LÔGARIT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. **Định nghĩa:**

   Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^{\alpha} = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$

   Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^{\alpha} = b.$

2. **Các tính chất:** Cho $a, b > 0, a \neq 1$, ta có:
   - $\log_a a = 1,\ \log_a 1 = 0$
   - $a^{\log_a b} = b,\ \log_a(a^{\alpha}) = \alpha$

3. **Lôgarit của một tích**: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có
   - $\log_a(b_1.b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$

4. **Lôgarit của một thương**: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có
   - $\log_a \dfrac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$
   - Đặc biệt : với $a, b > 0, a \neq 1$ $\log_a \dfrac{1}{b} = -\log_a b$

5. **Lôgarit của lũy thừa**: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, với mọi α, ta có
   - $\log_a b^{\alpha} = \alpha \log_a b$
   - Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n}\log_a b$

6. **Công thức đổi cơ số**: Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có
   - $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$
   - Đặc biệt : $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$ và $\log_{a^{\alpha}} b = \dfrac{1}{\alpha}\log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

7. **Lôgarit thập phân**
   - Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10
   - Viết : $\log_{10} b = \log b = \lg b$

8. **Lôgarit tự nhiên**
   - Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e
   - Viết : $\log_e b = \ln b$

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Biết vận dụng định nghĩa để tính một số biểu thức chứa lôgarit cơ bản
- Biết vận dụng các tính chất của lôgarit vào các bài tập biến đổi, tính toán các biểu thức chứa lôgarit

C. NHỮNG DẠNG TOÁN CẦN LƯU Ý

www.carot.vn

1. Tìm điều kiện để biểu thức $\log_a f(x)$ xác định

Ví dụ: Với giá trị nào của x thì biểu thức $\log_2(2x-1)$ xác định ?

A. $x \in \left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ B. $x \in \left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ C. $\square \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ D. $(-1;+\infty)$

2. Tính giá trị của một biểu thức chứa logarit

Ví dụ : Cho $a>0, a\neq 1$, giá trị của biểu thức $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ bằng bao nhiêu ?

A. 16 B. 4 C. 8 D. 2

Ví dụ : Giá trị của biểu thức $A = 2\log_2 12 + 3\log_2 5 - \log_2 15 - \log_2 150$ bằng:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

3. **Rút gọn 1 biểu thức khi sử dụng các tính chất của loga chứa tham số**

Ví dụ : Cho $a>0, b>0$, viết $\log_3\left(\sqrt[5]{a^3 b}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{x}{5}\log_3 a + \frac{y}{15}\log_3 b$. Hỏi $x+y$ bằng bao nhiêu ?

A. 4 B. 5 C. 2 D. 3

4. Tính giá trị của biểu thức Logarit theo các biểu thức logarit đã cho

Ví dụ: Cho $\log_2 5 = a$; $\log_3 5 = b$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo a và b là

A. $\frac{1}{a+b}$ **B.** $\frac{ab}{a+b}$ C. $a+b$ D. a^2+b^2

5. Tìm x biết hệ thức liên quan (hạn chế casio)

Ví dụ: Cho $\log_3 x = 3\log_3 2 + \log_9 25 - \log_{\sqrt{3}} 3$. Khi đó giá trị của x bằng:

A. $\frac{40}{9}$ B. $\frac{200}{3}$ C. $\frac{20}{3}$ D. $\frac{25}{9}$

6. Tìm các khẳng định đúng trong các biểu thức logarit đã cho.

Ví dụ: Cho $a>o, b>0$ thỏa điều kiện $a^2+b^2=7ab$ .Khẳng định nào sau đây đúng:

A. $3\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$

C. $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$ D. $\log\frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$

7. Tìm x dựa vào định nghĩa logarit.

Ví dụ: Tìm x biết $\log_x 243 = 5$, x bằng:

A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

8. So sánh lôgarit **với một số hoặc lôgarit với nhau**

Ví dụ: Trong 4 số $3^{\log_3 4}; 3^{2\log_3 2}; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}; \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1

A. $3^{\log_3 4}$ B. $3^{2\log_3 2}$ C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ D. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$

3.2 - LÔGARIT

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

www.carot.vn

Câu 1. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\log_2(2x-1)$ xác định?

A. $x\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. B. $x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. C. $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $x\in(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$. Ta chọn đáp án A

Câu 2. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\ln(4-x^2)$ xác định?

A. $x\in(-2;2)$. B. $x\in[-2;2]$. C. $x\in\mathbb{R}\setminus[-2;2]$. D. $x\in\mathbb{R}\setminus(-2;2)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 4-x^2>0\Leftrightarrow x\in(-2;2)$. Ta chọn đáp án A

Câu 3. Với giá trị nào của x thì biểu thức $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\frac{x-1}{3+x}$ xác định?

A. $x\in\mathbb{R}\setminus[-3;1]$. B. $x\in[-3;1]$. C. $x\in\mathbb{R}\setminus(-3;1)$. D. $x\in(-3;1)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow \frac{x-1}{3+x}>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. Ta chọn đáp án A

Câu 4. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x)=\log_6(2x-x^2)$ xác định?

A. $0<x<2$. B. $x>2$. C. $-1<x<1$. D. $x<3$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x-x^2>0\Leftrightarrow x\in(0;2)$. Ta chọn đáp án A.

Câu 5. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x)=\log_5(x^3-x^2-2x)$ xác định?

A. $x\in(-1;0)\cup(2;+\infty)$. B $x\in(1;+\infty)$.

C. $x\in(0;1)$. D. $x\in(0;2)\cup(4;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x^3-x^2-2x>0\Leftrightarrow x\in(-1;0)\cup(2;+\infty)$. Ta chọn đáp án A.

Câu 6. Cho $a>0, a\neq 1$, giá trị của biểu thức $A=a^{\log_{\sqrt{a}}4}$ bằng bao nhiêu?

A.16. B.8. C.4. D.2.

Hướng dẫn giải

Ta có $A=a^{\log_{\sqrt{a}}4}=a^{\log_{a^{1/2}}4}=a^{2\log_a 4}=a^{\log_a 16}=16$. Ta chọn đáp án A

Câu 7. Giá trị của biểu thức $B=2\log_2 12+3\log_2 5-\log_2 15-\log_2 150$ bằng bao nhiêu?

A.3. B.2. C.4. D.5.

Hướng dẫn giải

www.carot.vn

Ta nhập vào máy tính biểu thức $2\log_2 12+3\log_2 5-\log_2 15-\log_2 150$, bấm =, được kết quả $B=3$

Ta chọn đáp án A

Câu 8. Giá trị của biểu thức $2\log_2 12+3\log_2 5-\log_2 15-\log_2 150$ bằng:

A. 3. B. 2 . C. 4 . D. 5.

Hướng dẫn giải

+Tự luận

$$2\log_2 12+3\log_2 5-\log_2 15-\log_2 150=\log_2 12^2+\log_2 5^3-\log_2(15.150)=\log_2\frac{12^2.5^3}{15.150}=3$$

Đáp án A.

+Trắc nghiệm: Nhập biểu thức vào máy tính và nhấn calc ta thu được kết quả bằng 3.

Câu 9. Cho $a>0, a\neq 1$, biểu thức $D=\log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$. B.3. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $D=\log_{a^3} a=\frac{1}{3}\log_a a=\frac{1}{3}$. Ta chọn đáp án A

Câu 10. Giá trị của biểu thức $C=\frac{1}{2}\log_7 36-\log_7 14-3\log_7\sqrt[3]{21}$ bằng bao nhiêu ?

A. -2. B.2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta nhập vào máy tính biểu thức: $\frac{1}{2}\log_7 36-\log_7 14-3\log_7\sqrt[3]{21}$ bấm = , được kết quả $C=-2$.

Ta chọn đáp án A

Câu 11. Cho $(a>0, a\neq 1)$, biểu thức $E=a^{4\log_{a^2} 5}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 25. B. 625. C. 5. D. 5^8.

Hướng dẫn giải

Ta có $E=a^{4\log_{a^2} 5}=a^{\frac{4}{2}\log_a 5}=a^{\log_a 25}=25$. Ta chọn đáp án A

Câu 12. Trong các số sau, số nào lớn nhất?

A. $\log_3\frac{6}{5}$. B. $\log_3\frac{5}{6}$. C. $\log_{\frac{1}{3}}\frac{6}{5}$. D. $\log_{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{5}{6}}$.

Hướng dẫn giải

+ Tự luận: Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

www.carot.vn

Ta thấy $\log_3 \frac{6}{5} > \log_3 \frac{5}{6} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5} = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{5}{6}}$. Ta chọn đáp án A

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả >0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả <0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 13. Trong các số sau, số nào nhỏ nhất ?

A. $\log_{\frac{1}{5}} 17$. B. $\log_{\frac{1}{5}} 9$. C. $\log_5 \frac{1}{12}$. D. $\log_5 \frac{1}{15}$.

Hướng dẫn giải

+ **Tự luận :** Đưa về cùng 1 cơ số và so sánh

Ta thấy $\log_{\frac{1}{5}} 17 < \log_{\frac{1}{5}} 15 = \log_5 \frac{1}{15} < \log_{\frac{1}{5}} 12 = \log_5 \frac{1}{12} < \log_{\frac{1}{5}} 9$.Ta chọn đáp án A.

+ **Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính, lấy 1 số bất kỳ trừ đi lần lượt các số còn lại, nếu kết quả <0 thì giữ nguyên số bị trừ và thay đổi số trừ là số mới; nếu kết quả >0 thì đổi số trừ thành số bị trừ và thay số trừ là số còn lại; lặp lại đến khi có kết quả.

Câu 14. Cho $a>0, a\neq 1$, biểu thức $A=(\ln a+\log_a e)^2+\ln^2 a-\log_a^2 e$ có giá trị bằng

A. $2\ln^2 a+2$. B. $4\ln a+2$. C. $2\ln^2 a-2$. D. $\ln^2 a+2$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận :

Ta có $A=\ln^2 a+2\ln a.\log_a e+\log_a^2 e+\ln^2 a-\log_a^2 e=2\ln^2 a+2\ln e=2\ln^2 a+2$. Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm : Sử dung máy tính, Thay $a=2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

Câu 15. Cho $a>0, a\neq 1$, biểu thức $B=2\ln a+3\log_a e-\frac{3}{\ln a}-\frac{2}{\log_a e}$ có giá trị bằng

A. $3\ln a-\frac{3}{\log_a e}$. B. $4\ln a$. C. $4\ln a+6\log_a 4$. D. $6\log_a e$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận :

Ta có $B=2\ln a+3\log_a e-3\log_a e-2\ln a=0=3\ln a-\frac{3}{\log_a e}$. Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm : Sử dung máy tính, Thay $a=2$ rồi lấy biểu thức đã cho trừ đi lần lượt các biểu thức có trong đáp số, nếu kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp số.

www.carot.vn

Câu 16. Cho $a>0,b>0$, Nếu viết $\log_3\left(\sqrt[5]{a^3b}\right)^{\frac{2}{3}}=\frac{x}{5}\log_3 a+\frac{y}{15}\log_3 b$ thì $x+y$ bằng bao nhiêu?

A.4. B.5. C.2. D.3.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_3\left(\sqrt[5]{a^3b}\right)^{\frac{2}{3}}=\log_3(a^3b)^{\frac{2}{15}}=\frac{2}{5}\log_3 a+\frac{2}{15}\log_3 b\Rightarrow x+y=4$. Ta chọn đáp án A

Câu 17. Cho $a>0,b>0$, Nếu viết $\log_5\left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}}\right)^{-0,2}=x\log_5 a+y\log_5 b$ thì xy bằng bao nhiêu ?

A. $-\frac{1}{3}$ .B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. -3.

Hướng dẫn giải

Ta có : $\log_5\left(\frac{a^{10}}{\sqrt[6]{b^5}}\right)^{-0,2}=\log_5(a^{-2}.b^{\frac{1}{6}})=-2\log_5 a+\frac{1}{6}\log_5 b\Rightarrow x.y=-\frac{1}{3}$. Ta chọn đáp án A

Câu 18. Cho $\log_3 x=3\log_3 2+\log_9 25-\log_{\sqrt{3}}3$. Khi đó giá trị của x là :

A. $\frac{40}{9}$ .B. $\frac{200}{3}$. C. $\frac{20}{3}$. D. $\frac{25}{9}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_3 x=\log_3 8+\log_3 5-\log_3 9=\log_3\frac{40}{9}\Rightarrow x=\frac{40}{9}$. Ta chọn đáp án A

Câu 19. Cho $\log_7\frac{1}{x}=2\log_7 a-6\log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là :

A. $x=\frac{b^3}{a^2}$. B. $x=\frac{a^2}{b^3}$. C. $x=a^2b^3$. D. $2a-6b$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_7\frac{1}{x}=2\log_7 a-6\log_{49} b=\log_7 a^2-\log_7 b^3=\log_7\frac{a^2}{b^3}\Rightarrow x=\frac{b^3}{a^2}$. Ta chọn đáp án A

Câu 20. Cho $a,b,c>0;a\neq 1$ và số $\alpha\in\square$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\log_a(b-c)=\log_a b-\log_a c$. B. $\log_a a=1$.

C. $\log_a b^\alpha=\alpha\log_a b$. D. $\log_a a^c=c$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì không có tính chất về logarit của một hiệu

Câu 21. Cho $a,b,c>0;a\neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\log_{a^c} b=c\log_a b$. B. $\log_a b.\log_b c=\log_a c$.

C. $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$. D. $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$.

www.carot.vn

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì $\log_{a^c} b = \frac{1}{c}\log_a b$

Câu 22. Cho $a,b,c>0$ và $a,b\neq 1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

B. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

C. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

D. $a^{\log_a b} = b$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì khẳng định đó chỉ đúng khi $a>1$, còn khi $0<a<1 \Rightarrow \log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b<c$

Câu 23. Cho $a,b,c>0$ và $a>1$, Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\log_a b > c \Leftrightarrow b > c$.

B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

C. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

D. $a^b > a^c \Leftrightarrow b > c$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì $\log_a b > c \Leftrightarrow b > a^c$

Câu 24. Cho $a,b,c>0$ và $a<1$,Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $a^{\sqrt{2}} < a^{\sqrt{3}}$.

B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

C. $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

D. $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$.

Hướng dẫn giải

Câu A sai, vì $\sqrt{2} < \sqrt{3} \Rightarrow a^{\sqrt{2}} > a^{\sqrt{3}}$ $(do\ 0<a<1)$

Câu 25. Số thực a thỏa điều kiện $\log_3(\log_2 a) = 0$ là:

A.2.

B. 3.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_3(\log_2 a) = 0 \Rightarrow \log_2 a = 1 \Rightarrow a = 2$. Ta chọn đáp án A

Câu 26. Biết các logarit sau đều có nghĩa, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

B. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

C. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

D. $\log_a b + \log_a c < 0 \Leftrightarrow b + c < 0$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A đúng với mọi a,b,c khi các logarit có nghĩa

Câu 27. Cho $a,b,c>0$ và $a\neq 1$, Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

A. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

B. $\log_a(\frac{b}{c}) = \log_a b - \log_a c$.

www.carot.vn

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$. D. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

Hướng dẫn giải

Đáp án A sai, vì không có logarit của 1 tổng.

Câu 28. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 1$ là :

A. 64. B. $2^{\frac{11}{6}}$. C.8. D. 4.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_2 X + \log_4 X + \log_8 X - 1$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với $x = 64$ thì kquả bằng 0. Ta chọn A là đáp án đúng.

Câu 29. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_x 2\sqrt[3]{2} = 4$ là :

A. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. B. $\sqrt[3]{2}$. C. 4. D. 2.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính và dùng phím CALC : nhập biểu thức $\log_x 2\sqrt[3]{2} - 4$ vào máy và gán lần lượt các giá trị của x để chọn đáp án đúng. Với .. thì kquả bằng 0. Ta chọn A là đáp án đúng.

Câu 30. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, Biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A.2. B.3. C.4. D. 6.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a} = 4\log_a b + 2\log_a \frac{a}{b^2} = 2$. Ta chọn đáp án A.

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, Thay $a = b = 2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^2 + \frac{2}{\log_{\frac{a}{b^2}} a}$ vào máy bấm =, được kết quả $P = 2$. Ta chọn đáp án A.

Câu 31. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 . \log_b a^4$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A.24. B.6. C.12. D. 18.

Hướng dẫn giải

+ Tự luận : Ta có $P = \log_{\sqrt{a}} b^3 . \log_b a^4 = 2.3.4 = 24$. Ta chọn đáp án A.

www.carot.vn

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính Casio, Thay $a=b=2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^3.\log_b a^4$ vào máy bấm =, được kết quả $P=24$. Ta chọn đáp án A.

Câu 32. Giá trị của biểu thức $4^{3\log_8 3+2\log_{16} 5}$ là:

A. 45. B.40. C. 20. D. 25 .

Hướng dẫn giải

+ Tự luận : $4^{3\log_8 3+2\log_{16} 5}=\left(2^{\log_2 3}.2^{\log_2 \sqrt{5}}\right)^2=45$

+ Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, rồi nhập biểu thức $4^{3\log_8 3+2\log_{16} 5}$ vào máy, bấm =, được kết quả bằng 45. Ta chọn đáp án A.

Câu 33. Giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}\right)$ là:

A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{53}{30}$. C.20. D. $\frac{1}{15}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : $\log_a\left(a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}\right)=\log_a a^{\frac{37}{10}}=\frac{37}{10}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính, Thay $a=2$, rồi nhập biểu thức $\log_a\left(a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}\right)$ vào máy bấm =, được kết quả $P=\frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 34. Giá trị của biểu thức $A=\log_3 2.\log_4 3.\log_5 4...\log_{16} 15$ là:

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : $A=\log_{16} 15.\log_{15} 14...\log_5 4.\log_4 3.\log_3 2=\log_{16} 2=\frac{1}{4}$

+Trắc nghiệm : Sử dụng máy tính Casio, rồi nhập biểu thức $\log_3 2.\log_4 3.\log_5 4...\log_{16} 15$ vào máy bấm =, được kết quả $A=\frac{1}{4}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 35. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{a^3\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}\right)$ là:

A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{91}{60}$.

Hướng dẫn giải

www.carot.vn

+**Tự luận :** $\log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{a^3\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}\right)=-\log_a a^{\frac{91}{60}}=-\frac{91}{60}$

+**Trắc nghiệm :** Sử dụng máy tính, Thay $a=2$, rồi nhập biểu thức $\log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{a^3\sqrt[3]{a^2}\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}\right)$ vào máy bấm =, được kết quả $-\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án A.

Câu 36. Trong 2 số $\log_3 2$ và $\log_2 3$, số nào lớn hơn 1?

A. $\log_3 2$. B. $\log_2 3$. C. Cả hai số . D. Đáp án khác.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_3 2<\log_3 3=1,\ \log_2 3>\log_2 2=1$

Câu 37. Cho 2 số $\log_{1999}2000$ và $\log_{2000}2001$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{1999}2000>\log_{2000}2001$. B. Hai số trên nhỏ hơn 1.

C. Hai số trên lớn hơn 2. D. $\log_{1999}2000\ge\log_{2000}2001$.

Hướng dẫn giải

$2000^2>1999.2001\Rightarrow\log_{2000}2000^2>\log_{2000}2001.1999\Rightarrow 2>\log_{2000}2001+\log_{2000}1999$
$\Rightarrow\log_{1999}2000>\log_{2000}2001$

Câu 38. Các số $\log_3 2$, $\log_2 3$, $\log_3 11$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần là:

A. $\log_3 2,\ \log_2 3,\ \log_3 11$. B. $\log_3 2,\ \log_3 11,\ \log_2 3$.

C. $\log_2 3,\ \log_3 2,\ \log_3 11$. D. $\log_3 11,\ \log_3 2,\ \log_2 3$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_3 2<\log_3 3$=1=$\log_2 2$< $\log_2 3<\log_3 11$

Câu 39. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3(x+2)=3$ là:

A. 25. B. -25. C. 5. D. -3.

Hướng dẫn giải

$\log_3(x+2)=3\Leftrightarrow x+2=3^3\Leftrightarrow x=25$

Câu 40. Số thực x thỏa mãn điều kiện $\log_3 x+\log_9 x=\frac{3}{2}$ là :

A. 3. B. 25. C. -3. D. 9.

Hướng dẫn giải

www.carot.vn

$\log_3 x+\log_9 x=\frac{3}{2}\Leftrightarrow \log_3 x+\frac{1}{2}\log_3 x=\frac{3}{2}\Leftrightarrow x=3$

Câu 41. Cho $\log_3 x=4\log_3 a+7\log_3 b\ (a,b>0)$. Giá trị của x tính theo a,b là:

A. a^4b^7. B. a^4b. C. ab. D. b^7.

Hướng dẫn giải

Ta có $4\log_3 a+7\log_3 b=\log_3(a^4b^7)\Rightarrow x=a^4b^7$. Ta chọn đáp án A.

Câu 42. Cho $\log_2\left(x^2+y^2\right)=1+\log_2 xy\ (xy>0)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?

A. $x=y$. B. $x>y$. C. $x<y$. D. $x=y^2$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\log_2\left(x^2+y^2\right)=1+\log_2 xy\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+y^2\right)=\log_2 2xy\Leftrightarrow x^2+y^2=2xy\Leftrightarrow x=y$

Câu 43. Cho $\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\frac{1}{y}=1\ (y>0,y>x)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $x=\frac{3}{4}y$. B. $x=-\frac{3}{4}y$. C. $3x=4y$. D. $3x=-4y$.

Hướng dẫn giải

$\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\frac{1}{y}=1\Leftrightarrow \log_4\frac{y}{y-x}=1\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}y$

Câu 44. Cho $x,y>0$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\log_a xy=\log_a|x|+\log_a|y|\ (xy>0)$. B. $\log_a xy=\log_a|x|+\log_a|y|$.

C. $\log_a xy=\log_a x+\log_a y\ (xy>0)$. D. $\log_a x^2=2\log_a x\ \left(x^2>0\right)$.

Hướng dẫn giải

Do $|x|,\ |y|>0\Rightarrow \log_a xy=\log_a|x|+\log_a|y|$, ta chọn đáp án A.

[3.2. LÔGARIT]

VẬN DỤNG THẤP

Câu 1. Cho $x,y>0$ và $x^2+4y^2=12xy$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_2(x+2y)=2+\frac{1}{2}(\log_2 x+\log_2 y)$. B. $\log_2\left(\frac{x+2y}{4}\right)=\log_2 x-\log_2 y$.

C. $\log_2(x+2y)=\log_2 x+\log_2 y+1$. D. $4\log_2(x+2y)=\log_2 x+\log_2 y$.

Hướng dẫn giải

Ta có chon A là đáp án đúng, vì

www.carot.vn

$x^2+4y^2=12xy \Leftrightarrow (x+2y)^2=16xy \Leftrightarrow \log_2(x+2y)^2=\log_2 16xy$

$\Leftrightarrow 2\log_2(x+2y)=4+\log_2 x+\log_2 y \Leftrightarrow \log_2(x+2y)=2+\frac{1}{2}(\log_2 x+\log_2 y)$

Câu 2. Cho $a,b>0$ và $a^2+b^2=7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

B. $4\log\left(\frac{a+b}{6}\right)=\log a+\log b$.

C. $2\log(a+b)=\log a+\log b$.

D. $\log\left(\frac{a+b}{3}\right)=3(\log a+\log b)$.

Hướng dẫn giải

Ta có chon A là đáp án đúng, vì

$a^2+b^2=7ab \Leftrightarrow (a+b)^2=9ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2=\log 9ab$

$\Leftrightarrow 2\log(a+b)=\log 9+\log a+\log b \Leftrightarrow \log\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$

Câu 3. Cho $\log_2 6=a$. Khi đó giá trị của $\log_3 18$ được tính theo a là:

A. $\frac{2a-1}{a-1}$.

B. $\frac{a}{a+1}$.

C. $2a+3$.

D. a.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : Ta có :. $a=\log_2 6=\log_2(2.3)=1+\log_2 3 \Rightarrow \log_3 2=\frac{1}{a-1}$

Suy ra $\log_3 18=\log_3(2.3^2)=\log_3 2+2=\frac{1}{a-1}+2=\frac{2a-1}{a-1}$. Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán $\log_2 6$ cho A

Lấy $\log_3 18$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 4. Cho $\log_2 5=a$. Khi đó giá trị của $\log_4 1250$ được tính theo a là :

A. $\frac{1+4a}{2}$.

B. $2(1+4a)$.

C. $1+4a$.

D. $\frac{1-4a}{2}$

Hướng dẫn giải

+Tự luận : Ta có :. $\log_4 1250=\log_{2^2}(2.5^4)=\frac{1}{2}\log_2(2.5^4)=\frac{1}{2}+2\log_2 5=\frac{1+4a}{2}$. Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm:

Sử dụng máy tính: gán $\log_2 5$ cho A

www.carot.vn

KLấy $\log_4 1250$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 5. Biết $\log_7 2 = m$, khi đó giá trị của $\log_{49} 28$ được tính theo m là:

A. $\frac{1+2m}{2}$. B. $\frac{1+m}{2}$. C. $\frac{1+4m}{2}$. D. $\frac{m+2}{4}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán $\log_7 2$ cho A

Lấy $\log_{49} 28$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 6. Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$; khi đó giá trị của $\log_{10} 15$ được tính theo a là:

A. $\frac{a(b+1)}{a+1}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{ab-1}{a+1}$. D. $\frac{a+b}{a+1}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{10} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 7. Cho $a = \log_3 15; b = \log_3 10$. Khi đó giá trị của $\log_{\sqrt{3}} 50$ được tính theo a, b là :

A. $2(a+b-1)$. B. $2(a-b-1)$. C. $2(a+b+1)$. D. $2(a-b+1)$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận : Ta có :. $a = \log_3 15 = \log_3(3.5) = 1 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$.

Khi đó : $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2\log_3(5.10) = 2(\log_3 5 + \log_3 10) = 2(a - 1 + b)$ Ta chọn đáp án A

+Trắc nghiệm

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_3 15; \log_3 10$ cho A, B

Lấy $\log_{\sqrt{3}} 50$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 8. Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_{15} 75$ được tính theo a là:

A. $\frac{2+a}{1+a}$. B. $\frac{1+2a}{a+1}$. C. $\frac{1+a}{2+a}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán $\log_5 3$ cho A

Lấy $\log_{15} 75$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

www.carot.vn

Ta chọn đáp án A

Câu 9. Biết $\log_4 7 = a$, khi đó giá trị của $\log_2 7$ được tính theo a là:

A. $2a$. B. $\frac{1}{2}a$. C. $\frac{1}{4}a$. D. $4a$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_2 7 = 2.\frac{1}{2}\log_2 7 = 2\log_4 7 = 2a$. Ta chọn đáp án A

Câu 10. Biết $\log_5 3 = a$, khi đó giá trị của $\log_3 \frac{27}{25}$ được tính theo a là:

A. $\frac{3a-2}{a}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{3}{2a}$. D. $\frac{a}{3a-2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_3 \frac{27}{25} = \log_3 27 - \log_3 25 = 3 - 2\log_3 5 = 3 - \frac{2}{a} = \frac{3a-2}{a}$. Ta chọn đáp án A

Câu 11. Biết $a = \log_2 5, b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_{24} 15$ được tính theo a là :

A. $\frac{a(b+1)}{3+ab}$. B. $\frac{ab+1}{a+1}$. C. $\frac{b+1}{a+1}$. D. $\frac{ab+1}{b}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 5; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_{24} 15$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. Kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 12. Cho $\log_{12} 27 = a$. Khi đó giá trị của $\log_6 16$ được tính theo a là:

A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. B. $\frac{4(3+a)}{3-a}$. C. $\frac{4a}{3-a}$. D. $\frac{2a}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = \frac{3\log_2 3}{2+\log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3-a} \Rightarrow \log_6 16 = \frac{4(3-a)}{3+a}$

Câu 13. Cho $\lg 3 = a$, $\lg 2 = b$. Khi đó giá trị của $\log_{125} 30$ được tính theo a là:

A. $\frac{1+a}{3(1-b)}$. B. $\frac{4(3-a)}{3-b}$ C. $\frac{a}{3+b}$. D. $\frac{a}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_{125} 30 = \frac{\lg 30}{\lg 125} = \frac{1+\lg 3}{3(1-\lg 2)} = \frac{1+a}{3(1-b)}$

www.carot.vn

Câu 14. Cho $\log_a b=\sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $A=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$ được tính theo a là:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

Hướng dẫn giải

Ta có : $\log_a b=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{b}}{a}=a^{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}=a^{\alpha}\Rightarrow\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}=a^{\frac{\sqrt{3}}{3}\alpha}\Rightarrow A=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 15. Cho $\log_{27}5=a,\ \log_8 7=b,\ \log_2 3=c$. Giá trị của $\log_6 35$ được tính theo a,b,c là:

A. $\frac{3(ac+b)}{1+c}$. B. $\frac{ac}{1+b}$. C. $\frac{ac}{1-c}$. D. $\frac{3ac+3b}{3+a}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_{27}5=a\Rightarrow\ \log_3 5=3a,\ \log_8 7=b\Rightarrow\log_3 7=\frac{3b}{c}\Rightarrow\log_2 5=3ac$

$\Rightarrow\log_6 35=\frac{3(ac+b)}{1+c}$

Câu 16. Cho $x=2000!$. Giá trị của biểu thức $A=\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_3 x}+...+\frac{1}{\log_{2000} x}$ là:

A.1. B. -1. C. $\frac{1}{5}$. D. 2000.

Hướng dẫn giải

Ta có: $A=\log_x 2+\log_x 3+...+\log_x 2000=\log_x(1.2.3...2000)=\log_x x=1$

Câu 17. Biết $a=\log_7 12, b=\log_{12}24$; khi đó giá trị của $\log_{54}168$ được tính theo a là:

A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$. B. $\frac{ab+1-a}{a(8-5b)}$. C. $\frac{a(8-5b)}{1+ab}$. D. $\frac{a(8-5b)}{1+ab-a}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_7 12;\log_{12}24$ cho A, B

Lấy $\log_{54}168$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 18. Biết $\log_a b=2,\log_a c=-3$; khi đó giá trị của bieeur thức $\log_a\frac{a^2b^3}{c^4}$ bằng:

A. 20. B. $-\frac{2}{3}$. C. -1. D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

www.carot.vn

Ta có $\log_a \frac{a^2b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2 + 3.2 - 4.(-3) = 20$. Ta chọn đáp án A

Câu 19. Biết $\log_a b = 3, \log_a c = -4$; khi đó giá trị của biểu thức $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{b}c^2\right)$ bằng:

A. -5. B. $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$. C. -16. D. -48.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_a\left(a^2\sqrt[3]{b}c^2\right) = 2\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b + 2\log_a c = 2 + \frac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$. Ta chọn đáp án A

Câu 20. Rút gọn biểu thức $A = \log_a a^3\sqrt{a}\sqrt[5]{a}$, ta được kết quả là:

A. $\frac{37}{10}$. B. $\frac{35}{10}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{1}{10}$.

Hướng dẫn giải

Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tínhsẽ được kết quả $A = \frac{37}{10}$. Ta chọn đáp án A

Câu 21. Rút gọn biểu thức $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a\sqrt[5]{a^3}\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}\sqrt[4]{a}}$, ta được kết quả là :

A. $-\frac{91}{60}$. B. $\frac{60}{91}$. C. $\frac{16}{5}$. D. $-\frac{5}{16}$.

Hướng dẫn giải

Thay $a = e$, rồi sử dụng máy tínhsẽ được kết quả $B = -\frac{91}{60}$. Ta chọn đáp án A

Câu 22. Biết $a = \log_2 5, b = \log_3 5$; khi đó giá trị của $\log_6 5$ được tính theo a, b là :

A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $a+b$. D. a^2+b^2.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5(2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5.\log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}$

Câu 23. Cho $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{140} 63$ được tính theo a, b, c là:

A. $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$. B. $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$. C. $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$. D. $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$ cho A, B, C

Lấy $\log_{140} 63$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

www.carot.vn

Ta chọn đáp án A

Câu 24. Cho $a=\log_5 2; b=\log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_5 72$ được tính theo a,b là :

A. $3a+2b$. B. a^3+b^2. C. $3a-2b$. D. $6ab$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_5 2; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_5 72$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

Câu 25. Biết $a=\log_{12}18, b=\log_{24}54$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $ab+5(a-b)=1$. B. $5ab+a+b=1$. C. $ab+5(a-b)=-1$. D. $5ab+a-b=0$.

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt $\log_{12}18; \log_{24}54$ cho A và B.

Với đáp án A nhập vào máy : $AB+5(A-B)-1$, ta được kết quả bằng 0. Vậy A là đáp án đúng.

Câu 26. Biết $\log_3\left(\log_4\left(\log_2 y\right)\right)=0$, khi đó giá trị của biểu thức $A=2y+1$ là:

A.33. B. 17. C. 65. D. 133.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_3\left(\log_4\left(\log_2 y\right)\right)=0$ nên $\log_4(\log_2 y)=1 \Rightarrow \log_2 y=4 \Rightarrow y=2^4 \Rightarrow 2y+1=33$.

Đáp án A

Câu 27. Cho $\log_5 x>0$, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_5 x>\log_6 x$. B. $\log_x 5>\log_x 6$. C. $\log_5 x=\log_x 5$ .D. $\log_x 5\le\log_x 4$.

Hướng dẫn giải

Vì $\log_5 x>0 \Rightarrow x>1$. Khi đó $\log_5 x>\log_6 x$. Chọn đáp án A.

Câu 28. Cho $0<x<1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\sqrt[3]{\log_x 5}+\sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5}<0$ B. $\sqrt[3]{\log_x 5}>\sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$

C. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}}<\log_5 \frac{1}{2}$. D. $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}}.\sqrt[3]{\log_x 5}>0$

Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, Chọn $x=0,5$ và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A

Câu 29. Trong bốn số $3^{\log_3 4}$, $3^{2\log_3 2}$, $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$, $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$ số nào nhỏ hơn 1?

www.carot.vn

A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$. B. $3^{2\log_3 2}$. C. $3^{\log_3 4}$. D. $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận: Ta có:

$3^{\log_3 4}=4; 3^{2\log_3 2}=3^{\log_3 4}=4; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}=2^{-2\log_2 5}=2^{\log_2 5^{-2}}=5^{-2}=\frac{1}{25};$

$\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}=\left(2^{-4}\right)^{-\log_2 2}=2^{\log_2 2^4}=2^4=16$ Chọn : Đáp án A

+Trắc nghiệm: nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

Câu 30. Gọi $M=3^{\log_{0,5} 4}$; $N=3^{\log_{0,5} 13}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $N<M<1$. B. $M<1<N$. C. $M<N<1$. D. $N<1<M$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận:

Ta có $\log_{0,5} 13<\log_{0,5} 4<0 \Rightarrow 3^{\log_{0,5} 13}<3^{\log_{0,5} 4}<1 \Rightarrow N<M<1$

Chọn : Đáp án A

+ Trắc nghiệm: Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án A đúng.

Câu 31. Biểu thức $\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right)+\log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)$ có giá trị bằng:

A. – 1. B. – 2. C.1. D. $\log_2\sqrt{3}-1$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right)+\log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)=\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}.\cos\frac{\pi}{12}\right)=\log_2\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)=\log_2\frac{1}{2}=-1$

Chọn: Đáp án A

VẬN DỤNG CAO

Câu 32. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x)=\log_{\sqrt{5}}(x-m)$ xác định với mọi $x\in(-3;+\infty)$?

A. $m\le -3$. B. $m<-3$. C. $m>-3$. D. $m\ge -3$.

Hướng dẫn giải

Biểu thức $f(x)$ xác định $x-m>0 \Leftrightarrow x>m$.

Để $f(x)$ xác định với mọi $x\in(-3;+\infty)$ thì $m\le -3$ Ta chọn đáp án A

www.carot.vn

Câu 33. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(3-x)(x+2m)$ xác định với mọi $x\in[-4;2]$?

A. $m>2$. B. $m\ge\frac{3}{2}$. C. $m\ge 2$. D. $m\ge -1$.

Hướng dẫn giải

Thay $m=2$ vào điều kiện $(3-x)(x+2m)>0$ ta được $(3-x)(x+4)>0\Leftrightarrow x\in(-4;3)$ mà $[-4;2]\not\subset(-4;3)$ nên các đáp án B, C, D loại. Ta chọn đáp án đúng là A.

Câu 34. Với giá trị nào của m thì biểu thức $f(x)=\log_3\sqrt{(m-x)(x-3m)}$ xác định với mọi $x\in(-5;4]$?

A. $m\in\varnothing$. B. $m>\frac{4}{3}$. C. $m<-\frac{5}{3}$. D. $m\ne 0$.

Hướng dẫn giải

- Thay $m=2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m)>0$ ta được $(2-x)(x-6)>0\Leftrightarrow x\in(2;6)$ mà $(-5;4]\not\subset(2;6)$ nên các đáp án B, D loại.

- Thay $m=-2$ vào điều kiện $(m-x)(x-3m)>0$ ta được $(-2-x)(x+6)>0\Leftrightarrow x\in(-6;-2)$ mà $(-5;4]\not\subset(-6;-2)$ nên các đáp án C loại. Do đó Ta chọn đáp án đúng là A.

Câu 35. Với mọi số tự nhiên n, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $n=-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bâc }2}$. B. $n=\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bâc }2}$.

C. $n=2+\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bâc }2}$. D. $n=2-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ căn bâc }2}$.

Hướng dẫn giải

+Tự luận:

Đặt $-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ daấu caên}}=m$. Ta có: $\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{-m}\Leftrightarrow\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{2^{-m}}$.

Ta thấy : $\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}},\sqrt{\sqrt{2}}=2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2},.....,\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}=2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}=2^{2^{-n}}$. Do đó ta được: $2^{-m}=2^{-n}\Leftrightarrow m=n$. Vậy $n=-\log_2\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{...\sqrt{2}}}}}_{n\text{ daấu caên}}$. Đáp án A.

+**Trắc nghiệm**: Sử dụng máy tính Casio, lấy n bất kì, chẳng hạn n = 3.

Nhập biểu thức $-\log_2\log_2\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$ (có 3 dấu căn) vào máy tính ta thu được kết quả bằng – 3. Vậy chọn A.

Câu 36. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn: $a^{\log_3 7}=27, b^{\log_7 11}=49, c^{\log_{11}25}=\sqrt{11}$. Giá trị của biểu thức $A=a^{(\log_3 7)^2}+b^{(\log_7 11)^2}+c^{(\log_{11}25)^2}$ là:

A. 469. B.729. C. 519. D.129.

www.carot.vn

Hướng dẫn giải

Ta có

$$\left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7}+\left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11}+\left(c^{\log_{11} 25}\right)^{\log_{11} 25}=27^{\log_3 7}+49^{\log_7 11}+\left(\sqrt{11}\right)^{\log_{11} 25}=7^3+11^2+25^{\frac{1}{2}}=469$$

Suy ra : Đáp án A

Câu 37. Cho $a,b>0$ thỏa mãn $a^2+b^2=7ab$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log\frac{a+b}{3}=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

B. $3\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

C. $\log(a+b)=\frac{3}{2}(\log a+\log b)$.

D. $2(\log a+\log b)=\log(7ab)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $a^2+b^2=7ab\Rightarrow(a+b)^2=9ab\Leftrightarrow\left(\frac{a+b}{3}\right)^2=ab$. Lấy Loga hai vế, ta được:

$$2\log\left(\frac{a+b}{3}\right)=\log a+\log b\Leftrightarrow\log\left(\frac{a+b}{3}\right)=\frac{\log a+\log b}{2}$$

Chọn : Đáp án A

Câu 38. Kết quả rút gọn của biểu thức $C=\sqrt{\log_a b+\log_b a+2}\left(\log_a b-\log_{ab} b\right)\sqrt{\log_a b}$ là:

A. $\left(\sqrt{\log_a b}\right)^3$.

B. $\sqrt{\log_a b}$.

C. $\sqrt[3]{\log_a b}$.

D. $\log_a b$.

Hướng dẫn giải:

$$C=\sqrt{\log_a b+\log_b a+2}\left(\log_a b-\log_{ab} b\right)\sqrt{\log_a b}$$

$$=\sqrt{\frac{\left(\log_a b+1\right)^2}{\log_a^2 b}}\left(\log_a b-\frac{\log_a b}{1+\log_a b}\right)\sqrt{\log_a b}=\frac{\left(\log_a b+1\right)}{\log_a b}\left(\frac{\log_a^2 b}{1+\log_a b}\right)\sqrt{\log_a b}=\left(\sqrt{\log_a b}\right)^3$$

Câu 39. Cho $a,b,c>0$ đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_{\frac{a}{b}}^2\frac{c}{b};\log_{\frac{b}{c}}^2\frac{a}{c};\log_{\frac{c}{a}}^2\frac{b}{a}=1$.

B. $\log_{\frac{a}{b}}^2\frac{c}{b};\log_{\frac{b}{c}}^2\frac{a}{c};\log_{\frac{c}{a}}^2\frac{b}{a}>1$.

C. $\log_{\frac{a}{b}}^2\frac{c}{b};\log_{\frac{b}{c}}^2\frac{a}{c};\log_{\frac{c}{a}}^2\frac{b}{a}>-1$.

D. $\log_{\frac{a}{b}}^2\frac{c}{b};\log_{\frac{b}{c}}^2\frac{a}{c};\log_{\frac{c}{a}}^2\frac{b}{a}<1$.

Hướng dẫn giải

* $\log_a\frac{b}{c}=\log_a\left(\frac{c}{b}\right)^{-1}=-\log_a\frac{c}{b}\Rightarrow\log_a^2\frac{b}{c}=\left(-\log_a\frac{c}{b}\right)^2=\log_a^2\frac{c}{b}$

* $\log_a b.\log_b c.\log_c a=1\Leftrightarrow\log_a b.\log_b a=\log_a a=1$

* Từ 2 kết quả trên ta có :

www.carot.vn

$$\log^2_{\frac{a}{b}}\frac{c}{b}\log^2_{\frac{b}{c}}\frac{a}{c}\log^2_{\frac{c}{a}}\frac{b}{a}=\left(\log_{\frac{a}{b}}\frac{b}{c}.\log_{\frac{b}{c}}\frac{c}{a}\log_{\frac{c}{a}}\frac{a}{b}\right)^2=1$$

Chọn : Đáp án A.

Câu 40. Gọi $(x;y)$ là nghiệm nguyên của phương trình $2x+y=3$ sao cho $P=x+y$ là số dương nhỏ nhất, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log_2 x+\log_3 y$ không xác định. B. $\log_2(x+y)=1$.

C. $\log_2(x+y)>1$. D. $\log_2(x+y)>0$.

Hướng dẫn giải

Vì $x + y > 0$ nên trong hai số x và y phải có ít nhất một số dương mà

$x + y = 3 – x > 0$ nên suy ra $x < 3$ mà x nguyên nên $x = 2; 1; 0; –1; ...$

+ Nếu $x = 2$ suy ra $y = – 1$ nên $x + y = 1$

+ Nếu $x = 1$ thì $y = 1$ nên $x + y = 2$

+ Nếu $x = 0$ thì $y = 3$ nên $x + y = 3$

+ Nhận xét rằng : $x < 2$ thì $x + y > 1$. Vậy $x + y$ nhỏ nhất bằng 1.

Suy ra: Chọn đáp án A

Câu 41. Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức $\log_2 a+\log_3 a+\log_5 a=\log_2 a.\log_3 a.\log_5 a$

A. 3. B.1. C.2. D. 0.

Hướng dẫn giải

$$(*)\Leftrightarrow \log_2 a+\log_3 2.\log_2 a+\log_5 2.\log_2 a=\log_2 a.\log_3 5.\log_5 a.\log_5 a$$
$$\Leftrightarrow \log_2 a.\left(1+\log_3 2+\log_5 2\right)=\log_2 a.\log_3 5.\log_5^2 a$$
$$\Leftrightarrow \log_2 a.\left(1+\log_3 2+\log_5 2-\log_3 5.\log_5^2 a\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 a=0\\ 1+\log_3 2+\log_5 2-\log_3 5.\log_5^2 a=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ \log_5 a=\pm\sqrt{\dfrac{1+\log_3 2+\log_5 2}{\log_3 5}}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\\ a=5^{\pm\sqrt{\frac{1+\log_3 2+\log_5 2}{\log_3 5}}}\end{array}\right.$$

Chọn: Đáp án A

www.carot.vn