

# KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

## A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

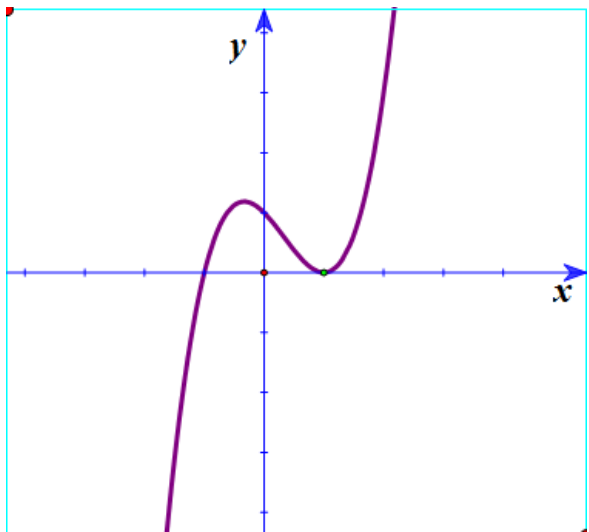
### Các bước khảo sát và vẽ đồ thị hàm số:

1. Tìm tập xác định của hàm số.
2. Tìm cực trị: Tính  $y'$ , giải phương trình  $y' = 0$
3. Tìm tiệm cận (nếu có).
4. Lập bảng biến thiên.
5. Vẽ đồ thị (tìm thêm các điểm thích hợp và chú ý giao điểm của đồ thị với các trục tọa độ)

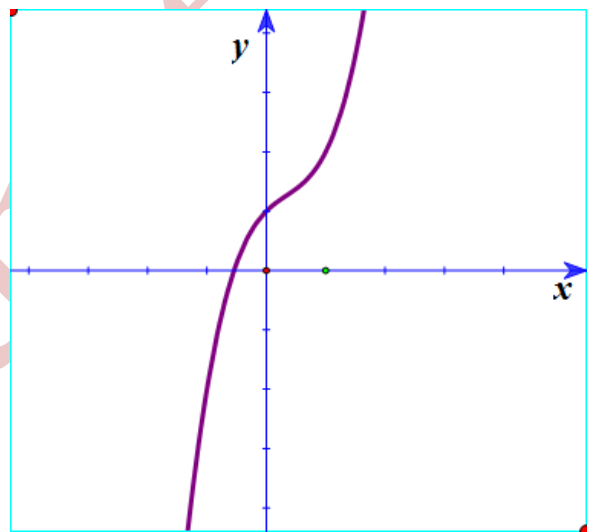
## B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

### I. Đồ thị hàm số bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ( $a \neq 0$ ) (C)

#### 1. Khi $a > 0$ :

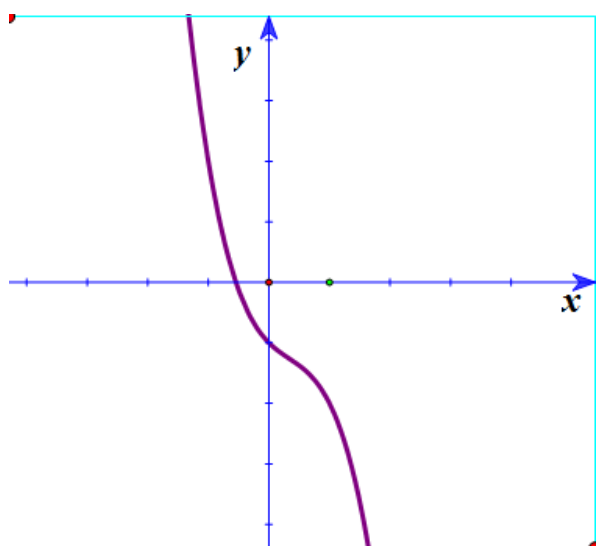
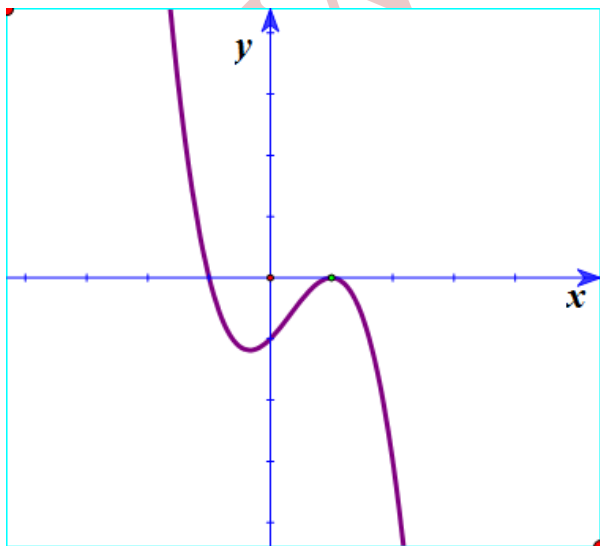


(C) có 2 điểm cực trị ( $b^2 - 3ac > 0$ )



(C) không có điểm cực trị ( $b^2 - 3ac \leq 0$ )

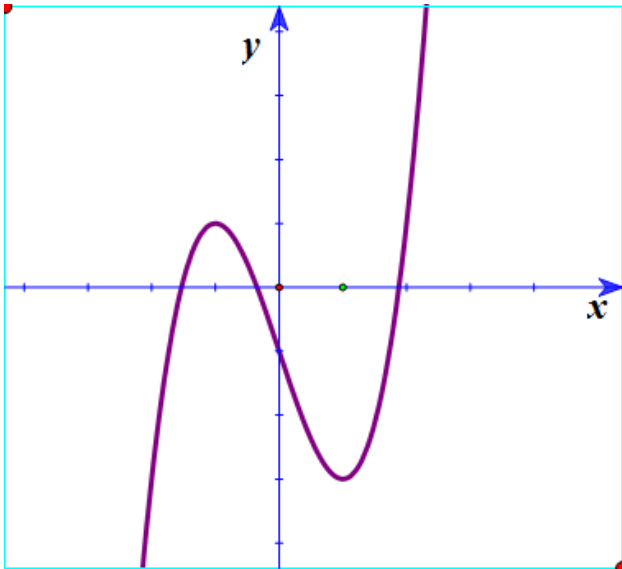
#### 2. Khi $a < 0$ :



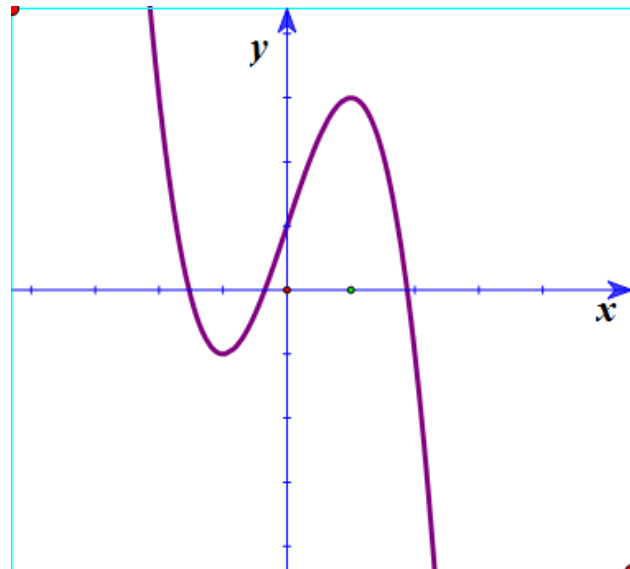
(C) có 2 điểm cực trị ( $b^2 - 3ac > 0$ )

(C) không có điểm cực trị ( $b^2 - 3ac \leq 0$ )

**Đặc biệt:** (C) có 2 điểm cực trị nằm 2 phía so với trục Oy khi  $ac < 0$



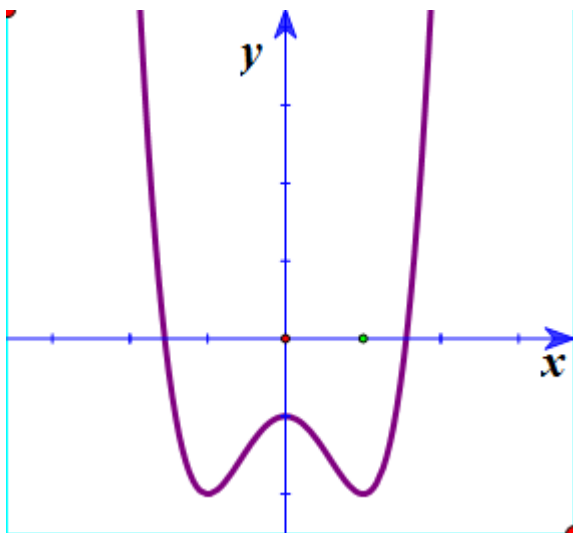
Khi  $a > 0$



Khi  $a < 0$

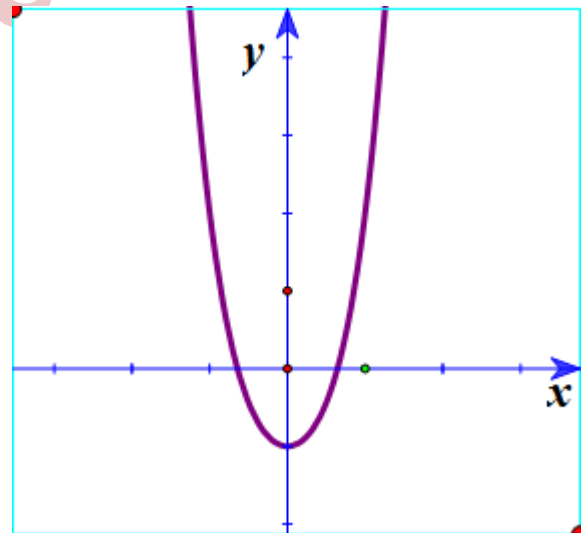
**II. Đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương:**  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) (C)

1. Khi  $a > 0$ :



(C) có 3 điểm cực trị ( $b < 0$ )

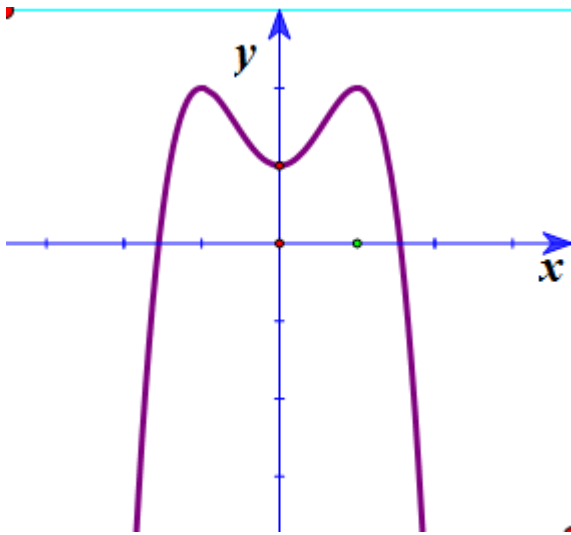
(1 CĐ, 2 CT)



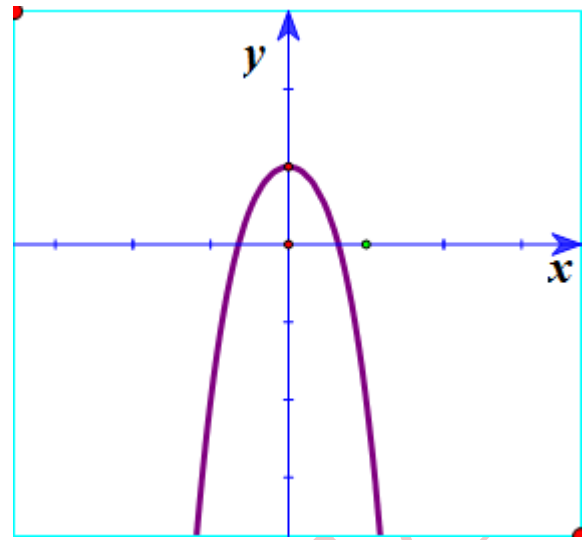
(C) có điểm cực trị ( $b \geq 0$ )

(1 CT)

2. Khi  $a < 0$ :

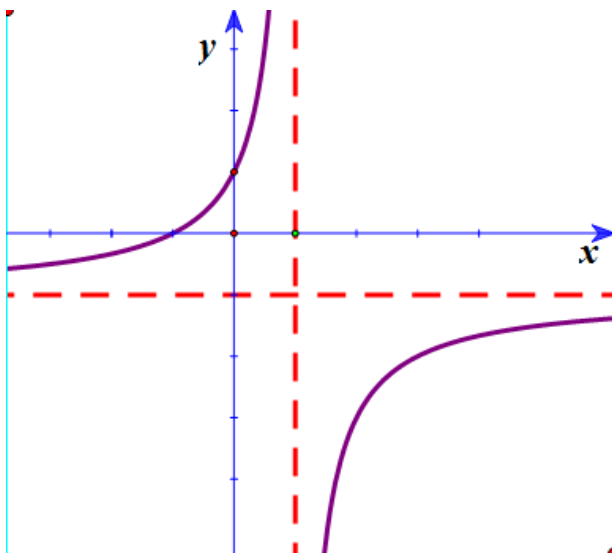


(C) có 3 điểm cực trị ( $b < 0$ )  
(2 CĐ, 1 CT)

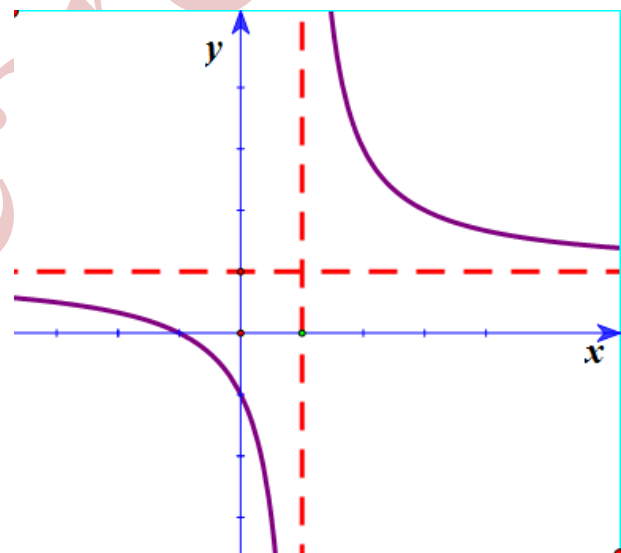


(C) có điểm cực trị ( $b \geq 0$ )  
(1 CĐ)

**III. Đồ thị hàm số nhất biến:**  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $ad - bc \neq 0$ ) (C)



Khi  $ad - bc > 0$



Khi  $ad - bc < 0$

**IV. Biến đổi đồ thị:**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C). Khi đó, với số  $a > 0$  ta có:

1. Hàm số  $y = f(x) + a$  có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của  $Oy$  lên trên  $a$  đơn vị.
2. Hàm số  $y = f(x) - a$  có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của  $Oy$  xuống dưới  $a$  đơn vị.
3. Hàm số  $y = f(x + a)$  có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của  $Ox$  qua trái  $a$  đơn vị.
4. Hàm số  $y = f(x - a)$  có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của  $Ox$  qua phải  $a$  đơn vị.

5. Hàm số  $y = -f(x)$  có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục  $Ox$ .

6. Hàm số  $y = f(-x)$  có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục  $Oy$ .

7. Hàm số  $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x > 0 \\ f(-x) & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$  có đồ thị (C') bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm bên phải trục  $Oy$  và bỏ phần (C) nằm bên trái  $Oy$ .

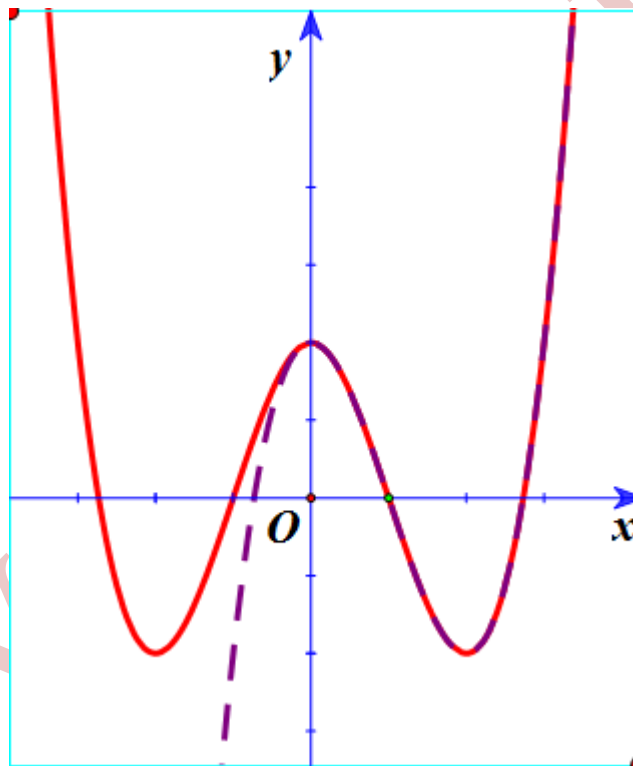
+ Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm bên phải trục  $Oy$  qua  $Oy$ .

Ví dụ: Vẽ đồ thị hàm số (C'):  $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$  từ đồ thị (C):  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

Giả sử (C) là đường đứt khúc trong hình vẽ.

Bước 1: Giữ nguyên đường đứt khúc phía bên phải trục  $Oy$  bằng cách tô đậm phần đường đứt khúc bên phải  $Oy$ , và bỏ phần đường đứt khúc bên trái  $Oy$ .

Bước 2: lấy đối xứng qua  $Oy$  phần đường mới tô đậm, ta được đồ thị (C').



8. Hàm số  $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) > 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) \leq 0 \end{cases}$  có đồ thị (C') bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên  $Ox$ .

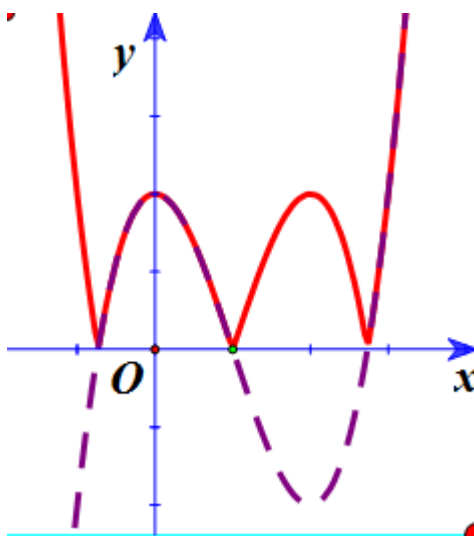
+ Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới  $Ox$  qua  $Ox$  và bỏ phần đồ thị (C) nằm dưới  $Ox$ .

Ví dụ: Vẽ đồ thị hàm số (C'):  $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$  từ đồ thị (C):  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ .

Giả sử (C) là đường đứt khúc trong hình vẽ.

Bước 1: Giữ nguyên đường đứt khúc phía trên trục  $Ox$  bằng cách tô đậm phần đường đứt khúc phía trên  $Ox$ .

Bước 2: lấy đối xứng qua  $Ox$  phần đường đứt khúc nằm dưới  $Ox$  qua  $Ox$  rồi xóa phần đường đứt khúc nằm dưới  $Ox$ , ta được đồ thị  $(C')$ .

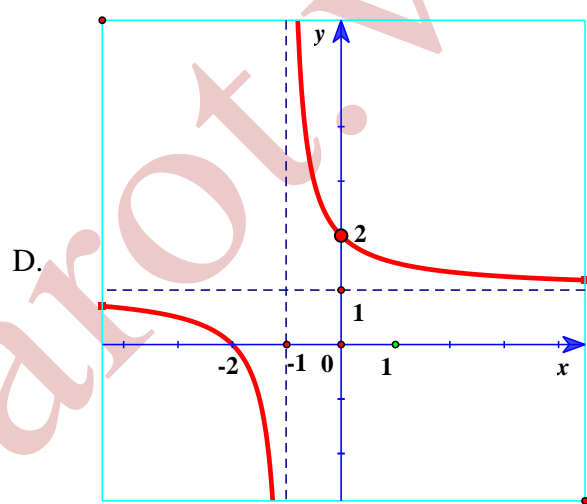
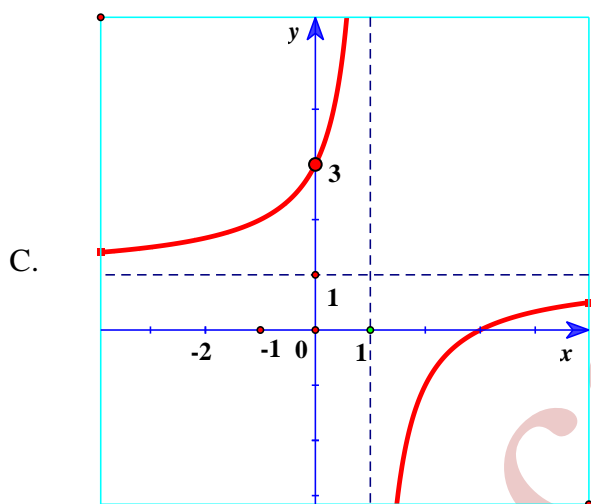
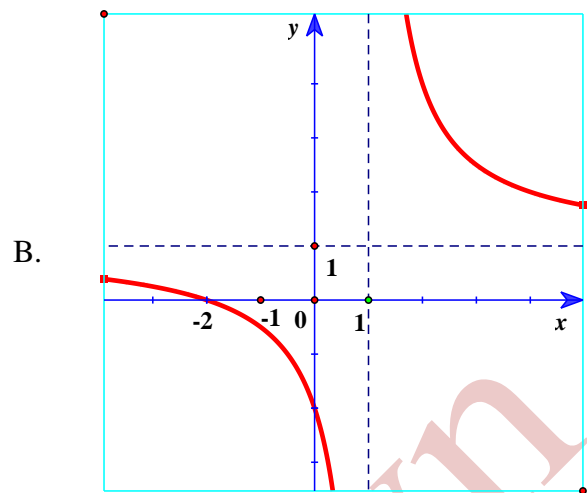
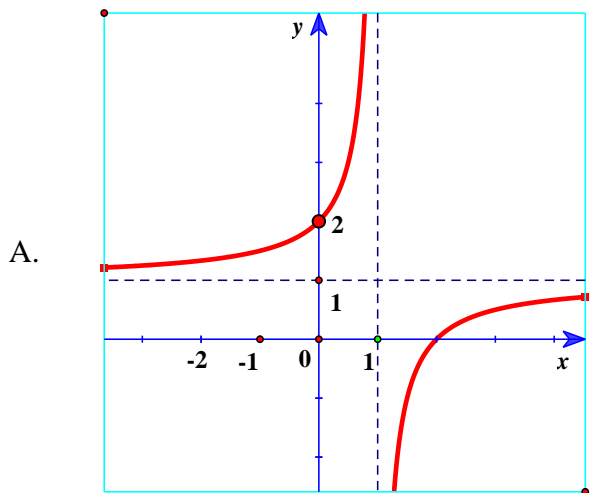


## KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

### C. BÀI TẬP

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU (tối thiểu 30 câu)

**Câu 1.** Hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



### Hướng dẫn giải

#### [Phương pháp tự luận]

Hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  có tiệm cận đứng  $x=1$ , Tiệm cận ngang  $y=1$  nên loại trường hợp D.

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  đi qua điểm  $(0;2)$  nên chọn **đáp án A**.

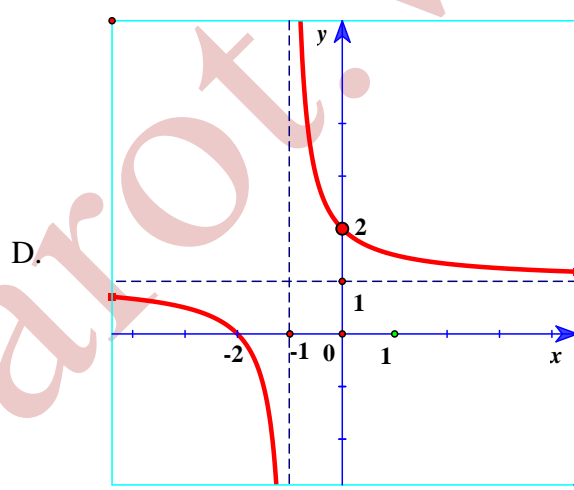
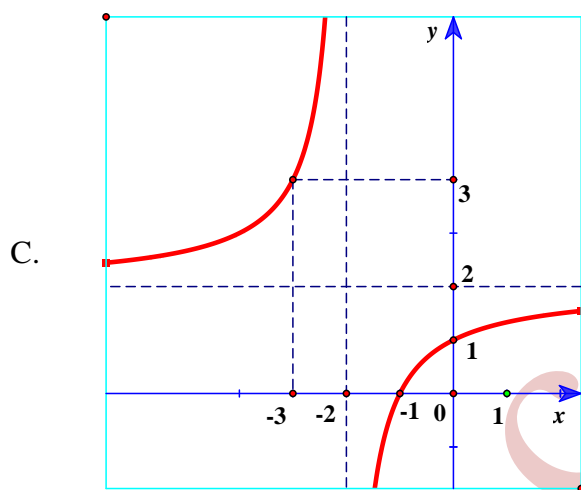
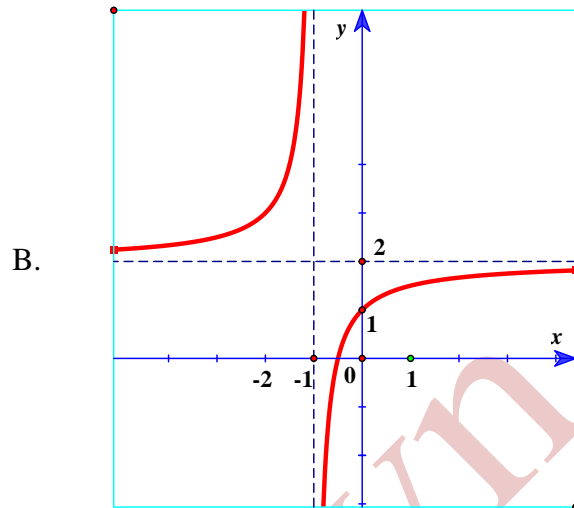
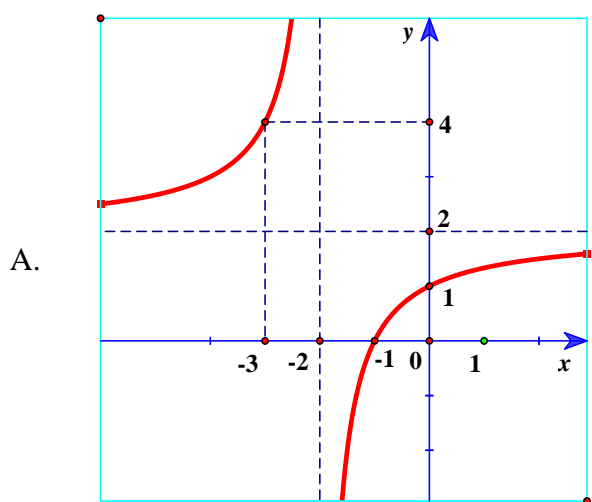
#### [Phương pháp trắc nghiệm]

$\left. \frac{d}{dx} \left( \frac{x-2}{x-1} \right) \right|_{x=10} = \frac{1}{81} > 0$  suy ra hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  đồng biến trên tập xác định, **loại đáp án B**,

D.

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  đi qua điểm  $(0;2)$  nên chọn **đáp án A**.

**Câu 2.** Hàm số  $y = \frac{2+2x}{2+x}$  có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



### Hướng dẫn giải

#### [Phương pháp tự luận]

Hàm số  $y = \frac{2+2x}{2+x}$  có tiệm cận đứng  $x = -2$ , Tiệm cận ngang  $y = 2$  nên loại **đáp án B, D**.

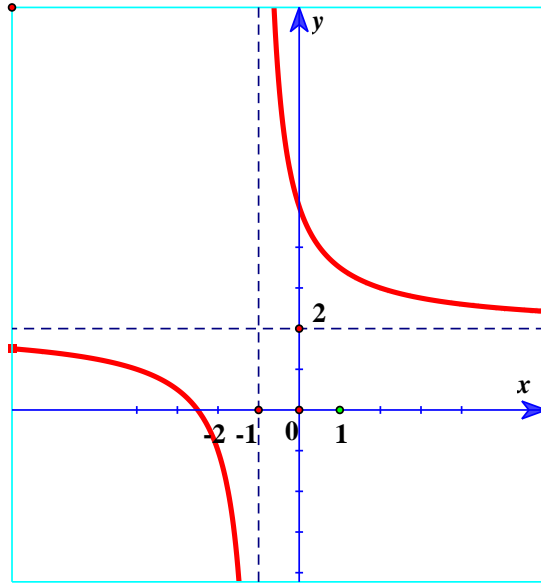
Đồ thị hàm số  $y = \frac{2+2x}{2+x}$  đi qua điểm  $(-3; 4)$  nên chọn **đáp án A**.

#### [Phương pháp trắc nghiệm]

$\frac{d}{dx} \left( \frac{2+2x}{2+x} \right) \Big|_{x=1} \approx 0,2 > 0$  suy ra hàm số  $y = \frac{2+2x}{2+x}$  đồng biến trên tập xác định, **loại đáp án D**.

Sử dụng chức năng CALC của máy tính:  $CALC \rightarrow -3 = 4$  nên chọn **đáp án A**.

**Câu 3.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = \frac{2x+5}{x+1}$ ;      B.  $y = x^3 + 3x^2 + 1$ ;      C.  $y = x^4 - x^2 + 1$ ;      D.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Nhìn vào đồ thị ta thấy ngay đây là hàm có dạng  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  nên loại đáp án **B, C**.

Hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  có  $ad-b.c = 2.1 - 1.1 = 1 > 0$  nên loại đáp án **D**.

Hàm số  $y = \frac{2x+5}{x+1}$  có  $ad-b.c = 2.1 - 1.5 = -3 < 0$  nên chọn đáp án **A**.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

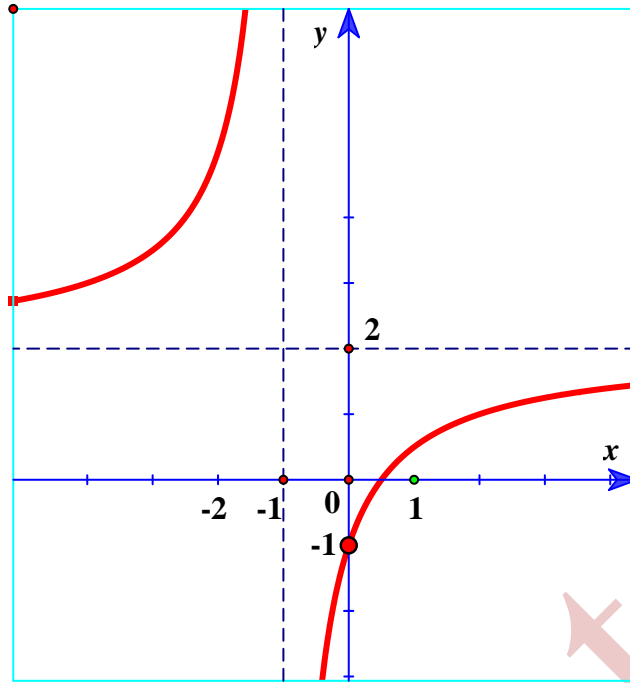
Nhìn vào đồ thị ta thấy ngay đây là hàm có dạng  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  nên loại đáp án **B, C**.

$\left. \frac{d}{dx} \left( \frac{2x+1}{x+1} \right) \right|_{x=1} = 0,25 > 0$  suy ra hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  đồng biến trên tập xác định, **loại đáp án D**.

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Câu 4.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?





A.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ ;

B.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$ ;

C.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ ;

D.  $y = \frac{1-2x}{x-1}$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Nhìn vào đồ thị ta thấy ngay tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ . Loại đáp án **B, D**.

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(0; -1)$ .

$y = \frac{2x+1}{x+1}$  khi  $x = 0 \Rightarrow y = 1$ . Loại đáp án **B**.

$y = \frac{2x-1}{x+1}$  khi  $x = 0 \Rightarrow y = -1$ . Chọn đáp án **A**.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**Câu 5.** Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y$	-		-
$y$	$-1$		$+\infty$
		$-\infty$	$-1$

A.  $y = \frac{-x+3}{x-1}$ ;      B.  $y = \frac{-x-2}{x-1}$ ;      C.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ ;      D.  $y = \frac{-x-3}{x-1}$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy ngay tiệm cận đứng  $x=1$ , tiệm cận ngang  $y=-1$ .  
suy ra loại đáp án C.

Nhìn vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty;1)$  và  $(1;+\infty)$ .

$y = \frac{-x-2}{x-1}$  có  $ad-b.c = -1.(-1) - 1.(-2) = 3 > 0$ . Loại đáp án B.

$y = \frac{-x-3}{x-1}$  có  $ad-b.c = -1.(-1) - 1.(-3) = 4 > 0$ . Loại đáp án D.

$y = \frac{-x+3}{x-1}$  có  $ad-b.c = -1.(-1) - 1.3 = -2 < 0$ . Chọn đáp án A.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy ngay tiệm cận đứng  $x=1$ , tiệm cận ngang  $y=-1$ .  
suy ra loại đáp án C.

Nhìn vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty;1)$  và  $(1;+\infty)$ .

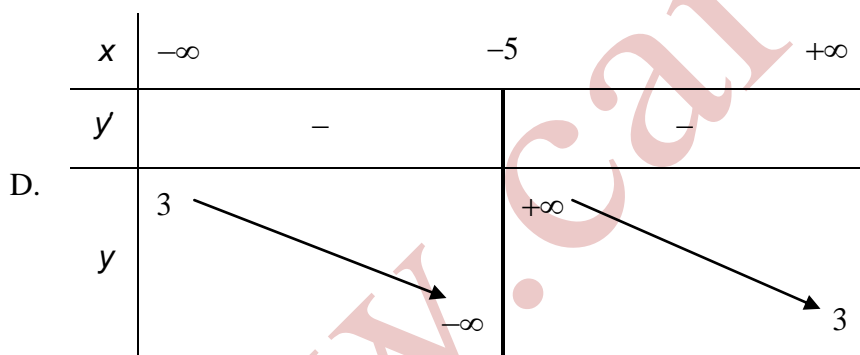
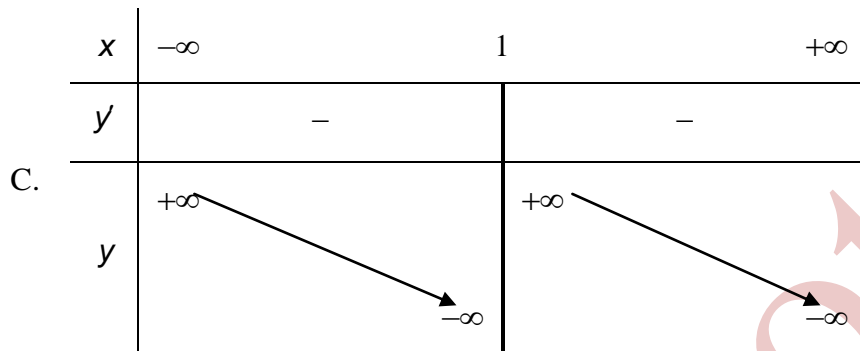
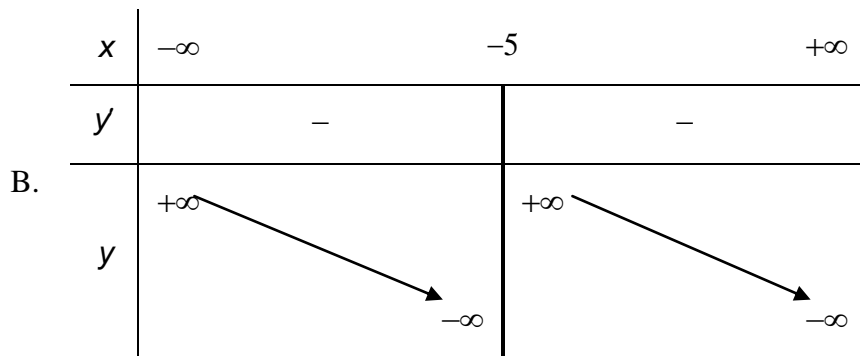
$\left. \frac{d}{dx} \left( \frac{-x-2}{x-1} \right) \right|_{x=0} = 3 > 0$  suy ra loại đáp án B.

$\left. \frac{d}{dx} \left( \frac{-x-3}{x-1} \right) \right|_{x=0} = 4 > 0$  suy ra loại đáp án C.

$\left. \frac{d}{dx} \left( \frac{-x+3}{x-1} \right) \right|_{x=0} = -2 < 0$  suy ra chọn đáp án A.

**Câu 6.** Hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-1}$  có bảng biến thiên nào dưới đây. Chọn đáp án đúng?

$x$	$-\infty$		1		$+\infty$
$y$		-		-	
A.	3			$+\infty$	3
$y$					



**Hướng dẫn giải**

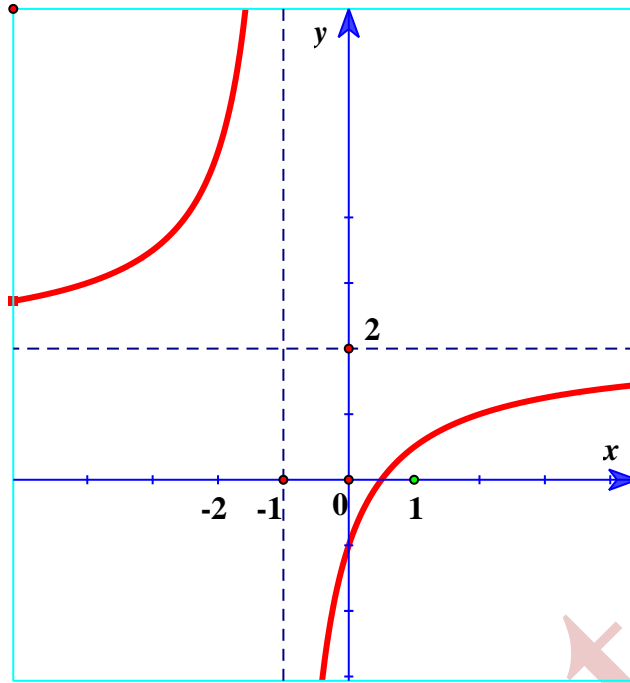
**[Phương pháp tự luận]**

Hàm số  $y = \frac{3x+2}{x-1}$  có tiệm cận đứng  $x=1$ , tiệm cận ngang  $y=3$ .

Do đó chọn đáp án A.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**Câu 7.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



- A. Hàm số có hai cực trị;
- B. Hàm số đồng biến trong khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ ;
- C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận;
- D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ .

**Hướng dẫn giải**

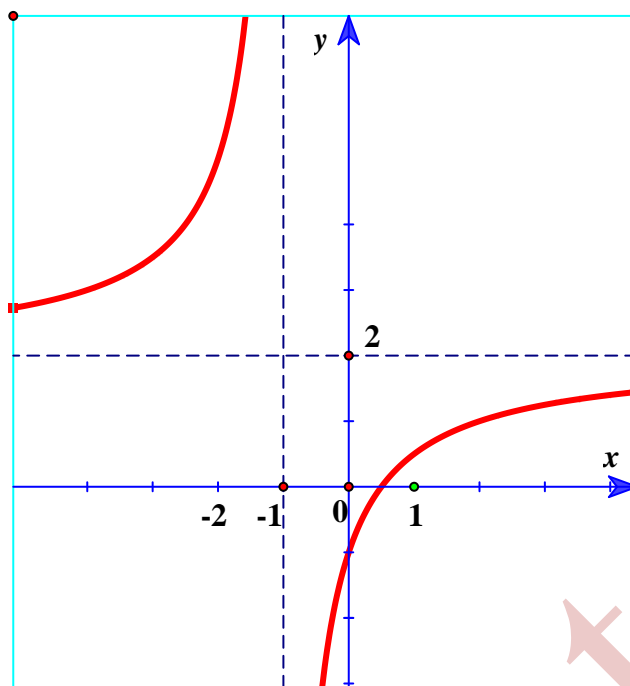
**[Phương pháp tự luận]**

Nhìn vào ta thấy đây là hàm số có dạng  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  nên không có cực trị.

Do đó chọn đáp án **A**.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**Câu 8.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ ;
- B. Hàm số nghịch biến trong khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ ;
- C. Hàm số có hai cực trị;
- D. Hàm số đồng biến trong khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

**Hướng dẫn giải**

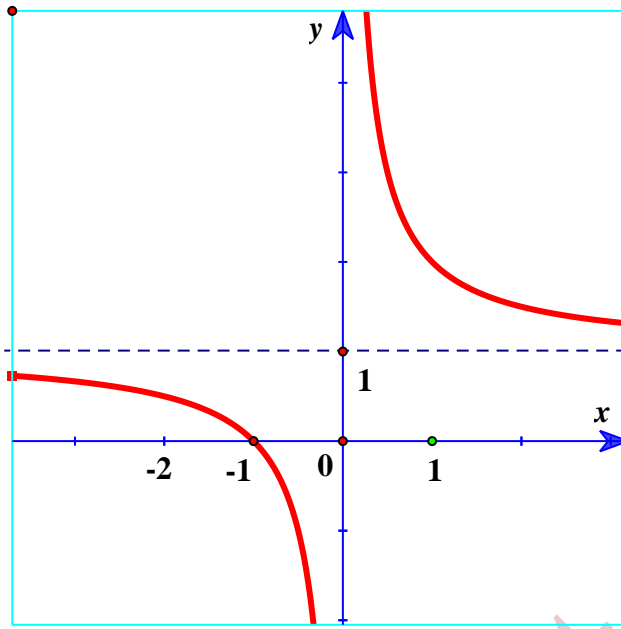
**[Phương pháp tự luận]**

Nhìn vào ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 2$ .

Do đó chọn đáp án **A**.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**Câu 9.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x=0$ , tiệm cận ngang  $y=1$ ;
- B. Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận;
- C. Hàm số có hai cực trị;
- D. Hàm số đồng biến trong khoảng  $(-\infty;0)$  và  $(0;+\infty)$ .

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Nhìn vào ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng  $x=0$ , tiệm cận ngang  $y=1$ .

Do đó chọn đáp án **A**.

**[Phương pháp trắc nghiệm]**

**Câu 10.** Cho hàm số  $y=f(x)$  có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y$	-		-
$y$	$-1$		$+\infty$
		$-\infty$	$-1$

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x=1$ , tiệm cận ngang  $y=-1$ ;
- B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x=-1$ , tiệm cận ngang  $y=1$ ;
- C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng;

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

### Hướng dẫn giải

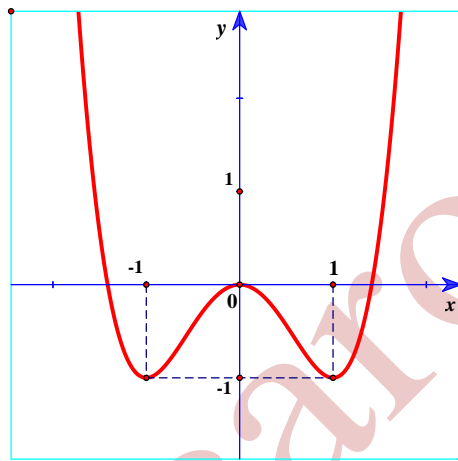
#### [Phương pháp tự luận]

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị có tiệm cận đứng  $x=1$  tiệm cận ngang  $y=-1$ .

Do đó chọn đáp án A.

#### [Phương pháp trắc nghiệm]

**Câu 11.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



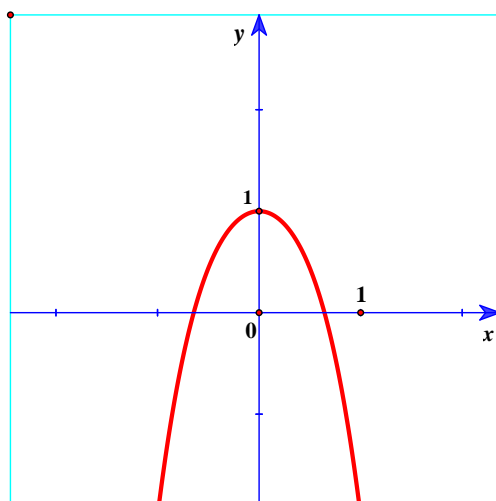
- A.  $y = x^4 - 2x^2$       B.  $y = x^4 + 2x^2$       C.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$       D.  $y = -x^4 - 2x^2$

Hướng dẫn giải:

Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương:  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có 3 cực trị nên  $a > 0$  và  $b < 0$ . Do đó loại B, D.

Do đồ thị qua  $O(0; 0)$  nên  $c = 0$ . Suy ra đáp án A.

**Câu 12.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

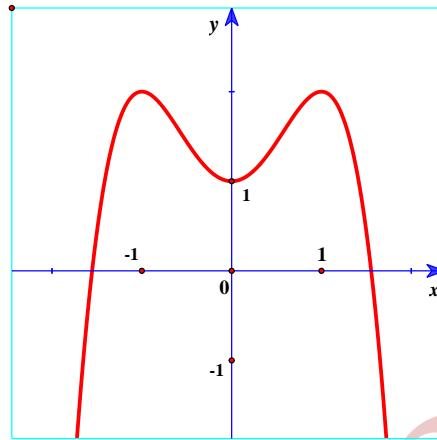


- A.  $y = -x^4 - 2x^2 + 1$    B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$    C.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$    D.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

Hướng dẫn giải:

Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương:  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có 1 cực trị và hướng xuống nên  $a < 0$ ,  $b < 0$ . Suy ra đáp án A.

**Câu 13.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

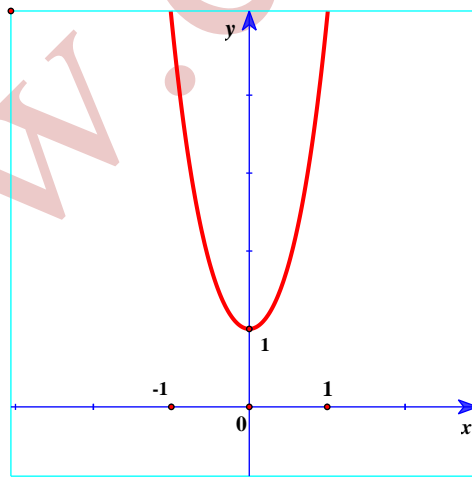


- A.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$    B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$    C.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$    D.  $y = -x^4 - 2x^2 + 1$

Hướng dẫn giải:

Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương:  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có 3 cực trị và hướng xuống nên  $a < 0$ ,  $b > 0$ . Suy ra đáp án A.

**Câu 14.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



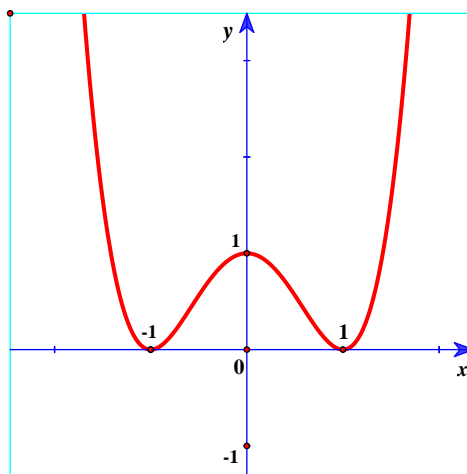
- A.  $y = x^4 + 3x^2 + 1$    B.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$    C.  $y = x^4 - 3x^2 + 1$    D.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

Hướng dẫn giải:

Từ đồ thị và đáp án suy ra đây là hàm số bậc 4 trùng phương:  $y = ax^4 + bx^2 + c$  ( $a \neq 0$ ) có 1 cực trị và hướng lên nên  $a > 0$ ,  $b > 0$ . Suy ra đáp án A.

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng về hàm số  $f(x)$ :



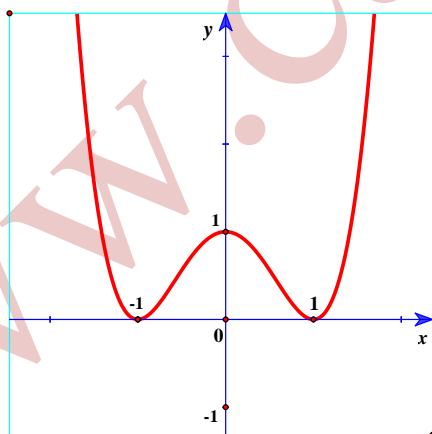


- A. Hàm số  $f(x)$  có ba điểm cực trị.
- B. Hàm số  $f(x)$  có điểm cực tiểu là  $(0;1)$ .
- C. Hàm số  $f(x)$  có điểm cực đại là  $(0;1)$ .
- D. Hàm số  $f(x)$  có ba giá trị cực trị.

Hướng dẫn giải:

Từ đồ thị suy ra hàm số đạt CĐ tại  $x = 0$  và đạt CT tại  $x = \pm 1$ . Suy ra đáp án A.

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định sai về hàm số  $f(x)$ :



- A. Đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận ngang là  $y = 0$ .
- B. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(-1;0)$ .
- C. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; -1)$ .
- D. Hàm số  $f(x)$  tiếp xúc với  $Ox$ .

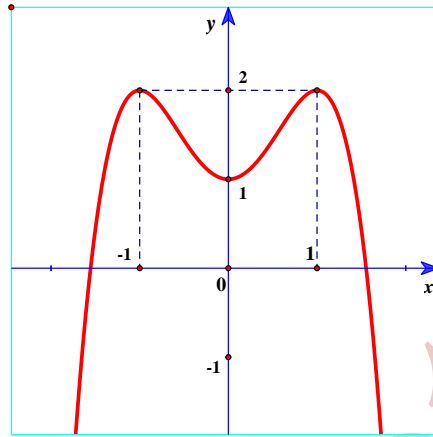
Hướng dẫn giải:

Từ đồ thị ta suy ra các tính chất của hàm số:

1. Hàm số đạt CĐ tại  $x = 0$  và đạt CT tại  $x = \pm 1$ .

2. Hàm số tăng trên  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .
  3. Hàm số giảm trên  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .
  4. Hàm số không có tiệm cận.
- Suy ra đáp án A.

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định sai về hàm số  $f(x)$ :



- A. Hàm số  $f(x)$  có GTNN là 1 khi  $x = 0$ .      B. Hàm số  $f(x)$  có GTLN là 2 khi  $x = 1$ .  
 C. Hàm số  $f(x)$  có ba cực trị.                      D.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$ .

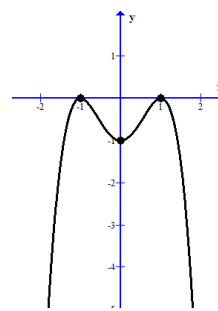
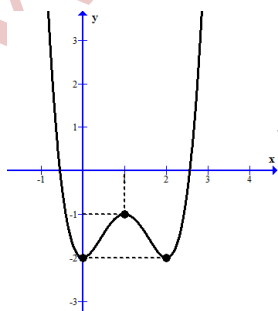
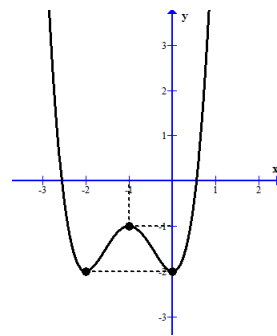
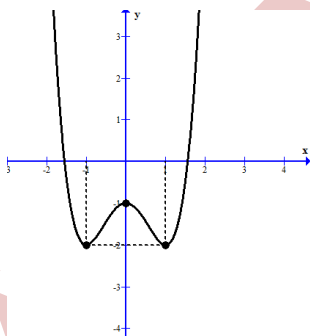
Hướng dẫn giải:

Từ đồ thị suy ra:

1. Hàm số đạt CĐ tại  $x = \pm 1$ , đạt CT tại  $x = 0$ .
2. Hàm số không có GTNN vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$  và GTLN của hàm số là 2 khi  $x = \pm 1$ .

Suy ra chọn A.

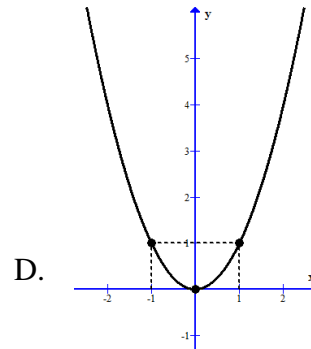
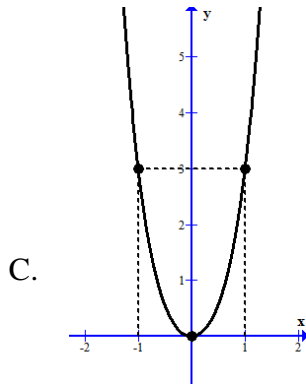
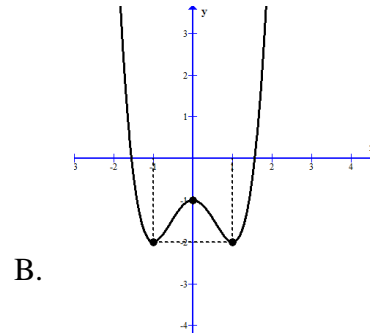
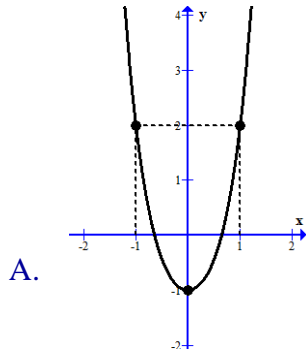
**Câu 18.** Đồ thị của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 1$  là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?



Hướng dẫn giải:

Hàm số qua  $(0; -1)$  do đó loại B, C. Do  $a > 0$  nên đồ thị hướng lên suy ra đáp án A.

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = x^4 + 2x^2 - 1$  (C). Đồ thị hàm số (C) là đồ thị nào trong các đồ thị sau?



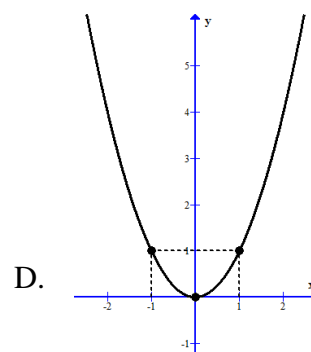
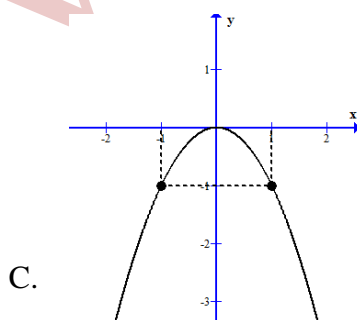
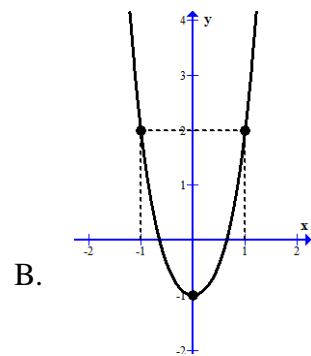
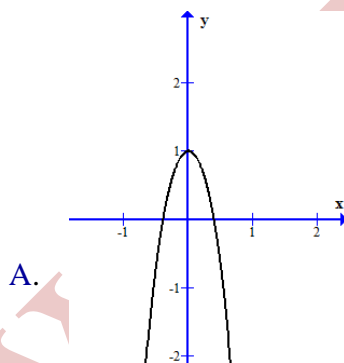
Hướng dẫn giải:

Do  $a > 0, b > 0$  nên hàm số chỉ có 1 cực tiểu, suy ra loại B

Hàm số qua  $(1; 2)$  nên loại C, D.

Suy ra đáp án A.

**Câu 20.** Đồ thị của hàm số  $y = -3x^4 - 6x^2 + 1$  là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?



Hướng dẫn giải:

Do  $a < 0$ ,  $b < 0$  nên đồ thị hướng xuống và chỉ có 1 cực trị nên loại B, D.

Hàm số qua  $(0; 1)$  nên loại C.

Suy ra đáp án A.

**Câu 21.** Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$+$
$y$		CĐ		$+\infty$
			CT	
	$-\infty$			

- A.  $y = x^3 - 3x^2 + 2$     B.  $y = -x^3 - 3x^2 + 2$     C.  $y = x^3 + 3x^2 - 2$     D.  $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

### HƯỚNG DẪN GIẢI

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hệ số  $a > 0$  nên ta loại phương án B và D.

và  $y' = 0$  có hai nghiệm là  $x = 0$  và  $x = 2$  nên chỉ có phương án A là phù hợp.

**Câu 22.** Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$+$
$y$		$+\infty$	
		1	
	$-\infty$		

- A.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$     B.  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$   
 C.  $y = x^3 + 3x^2 - 3x$     D.  $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$

### HƯỚNG DẪN GIẢI

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hệ số  $a > 0$  nên ta loại phương án B và D.

và  $y' = 0$  có nghiệm kép là  $x = 1$  nên chỉ có phương án A là phù hợp.

**Câu 23.** Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$
$y'$	$-$	$0$	$+$	$-$
$y$	$+\infty$	3		

- 1

- 3

A.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

B.  $y = x^3 - 3x^2 - 1$

C.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$

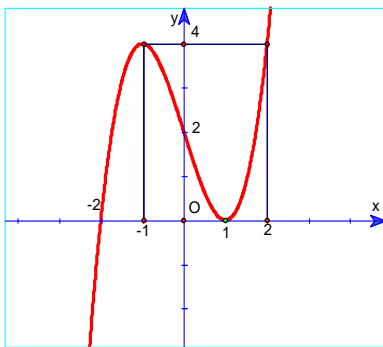
D.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$

### HƯỚNG DẪN GIẢI

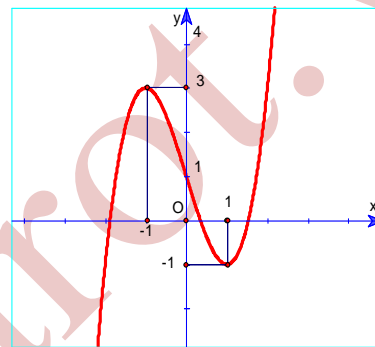
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hệ số  $a < 0$  nên ta loại phương án B và C.

$y \neq 0$  có hai nghiệm là  $x = 0; x = 2$  nên chỉ có phương án A là phù hợp.

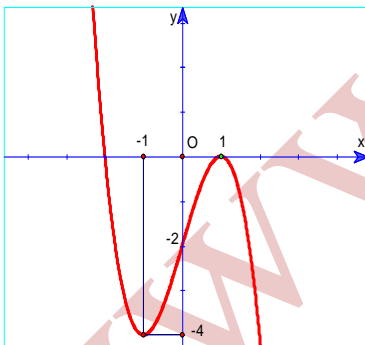
**Câu 24.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  là hình nào trong 4 hình dưới đây?



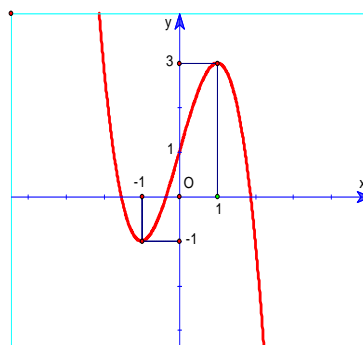
A. HÌNH 1



B. HÌNH 2



C. HÌNH 3



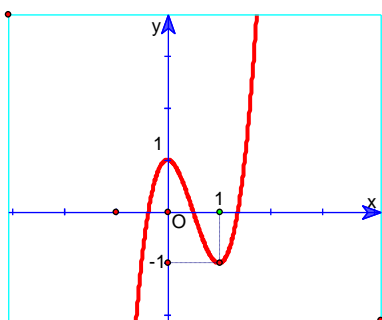
D. HÌNH 4

### HƯỚNG DẪN GIẢI

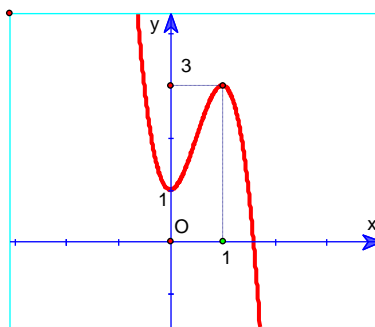
Để ý khi  $x = 0$  thì  $y = 2$  nên loại cả ba phương án B, C và D.

Vậy chỉ có phương án A là phù hợp nhất.

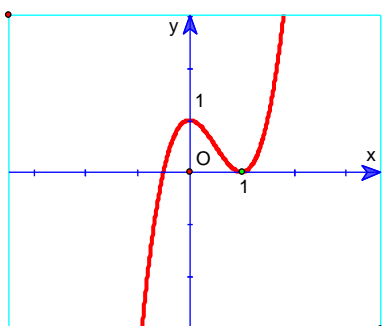
**Câu 25.** Đồ thị hàm số  $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$  có dạng:



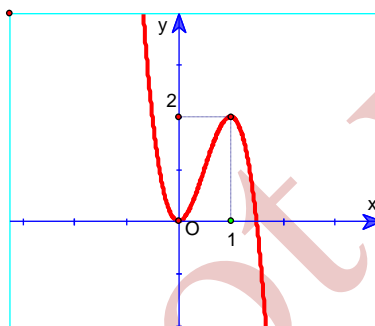
A. HÌNH 1



B. HÌNH 2



C. HÌNH 3



D. HÌNH 4

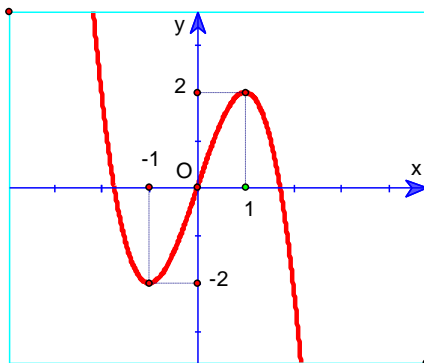
### HƯỚNG DẪN GIẢI

Để ý khi  $x = 0$  thì  $y = 1$  nên loại cả ba phương án D.

$y \neq 0$  có hai nghiệm là  $x = 0; x = 1$  và với  $x = 1$  thì  $y = -1$  nên chỉ có phương án A là phù hợp.

Vậy chỉ có phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 26.** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = -x^3 + 3x$ .

B.  $y = -x^3 + 3x - 1$ .

C.  $y = x^4 - x^2 + 1$ .

D.  $y = x^3 - 3x$

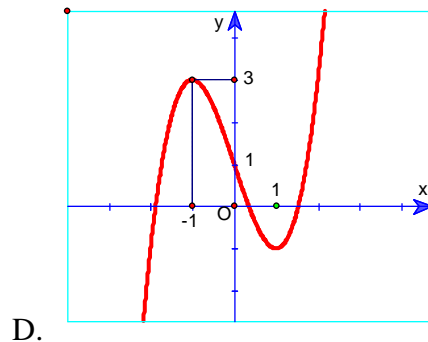
### HƯỚNG DẪN GIẢI

Để ý khi  $x = 0$  thì  $y = 1$  nên loại cả ba phương án D.

Dựa vào đồ thị, thấy đây là đồ thị của hàm bậc ba có hệ số  $a > 0$  nên loại hai phương án B và C.

Vậy chỉ có phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 27.** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = x^3 - 3x + 1.$

B.  $y = -x^3 + 3x + 1.$

C.  $y = x^4 - x^2 + 1.$

D.  $y = -x^2 + x - 1.$

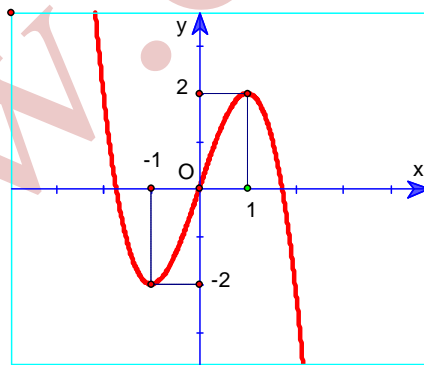
### HƯỚNG DẪN GIẢI

Để ý khi  $x = 0$  thì  $y = 1$  nên loại cả ba phương án D.

Dựa vào đồ thị, thấy đây là đồ thị của hàm bậc ba có hệ số  $a > 0$  nên loại hai phương án B và C.

Vậy chỉ có phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 28.** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = -x^3 + 3x.$

B.  $y = -x^3 + 3x - 1.$

C.  $y = x^4 - x^2 + 1.$

D.  $y = x^3 - 3x$

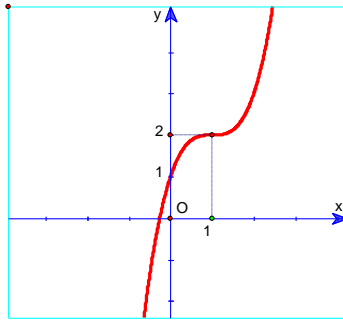
### HƯỚNG DẪN GIẢI

Để ý khi  $x = 0$  thì  $y = 1$  nên loại cả ba phương án D.

Dựa vào đồ thị, thấy đây là đồ thị của hàm bậc ba có hệ số  $a > 0$  nên loại hai phương án B và C.

Vậy chỉ có phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 29.** Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ .

B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ .

C.  $y = x^3 - 3x + 1$ .

D.  $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ .

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

Đề ý khi  $x = 0$  thì  $y = 1$  nên loại cả ba phương án D.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm bậc ba có hệ số  $a > 0$  nên loại phương án B.

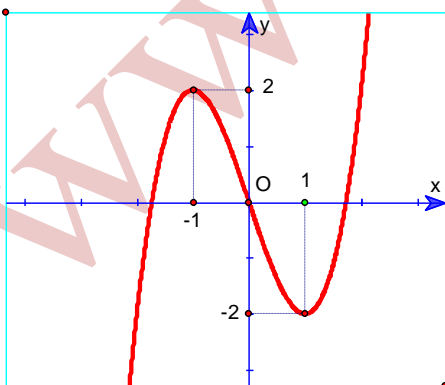
Một dữ kiện nữa là đồ thị đi qua điểm  $(1; 2)$  nên loại luôn phương án C.

Vậy chỉ có phương án A là phù hợp nhất.

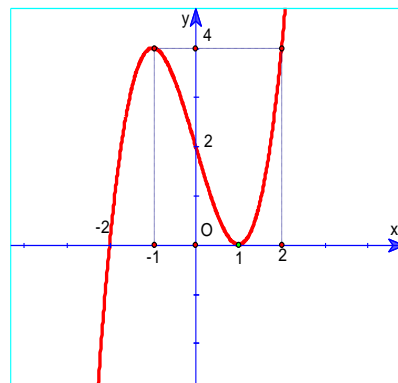
**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau. Đồ thị nào thể hiện hàm số  $y = f(x)$ ?

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$-2$	$+\infty$	

A.



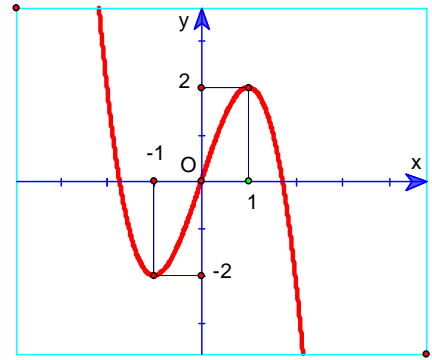
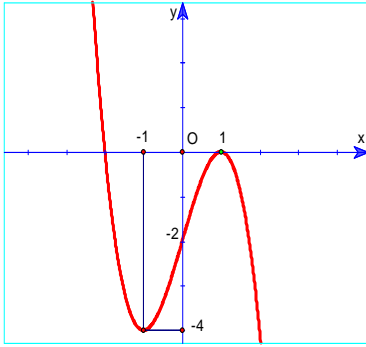
B.



C.

D.





### HƯỚNG DẪN GIẢI

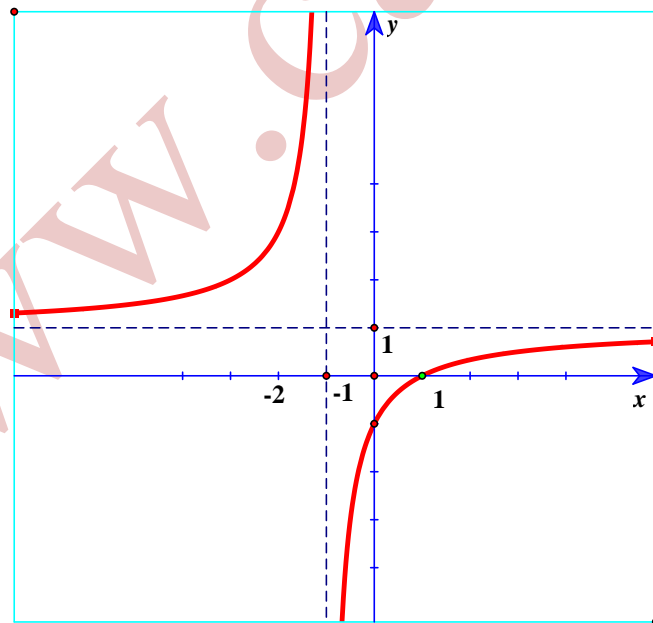
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số điểm cực đại của đồ thị hàm số là  $(-1; 2)$ , điểm cực tiểu là  $(1; -2)$  nên loại ba phương án B, C, D.

Vậy chỉ có phương án A là phù hợp nhất.

## KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

VẬN DỤNG THẤP (tối thiểu 10 câu)

**Câu 1.** Xác định  $a, b$  để hàm số  $y = \frac{ax-1}{x+b}$  có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A.  $a=1, b=1$ ;

B.  $a=1, b=-1$ ;

C.  $a=-1, b=1$ ;

D.  $a=-1, b=-1$ .

#### Hướng dẫn giải

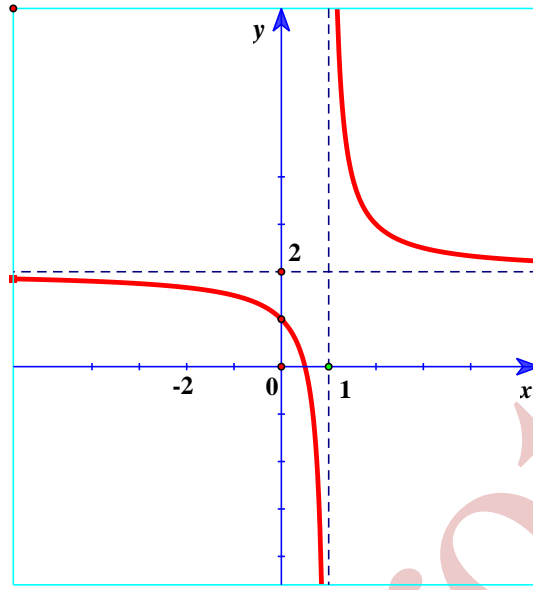
Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 1$  (1)

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax-1}{x+b}$  có tiệm cận đứng  $x = -b$ , tiệm cận ngang  $y = a$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $a=1, b=1$ .

Chọn đáp án A.

**Câu 2.** Xác định  $a, b, c$  để hàm số  $y = \frac{ax-1}{bx+c}$  có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



- A.  $a=2, b=1, c=-1$ ;      B.  $a=2, b=1, c=1$ ;      C.  $a=2, b=2, c=-1$ ;      D.  $a=2, b=-1, c=1$ .

**Hướng dẫn giải**

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng  $x=1$ , tiệm cận ngang  $y=2$  và đồ thị đi qua điểm  $(0;1)$  (1)

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax-1}{bx+c}$  có tiệm cận đứng  $x=-b$ , tiệm cận ngang  $y=\frac{a}{c}$  và đi qua điểm  $\left(0; \frac{-1}{c}\right)$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $a=2, b=1, c=-1$ ;

Chọn đáp án A.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{ax-1}{cx+d}$  có tiệm cận đứng  $x=1$ , tiệm cận ngang  $y=2$  và đi qua điểm  $A(2;-3)$ .

Lúc đó hàm số  $y = \frac{ax+1}{cx+d}$  là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

- A.  $y = \frac{2x-1}{1-x}$ ;      B.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ ;      C.  $y = \frac{-2x-1}{-x+1}$ ;      D.  $y = \frac{-3}{5} \cdot \frac{2x+1}{x-1}$ .

**Hướng dẫn giải**

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax-1}{cx+d}$  có tiệm cận đứng  $x=-\frac{d}{c}$ , tiệm cận ngang  $y = \frac{a}{c}$

$$\text{Theo đề bài ta có } \begin{cases} \frac{a}{c} = 2 \\ -\frac{d}{c} = 2 \\ \frac{a \cdot 2 - 1}{c \cdot 2 + d} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2c \\ -d = 2c \\ 2a - 1 = -6c - 3d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2c = 0 \\ 2c + d = 0 \\ 2a + 6c + 3d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ c = -1 \\ d = 1 \end{cases}$$

Chọn đáp án A.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên:

$x$	$-\infty$		1		$+\infty$
$y'$		-		-	
$y$	2		$-\infty$		2

Đây là bảng biến thiên của hàm số nào? Chọn câu đúng?

A.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  ;      B.  $y = \frac{2x-3}{x-1}$  ;      C.  $y = \frac{x+1}{2x-1}$  ;      D.  $y = \frac{2x-5}{x+1}$ .

**Hướng dẫn giải**

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x=1$ , tiệm cận ngang  $y=2$ , hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

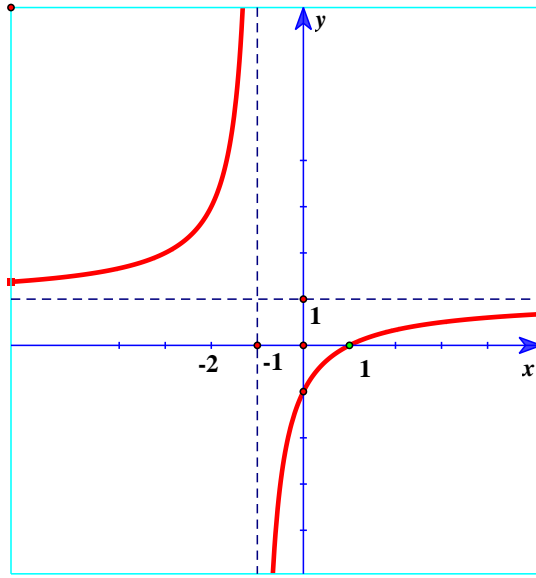
Đáp án C sai vì Tiệm cận đứng  $x = \frac{1}{2}$

Đáp án D sai vì Tiệm cận đứng  $x = -1$

Đáp án B sai vì  $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0$

Vậy, chọn đáp án A.

**Câu 5.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  hình bên. Khẳng định nào đúng?



- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ ;
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ ;
- C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x=1$ , tiệm cận ngang  $y=-1$ ;
- D. Hàm số có một cực đại và một cực tiểu.

**Hướng dẫn giải**

Đáp án B sai vì hàm số đồng biến

Đáp án C sai vì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x=-1$ , tiệm cận ngang  $y=1$ .

Đáp án D sai vì hàm số không có cực trị.

Vậy, chọn đáp án A.

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên dưới đây.

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$y'$	$-$	$-$	$+$	
$y$	$-1$	$+\infty$	$0$	$1$

Khẳng định nào đúng?

- A. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận;
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ ;
- C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận;
- D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

### Hướng dẫn giải

Đáp án A đúng vì có tiệm cận đứng  $x = -1$ , tiệm cận ngang  $y = 1$ ,  $y = -1$ .

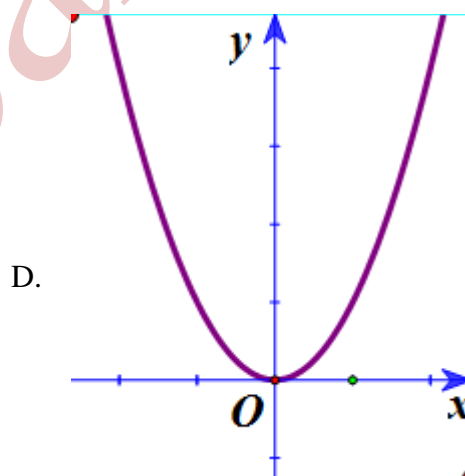
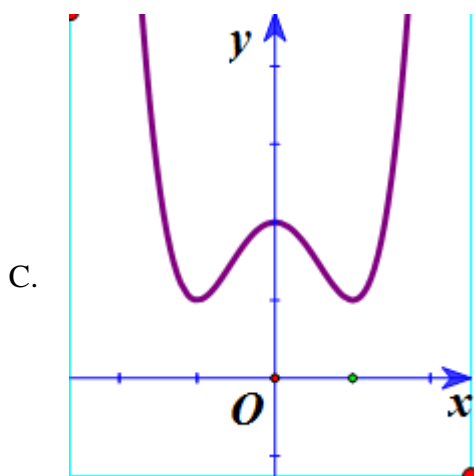
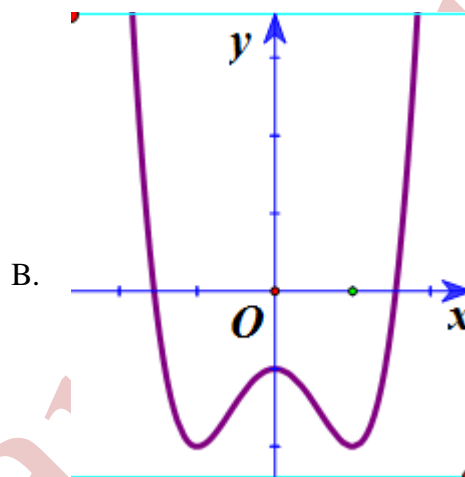
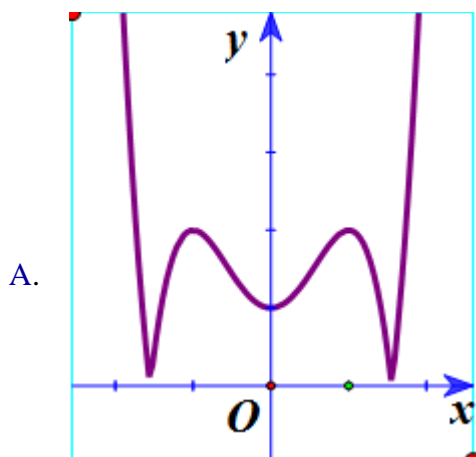
Đáp án B sai vì hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; 0)$

Đáp án C sai vì đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Đáp án D sai vì hàm số không có giá trị lớn nhất.

Vậy, chọn đáp án A.

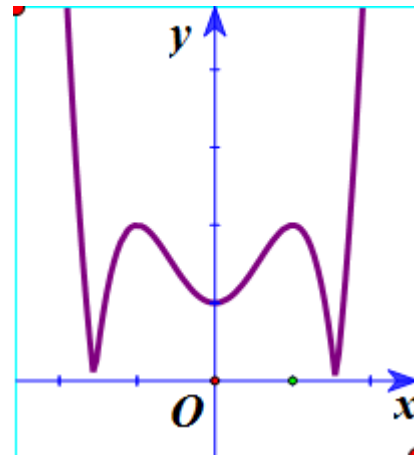
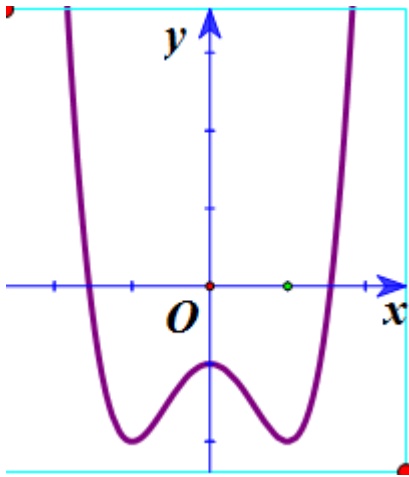
**Câu 7.** Đồ thị của hàm số  $y = |x^4 - 2x^2 - 1|$  là đồ thị nào trong các đồ thị sau



Hướng dẫn giải:

Bước 1: Vẽ đồ thị  $y = x^4 - 2x^2 - 1$

Bước 2: Giữ nguyên phần đồ thị trên  $Ox$ , phần dưới  $Ox$  thì lấy đối xứng qua  $Ox$  ta được đồ thị cần vẽ



**Câu 8.** Giả sử đồ thị của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 1$  là (C), khi tịnh tiến (C) theo  $Ox$  qua trái 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A.  $y = (x+1)^4 - 2(x+1)^2 - 1.$

B.  $y = (x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 1.$

C.  $y = x^4 - 2x^2 - 2.$

D.  $y = x^4 - 2x^2.$

Hướng dẫn giải:

Đặt  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$  thì khi tịnh tiến (C) theo  $Ox$  qua trái 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của

$$y = f(x+1) = (x+1)^4 - 2(x+1)^2 - 1 \text{ nên chọn câu A.}$$

**Câu 9.** Giả sử đồ thị của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 1$  là (C), khi tịnh tiến (C) theo  $Oy$  lên trên 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của hàm số

A.  $y = x^4 - 2x^2.$

B.  $y = x^4 - 2x^2 - 2.$

C.  $y = (x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 1.$

D.  $y = (x+1)^4 - 2(x+1)^2 - 1.$

Hướng dẫn giải:

Đặt  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$  thì khi tịnh tiến (C) theo  $Oy$  lên trên 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của

$$y = f(x) + 1 = x^4 - 2x^2 \text{ nên chọn câu A.}$$

**Câu 10.** Giả sử đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  là (C), khi tịnh tiến (C) theo  $Oy$  xuống dưới 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của hàm số:

A.  $y = f(x) - 1.$

B.  $y = f(x-1).$

C.  $y = f(x) + 1.$

D.  $y = f(x+1).$

Hướng dẫn giải:

Theo lý thuyết, ta chọn câu A.

**Câu 11.** Giả sử đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  là (C), khi tịnh tiến (C) theo  $Ox$  qua phải 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của hàm số:

A.  $y = f(x-1).$

B.  $y = f(x+1).$

C.  $y = f(x) + 1$ .

D.  $y = f(x) - 1$ .

Hướng dẫn giải:

Theo lý thuyết, ta chọn câu A.

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$		0		$+\infty$	
	$-\infty$		- 4		

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có một cực đại bằng 0 và có một cực tiểu bằng - 4 .

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng - 4 .

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3 và giá trị cực đại bằng 1 .

D. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$  và đạt cực đại tại  $x = 3$  .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 3$  và đạt cực đại tại  $x = 1$  nên loại phương án C.

Hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$ ;  $y'$  đổi dấu và  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$  nên hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất nên loại phương án B.

Hàm số có giá trị cực tiểu là  $y_{CT} = - 4$  và giá trị cực đại là  $y_{CD} = 0$  nên loại phương án D.

Vậy phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$		0		$+\infty$	
	$-\infty$		- 4		

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có một cực đại bằng 0 và có một cực tiểu bằng - 4 .

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng - 4 .

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3 và giá trị cực đại bằng 1 .

D. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 1$  và đạt cực đại tại  $x = 3$  .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

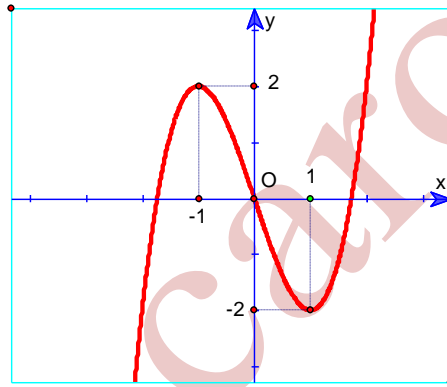
Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 3$  và đạt cực đại tại  $x = 1$  nên loại phương án C.

Hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$ ;  $y$   $\not\propto$  đổi dấu và  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$  nên hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất nên loại phương án B.

Hàm số có giá trị cực tiểu là  $y_{CT} = - 4$  và giá trị cực đại là  $y_{CD} = 0$  nên loại phương án D.

Vậy phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 14.** Cho đồ thị hàm số bậc ba  $y = f(x)$  như hình sau. Chọn đáp án đúng?



A. Phương trình  $f'(x) = 0$  có nghiệm là  $x = 0$  .

B. Hàm số đồng biến trên đoạn  $(- 2; 1)$  và  $(1; 2)$  .

C. Hàm số không có cực trị

D. Hàm số có hệ số  $a < 0$  .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

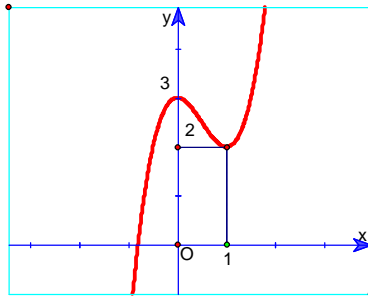
Dựa vào đồ thị hàm số để thấy hàm số đã cho là hàm bậc ba có hệ số  $a > 0$  và có hai điểm cực trị nên loại các phương án C, D.

Dựa vào đồ thị hàm số để thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(- \infty ; - 1)$  và  $(1; + \infty )$  nên loại luôn phương án B.

Vậy phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Nhận xét nào sau đây là sai ?





- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$  và  $(1; +\infty)$ .
- B. Hàm số đạt cực trị tại các điểm  $x = 0$  và  $x = 1$ .
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$

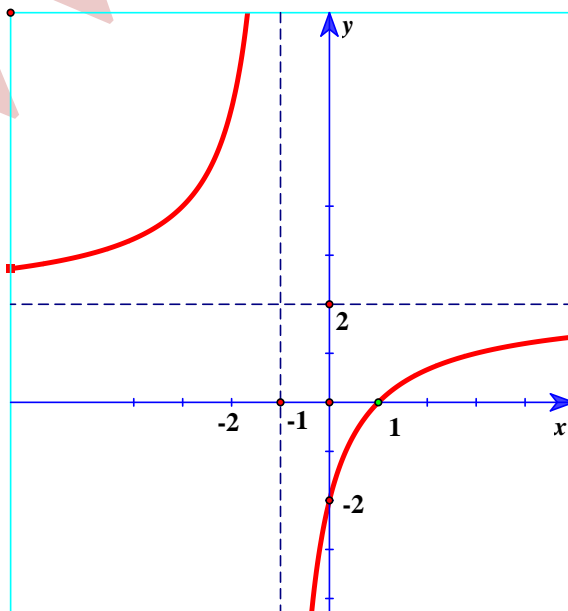
### HƯỚNG DẪN GIẢI

Dựa vào đồ thị hàm số để thấy các phương án B, C, D đều đúng.

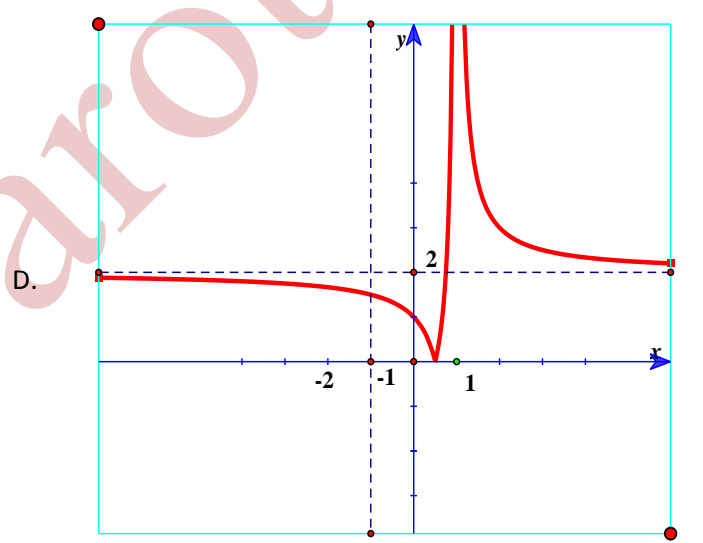
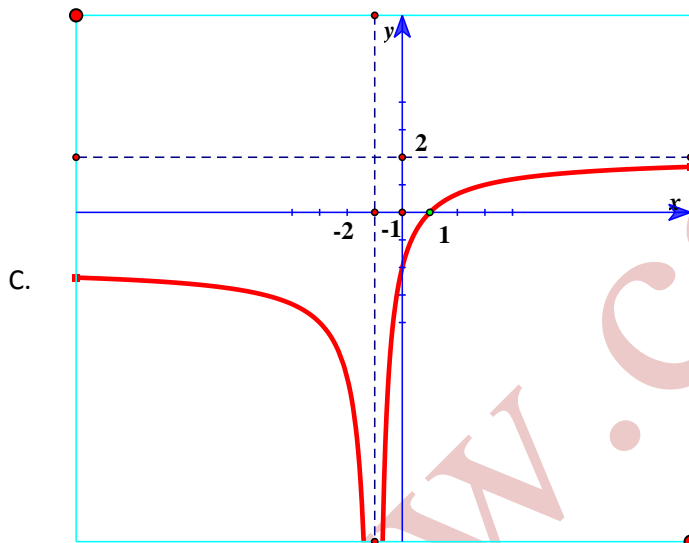
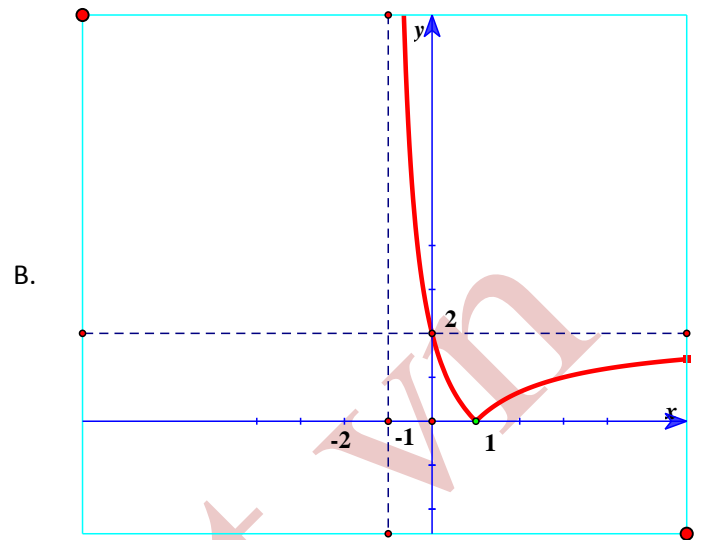
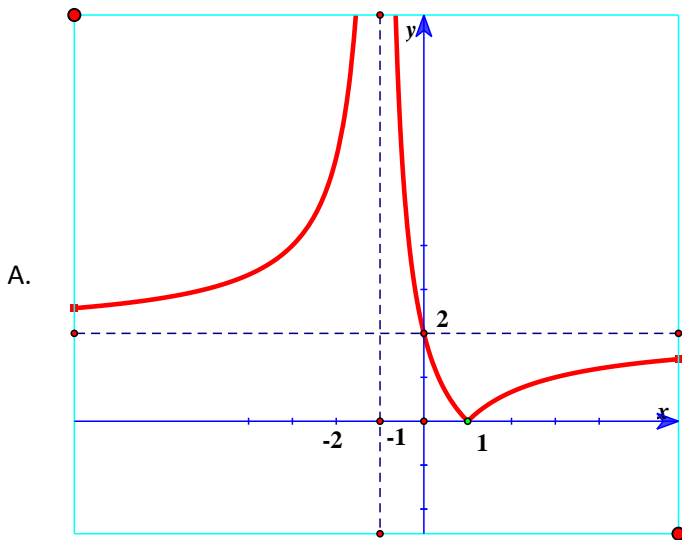
Vậy phương án A là phù hợp nhất.

### VẬN DỤNG CAO (tối thiểu 10 câu)

**Câu 1.** Biết đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+1}$  là hình vẽ sau:



Đồ thị hàm số  $y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right|$  là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:



### Hướng dẫn giải

$$y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right| = \begin{cases} \frac{2x-2}{x+1} & \text{nếu } \frac{2x-2}{x+1} \geq 0 \\ -\frac{2x-2}{x+1} & \text{nếu } \frac{2x-2}{x+1} < 0 \end{cases}$$

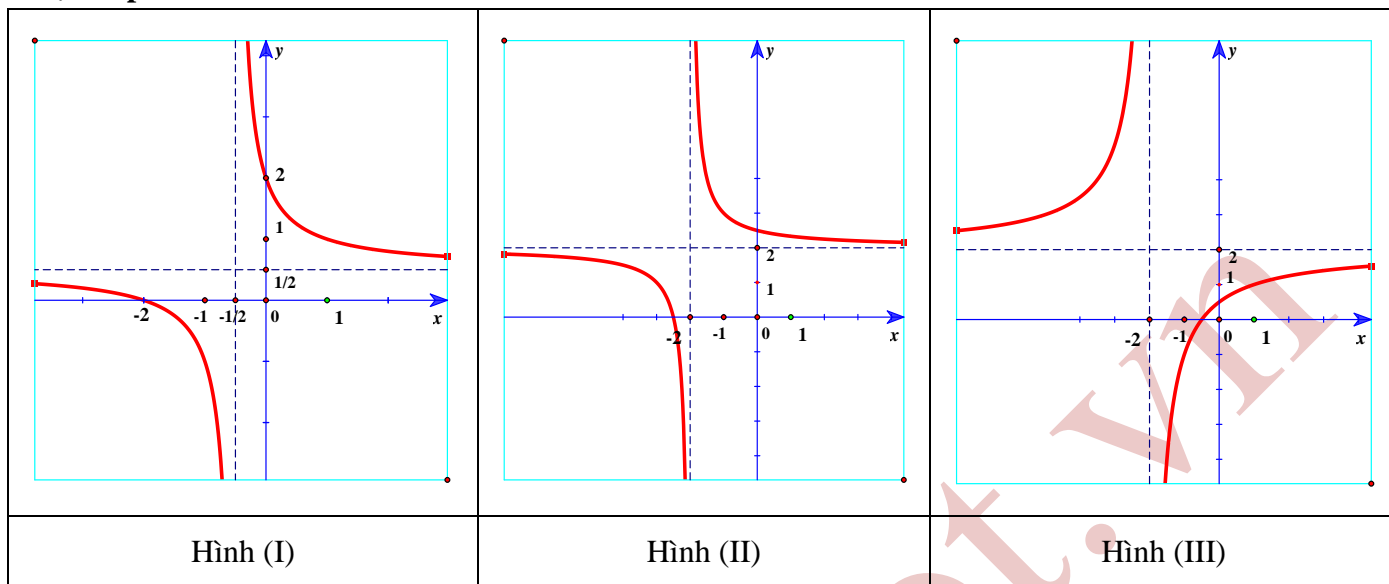
Đồ thị hàm số  $y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right|$  có được bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+1}$  nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-2}{x+1}$  nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Vậy, chọn đáp án **A**.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{mx+1}{x+m}$ . Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho? Hãy chọn **đáp án sai**?



- A. Hình (II);  
 B. Hình (III);  
 C. Hình (I);  
 D. Hình (I) và (III).

**Hướng dẫn giải**

Hàm số  $y = \frac{mx+1}{x+m}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$

$$y' = \frac{m^2 - 1}{(x+m)^2}, \quad y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1; \quad y' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$$

Hình (I) có  $m = -\frac{1}{2} \in (-1; 1)$  nên  $y' < 0$  suy ra hàm số nghịch biến, do đó Hình (I) đúng.

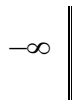
Hình (II) có  $m = -\frac{3}{2} < -1$  nên  $y' > 0$  suy ra hàm số đồng biến, do đó Hình (II) sai.

Hình (III) có  $m = -2 < -1$  nên  $y' > 0$  suy ra hàm số đồng biến, do đó Hình (III) đúng.

Vậy, chọn đáp án **A**.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên dưới đây:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$y'$	-		+	
$y$	$-1$	$+\infty$	$1$	



0

Hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây:

A.  $y = \frac{|x|}{x+1}$  ;

B.  $y = |x|(x+1)$ ;

C.  $y = \frac{x}{|x+1|}$ ;

D.  $y = \frac{1}{x(x+1)}$ .

### Hướng dẫn giải

Đáp án A đúng

Đáp án B sai vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} |x|(x+1) = +\infty$

Đáp án C sai vì  $y = \frac{x}{|x+1|} = \frac{x}{\sqrt{(x+1)^2}}$  có  $y'(0) = 1 \left( \frac{d}{dx} \left( \frac{x}{|x+1|} \right) \Big|_{x=0} = 1 \right)$

Đáp án D sai vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x(x+1)} = 0$

**Câu 4.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{|x+1|}{x-1}$  là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau:

A.

B.

C.

D.

### Hướng dẫn giải

Vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$

$$y = \frac{|x+1|}{x-1} = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & \text{nếu } x \geq -1 \\ -\frac{x+1}{x-1} & \text{nếu } x < -1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số  $y = \frac{|x+1|}{x-1}$  có được bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  nằm phía bên phải đường thẳng  $x = -1$ .

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  nằm phía bên trái đường thẳng  $x = -1$  qua trục

hoành.

Vậy, chọn đáp án A.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = \frac{x-m^2-1}{x+1}$ . Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?

Hình (I)	Hình (II)	Hình (III)

A. Hình (I);  
C. Hình (I) và (III);

B. Hình (I) và (II);  
D. Hình (III).

### Hướng dẫn giải

Hàm số  $y = \frac{x - m^2 - 1}{x + 1}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$y' = \frac{m^2 + 2}{(x + 1)^2}$  suy ra  $y' > 0 \forall m$ , và  $y = \frac{x - m^2 - 1}{x + 1}$  đi qua điểm  $(0; -1)$ .

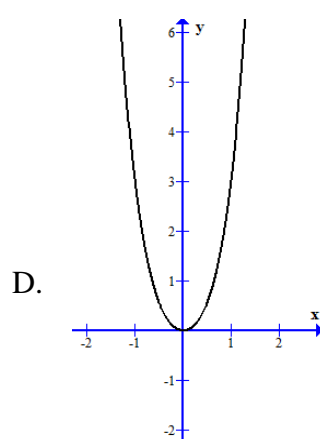
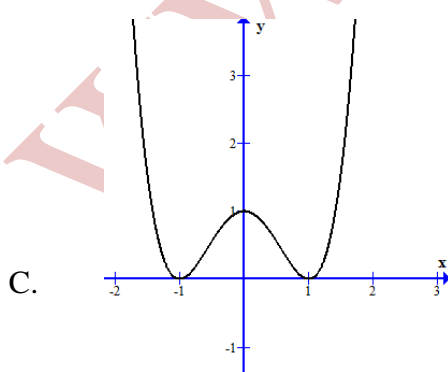
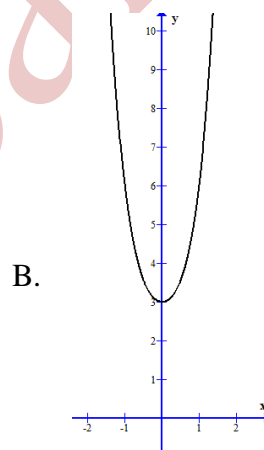
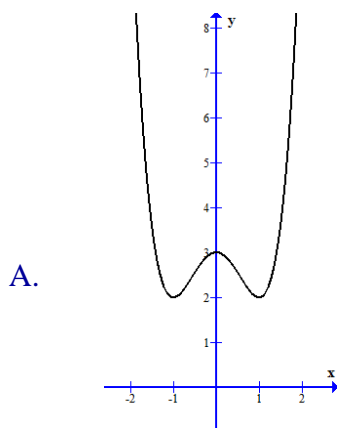
Hình (I) đúng.

Hình (II) sai vì không đi qua điểm  $(0; -1)$ .

Hình (III) sai vì không đi qua điểm  $(0; -1)$ .

Vậy, chọn đáp án **A**.

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = x^4 - (m^2 + 1)x^2 + 3$ . Đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị của hàm số đã cho?



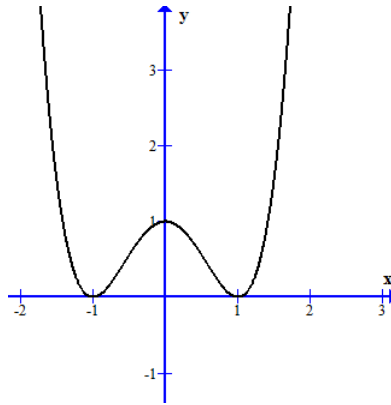
Hướng dẫn giải:

Do  $a=1, b=-(m^2+1)<0$  nên đồ thị hàm số hướng lên và có 3 cực trị ( loại B, D).

Đồ thị hàm số qua  $(0; 3)$  nên chọn A.

**Câu 7.** Giả sử hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị sau

Khẳng định nào sau đây là đúng?



A.  $a > 0, b < 0, c = 1.$

B.  $a > 0, b > 0, c = 1.$

C.  $a < 0, b > 0, c = 1.$

D.  $a > 0, b > 0, c > 0.$

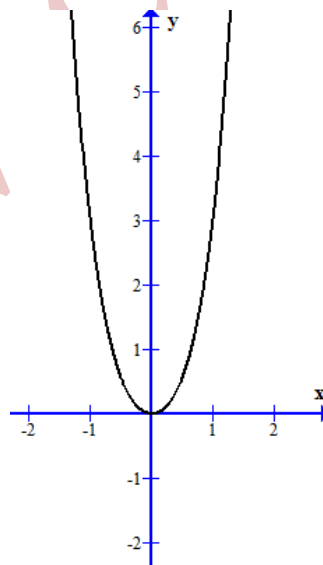
Hướng dẫn giải:

Do đồ thị qua  $(0; 1)$  nên  $c = 1$

Đồ thị hướng lên nên  $a > 0$  và có 3 cực trị nên  $ab < 0$  suy ra  $b < 0$ .

Do đó chọn câu A.

**Câu 8.** Giả sử hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Khi đó:



A.  $a > 0, b > 0, c = 0.$

B.  $a > 0, b > 0, c > 0.$

C.  $a < 0, b > 0, c = 0.$

D.  $a > 0, b < 0, c = 0.$

Hướng dẫn giải:

Đồ thị hướng lên nên  $a > 0$ .

Không có cực trị nên  $ab > 0$  suy ra  $b > 0$ .

Qua  $(0; 0)$  nên  $c = 0$ .

Do đó chọn câu A.

**Câu 9.** Giả sử hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Khi đó

A.  $a < 0, b > 0$ .

B.  $a > 0, b > 0, c > 0$ .

C.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .

D.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

Hướng dẫn giải:

Đồ thị hướng xuống và có 3 cực trị nên  $a < 0$  và  $b > 0$  suy ra câu A (  $c$  không có điều kiện)

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = x^4 + bx^2 + c$  có đồ thị (C). Chọn khẳng định đúng nhất:

A. (C) có ít nhất một điểm cực tiểu.

B. (C) có đúng một điểm cực tiểu.

C. (C) có ít nhất một điểm cực đại.

D. (C) có đúng một điểm cực đại.

Hướng dẫn giải:

Do  $a = 1 > 0$  nên (C) có 2 trường hợp là có 1 điểm cực tiểu hay có 2 điểm cực tiểu và một điểm cực đại nên chọn A.

**Câu 11.** Cho hàm số bậc 3 có dạng:  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

(I)

(II)

(III)

(IV)

Hãy chọn đáp án đúng?

A. Đồ thị (III) xảy ra khi  $a > 0$  và  $f'(x) = 0$  vô nghiệm.

B. Đồ thị (II) xảy ra khi  $a < 0$  và  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

C. Đồ thị (I) xảy ra khi  $a < 0$  và  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt.

D. Đồ thị (IV) xảy ra khi  $a > 0$  và  $f'(x) = 0$  có nghiệm kép.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

Hàm số của đồ thị (II) có  $a < 0$  nên điều kiện  $a < 0$  chưa đảm bảo. Do đó loại phương án B.

Hàm số của đồ thị (I) có  $a > 0$  nên loại luôn phương án C.

Hàm số của đồ thị (IV) có  $a < 0$  nên loại luôn phương án D.

Vậy phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$  có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

Hình 1

Hình 2

A.  $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$ .

B.  $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$ .

C.  $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$

D.  $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

Đồ thị Hình 2 đối xứng nhau trục tung và đi qua điểm  $(-1;4), (1;4)$  nên phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 2$  có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?

Hình 1

A.  $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$ .

C.  $y = ||x|^3 + 3x^2 - 2|$ .

Hình 2

B.  $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$ .

D.  $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

Đồ thị Hình 2 nằm phía trên trục hoành và đi qua điểm  $(-1;0)$  nên phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 14.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

A.  $y = \left| \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right|$

B.  $y = |x|^3 - 2x^2 + 3|x|$

C.  $y = |x^3 - 2x^2 + 3x|$

D.  $y = \frac{1}{3}|x|^3 - 2x^2 + 3|x|$

### HƯỚNG DẪN GIẢI

Đồ thị nằm phía trên trục hoành và đi qua điểm  $(3;0)$  nên phương án A là phù hợp nhất.

**Câu 15.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

A.  $y = |x^3| - 3|x|$

B.  $y = |x^3 + 3x|$

C.  $y = |x|^3 + 3|x|$

D.  $y = |x^3 - 3x|$

### HƯỚNG DẪN GIẢI

Đồ thị đối xứng nhau trục tung và đi qua điểm  $(-1;-2), (1;-2)$  nên phương án A là phù hợp nhất