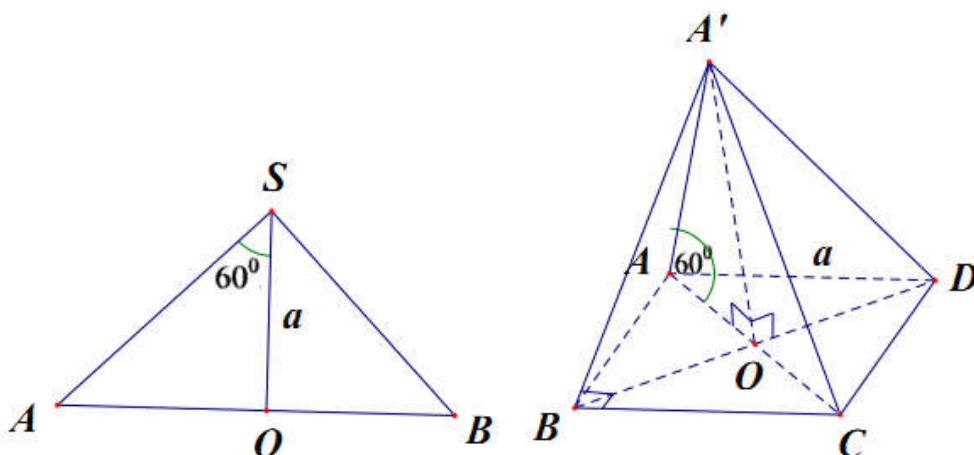
Trong tam giác $A'OA$ vuông tại A và $\widehat{A'OA} = 60^\circ$, ta có:

$$A'O = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Diện tích đáy ABCD là $S_{ACDD} = a^2$

Thể tích của khối lăng trụ là $V = B.h = S_{ABCD} \cdot A'O = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$



Câu 37: Đáp án D

Đáy là tam giác đều nên bán kính r ngoại tiếp đường tròn là $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Chiều cao của khối nón là $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{27}$

Câu 38: Đáp án C

Gọi d là độ dài đường chéo của hình hộp chữ nhật. Ta có $d^2 = a^2 + (2a)^2 + (4a)^2 = 21a^2$

Gọi R, V theo thứ tự là bán kính và thể tích hình cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật cho. Rõ ràng

$d = 2R \Leftrightarrow d^2 = 4R^2$. Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{3}\pi d^3 = \frac{1}{3} \cdot 21 \cdot \pi a^3 = 7\pi a^3$

Vậy $V = 7\pi a^2$ (đvtt).

Câu 39: Đáp án C

Kẻ đường cao AH của ΔABC khi quay quanh đường thẳng BC miền tam giác ABC sinh ra hai khối nón chung đáy, bán kính đáy là $R = AH$ và chiều cao lần lượt là HB và HC

Ta có:
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{25}{144a^2}$$

Suy ra
$$AH^2 = \frac{25}{144a^2}$$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra là :

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi AH^2 HC^2 + \frac{1}{3}\pi AH^2 HB^2 = \frac{1}{3}\pi AH^2 \cdot (HB + HC) = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{144a^2}{25} \cdot 5a = \frac{144\pi a^2}{15}$$

($HB + HC = BC = 5a$)

Câu 40: Đáp án C

Diện tích mặt cầu : $S_1 = 4\pi R^2$

Diện tích xung quanh của hình trụ : $S_2 = 2\pi Rl = 4\pi R^2$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = 1$

Câu 41: Đáp án D

Ta có $\widehat{SAO} = 60^\circ$ (Góc giữa cạnh bên SA và đáy (ABC))

$$\Rightarrow SO = AO \cdot \tan SAO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 60^\circ = a$$

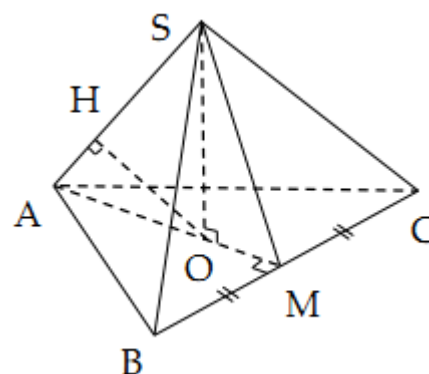
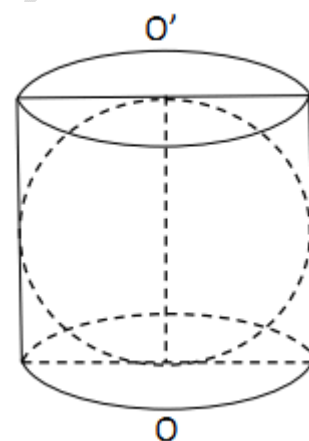
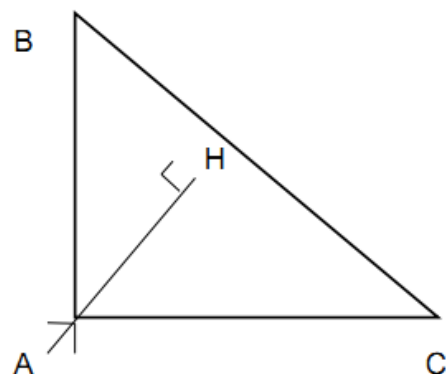
$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4}{a^2}$$

Bán kính mặt cầu (S) là $R = OH = \frac{a}{2}$

Vậy diện tích mặt cầu (S) là : $S_c = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$

Câu 42: Đáp án A

Phương án A: Hình chóp tứ giác đều



Chiều dài của cạnh bên là $\sqrt{h^2 + (50\sqrt{2})^2} = \sqrt{4900 + 5000} = 30\sqrt{11}$ ($h = 70$)

Độ dài cạnh đáy là: $\sqrt{20000}$

$S_{xq} = 4 \cdot \frac{1}{2}$ chiều cao mặt bên.cạnh đáy $= 2 \cdot 30\sqrt{11} \cdot 100\sqrt{2} = 6000\sqrt{22}$ (m^2)

Phương án B: Mặt cầu:

Diện tích hình tròn lớn bằng

$$20000m^2 \Rightarrow \pi R^2 = 20000 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{20000}{\pi}}; S_{\text{mat}} = 2\pi R^2 = 2\pi \frac{20000}{\pi} = 40000m^2$$

Kết luận: Vậy phương án A giúp tiết kiệm diện tích mái hơn

$$40000m^2 - 6000\sqrt{22}m^2 = 11857m^2$$

Câu 43: Đáp án A

Các em kiểm chứng **B, C, D** bằng cách lấy tích vô hướng các vec-tơ pháp tuyến. Suy ra các đáp án **B, C, D** đều đúng.

Đối với đáp án A các em giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y + z + 3 = 0 \\ x - y - z - 1 = 0 \\ y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

Ở đây hệ có nghiệm
$$\begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = -\frac{11}{6} \\ z = \frac{1}{6} \end{cases}$$
 nên khẳng định A sai.

Câu 44: Đáp án A

* Cách diễn đạt thứ nhất:

Gọi G, G' theo thứ tự lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, A'B'C'. Với mọi điểm T trong không gian có:

$$(1): \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{TA} - \overrightarrow{TA'}) + (\overrightarrow{TB} - \overrightarrow{TB'}) + (\overrightarrow{TC} - \overrightarrow{TC'}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \overrightarrow{TA'} + \overrightarrow{TB'} + \overrightarrow{TC'} \quad (2)$$

Hệ thức (2) chứng tỏ. Nếu $T \equiv G$ tức là $\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \vec{0}$ thì ta cũng có $\overrightarrow{TA'} + \overrightarrow{TB'} + \overrightarrow{TC'} = \vec{0}$ hay $T \equiv G'$ hay (1) là hệ thức cần và đủ để hai tam giác ABC, A'B'C' có cùng trọng tâm.

Ta có tọa độ của G là: $G = \left(\frac{3+0+0}{3}; \frac{1-1+0}{3}; \frac{0+0-6}{3} \right) = (1; 0; -2)$

Đó cũng là tọa độ trọng tâm G' của $\Delta A'B'C'$

* Cách diễn đạt thứ hai:

$$\text{Ta có: } \overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'} = \vec{0} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (\overline{A'G'} + \overline{G'G} + \overline{GA}) + (\overline{B'G'} + \overline{G'G} + \overline{GB}) + (\overline{C'G'} + \overline{G'G} + \overline{GC}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC}) + (\overline{A'G'} + \overline{B'G'} + \overline{C'G'}) + 3\overline{G'G} = \vec{0} \quad (2)$$

Nếu G, G' theo thứ tự lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, $A'B'C'$ nghĩa là

$$\overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \overline{A'G'} + \overline{B'G'} + \overline{C'G'} \text{ thì } (2) \Leftrightarrow \overline{G'G} = \vec{0} \Leftrightarrow G' \equiv G$$

Tóm lại (1) là hệ thức cần và đủ để hai tam giác ABC, $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Ta có tọa độ của G là: $G = \left(\frac{3+0+0}{3}; \frac{1-1+0}{3}; \frac{0+0-6}{3} \right) = (1; 0; -2)$. Đó cũng là tọa độ trọng tâm G' của $\Delta A'B'C'$

Câu 45: Đáp án C

Phương trình chính tắc của mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C là $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1$

Chú ý: mặt phẳng đi qua ba điểm $M(a; 0; 0)$, $N(0; b; 0)$, $F(0; 0; c)$ có phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Câu 46: Đáp án A

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z + 1 = 0$ là: $\vec{n} = (2; -1; -2)$

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(\beta): \sqrt{3}x - \sqrt{3}y + 5 = 0$ là: $\vec{n}' = (\sqrt{3}; -\sqrt{3}; 0)$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) . Khi đó:

$$\cos \varphi = \frac{|2\sqrt{3} - (-\sqrt{3}) + 0 \cdot -2|}{\sqrt{(3+3+0)(2^2 + (-1)^2 + (-2)^2)}} = \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 47: Đáp án D

Mặt cầu có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 50 = 0$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 8^2, \text{ suy ra tâm của mặt cầu là } I(-2; 1; -3)$$

Câu 48: Đáp án D

Khoảng cách từ $M(2;1;-1)$ đến đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$

Cách 1:

Rõ ràng đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(1;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (2;1;-2), |\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$$

Ta có:

- $\overrightarrow{M_0M} = (2-1; 1-0; -1+1) = (-1; 1; 0)$
- $\vec{u} \wedge \overrightarrow{M_0M} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (2; -2; -1)$
- $|\vec{u} \wedge \overrightarrow{M_0M}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2} = 3$

Khoảng cách giữa điểm $M(2; -1; -1)$ đến đường thẳng (Δ) là:

$$d(M, (\Delta)) = \frac{|\vec{u} \wedge \overrightarrow{M_0M}|}{|\vec{u}|} = \frac{3}{3} = 1$$

Cách 2:

Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) :

$$\text{Ta có: } \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases} \text{ . Gọi } N(1 + 2t; t; -1 + t)$$

$$\text{Ta có: } MN^2 = (2t-1)^2 - (t-1)^2 + (2t)^2 = 9t^2 - 6t + 2 = (3t-2)^2 + 1 \geq 1$$

$$\text{Gọi } f(t) = (3t-2)^2 + 1 \text{ . Rõ ràng } \min_{\mathbb{R}} f(t) = f\left(\frac{1}{3}\right) = 1 \text{ suy ra } \min_{\mathbb{R}} MN = 1$$

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng (Δ) là độ dài đoạn thẳng ngắn nhất nối điểm M với đường thẳng (Δ) ấy, bởi thế $d(M, (\Delta)) = 1$

Câu 49: Đáp án D

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (2; 3; 1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$

Đường thẳng d đi qua điểm $I(1; -2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận $\vec{n}_p = (2; 3; 1)$ làm vectơ chỉ

phương có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 + t \end{cases}$$

M là giao điểm của d và (P) nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \\ 2x + 3y + z - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \\ 2(1 + 2t) + 3(-2 + 3t) + (1 + t) - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 2 \\ t = 1 \end{cases}$$

Vậy $M(3; 1; 2)$

Câu 50: Đáp án A

Bán kính của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 10z + 5 = 0$ là $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 5^2 - 5} = 5$