D. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

DẠNG 1: VI PHÂN CỦA HÀM SỐ

Câu 1. **Đáp án D.**

$dy = 3.1^{2}.0,01 = 0,03$

Câu 2. **Đáp án A.**

Ta có: $y' = \dfrac{7}{(1-2x)^2} \Rightarrow y'(3) = \dfrac{1}{7} \Rightarrow dy = \dfrac{1}{7}dx$.

Câu 3. **Đáp án C.**

Ta có: $x = \sin y\left(0 < y < \dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = \cos y dy \Rightarrow \dfrac{dx}{dy} = \cos y$ và $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\cos y} = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ đúng.

Câu 4. **Đáp án C.**

$y' = 2\cos 3x(-3\sin 3x) = -3\sin 6x \Rightarrow dy = -3\sin 6x dx$.

Câu 5. **Đáp án C.**

$x^2y + y^3 = 2 \Rightarrow d(x^2y) + d(y^3) = 0 \Leftrightarrow 2xydx + x^2dy + 3y^2dy = 0$ tại điểm $(1;1)$ ta có:

$2dx + dy + 3dy = 0 \Rightarrow 4dy = -2dx \Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{2} = y'(1)$.

Câu 6. **Đáp án C.**

$y' = \cos x.\cos(\sin x) \Rightarrow dy = \cos x.\cos(\sin x)dx$.

Câu 7. **Đáp án B.**

Ta có : $y' = \dfrac{(x\cos x)(x\cos x - \sin x) - (x\sin x + \cos x)(-x\sin x)}{(x\cos x - \sin x)^2} = \dfrac{x^2}{(x\cos x - \sin x)^2}$.

Câu 8. **Đáp án A.**

Đặt $u = x^2 \Rightarrow y = f(u)$

Từ $f'(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f'(u) = u^2 - 1$

$\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy}{du}.\dfrac{du}{dx} = f'(u).\dfrac{du}{dx} = (u^2-1)2x = 2x(x^4-1)$.

Câu 9. **Đáp án C.**

Chọn $\Delta x = dx = 0,01; x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1$

$dy = 2.0,01 = 0,02 \Rightarrow \Delta y - dy = 0,0001$.

Câu 10. **Đáp án C.**

$\cos y = \sin^2 x \Rightarrow -\sin y dy = \sin 2x dx$.

$\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\sin 2x}{-\sin y} = \dfrac{\sin 2x}{-\sqrt{1-\cos^2 y}}$ (vì $\sin y > 0$) $\Rightarrow \dfrac{dy}{dx} = y' = \dfrac{-\sin\dfrac{\pi}{2}}{\sqrt{1-\sin^4\dfrac{\pi}{4}}} = -\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 11. **Đáp án A.**

$$y' = \frac{(-4x-2)(x^2+x+1)^2 - (-2x^2-2x)2(x^2+x+1)(2x+1)}{(x^2+x+1)^4} = \frac{2(2x+1)(x^2+x-2)}{(x^2+x+1)^3}.$$

Lưu ý: *có thể sử dụng MTCT tính đạo hàm tại một điểm $x = 0$ và thử lại $x = 0$ vào các Đáp án ta được kết quả là* ***A.***

Câu 12. **Đáp án A.**

Ta có: $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x}}, dy = \frac{dx}{\sqrt{1-x}} \Rightarrow \sqrt{1-x}dy - dx = 0$.

DẠNG 2: TÍNH ĐẠO HÀM CẤP CAO VÀ Ý NGHĨA CƠ HỌC CỦA ĐẠO HÀM CẤP HAI.

Câu 13. **Đáp án C.**

$y = x^3, y' = 3x^2, y'' = 6x$

Câu 14. **Đáp án B.**

$y' = -\sin 2x, y'' = -2\cos 2x \Rightarrow y^{(3)} = 4\sin 2x \Rightarrow y^{(3)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}$.

Câu 15. **Đáp án C.**

Ta có: $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, y'' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x.x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{1}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}$

$\Rightarrow y.y' = x$ và $y^2.y'' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ nên (I) và (II) sai.

Câu 16. **Đáp án B.**

Ta có $y' = \frac{-7x^2+10x-31}{\left(x^2-2x-3\right)^2} \Rightarrow y'' = \frac{2\left(7x^3-15x^2+93x-77\right)}{\left(x^2-2x-3\right)^3}$.

Kết luận: *Ta có thể sử dụng MTCT tính đạo hàm tại 1 điểm $x=0$ của y' và thử với $x=0$ vào các Đáp án ta được kết quả.*

Câu 17. **Đáp án D.**

Ta có: $y' = \sin 2x, y'' = 2\cos x, y''' = -4\sin 2x \Rightarrow y^{(4)}(x) = -8\cos 2x$.

Câu 18. **Đáp án D.**

Áp dụng $\cos^{(n)}(x) = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right) \Rightarrow y^{(2016)}(x) = \cos(x + 1008\pi) = \cos x$.

Câu 19. **Đáp án C.**

Áp dụng $\left(\frac{1}{ax+b}\right)^n = \frac{(-1)^n.a^n.n!}{(ax+b)^{n+1}}$ ta được: $y^{(n)} = \frac{(-1)^n.n!}{(x-1)^{n+1}}$.

Câu 20. **Đáp án D.**

$y' = \tan^2 x - \cot^2 x + \cos x - \sin x \Rightarrow y'' = \frac{2\tan x}{\cos^2 x} + \frac{2\cot x}{\sin^2 x} - \sin x - \cos x$.

Câu 21. **Đáp án B.**

$y' = 2\cos 2x, y'' = -4\sin 2x \Rightarrow 4y + y'' = 0$

Câu 22. **Đáp án A.**

$y' = -2\sin 4x, y'' = -8\cos 4x, y''' = 32\sin 4x \Rightarrow y''' + y'' + 16y' + 16y - 8 = 0$.

Câu 23. **Đáp án B.**

Áp dụng $\left[\cos(ax+b)\right]^n = a^n.\cos\left(ax + b + \frac{n\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow f^{(4)}(x)=16.\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}+2\pi\right)\Rightarrow f^{(4)}(x)=-8$

$\Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\frac{-\pi}{6}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Với $x\in[0;\pi]\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}, x=\frac{5\pi}{6}$.

Câu 24. **Đáp án D.**

$f'(x)=15(x+1)^2+4, f''(x)=30(x+1)\Rightarrow f''(x)=0\Leftrightarrow x=-1$.

Câu 25. **Đáp án C.**

$y=2x-1-\frac{1}{x-1}\Rightarrow y'=2+\frac{1}{(x-1)^2}, y''=\frac{-2}{(x-1)^3}, y'''=\frac{2.3}{(x-1)^4}, y^{(4)}=\frac{-2.3.4}{(x-1)^5}=\frac{-24}{(x-1)^5}$.

Câu 26. **Đáp án D.**

Ta có: $y'=\sin x+x\cos x, y''=2\cos x-x\sin x\Rightarrow y''+y=2\cos x$.

Câu 27. **Đáp án A.**

Ta có : $\gamma(t)=s''(t)=40-48t$

Gia tốc: $\gamma(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{5}{6}\Rightarrow v(t)=s'(t)=40-24t^2$.

$v\left(\frac{5}{6}\right)=40.\frac{5}{6}-24.\left(\frac{5}{6}\right)^2=\frac{50}{3}(m/s)$

Câu 28. Đáp án **D.**

$$v(t)=s'(t)=-3t^2+18t+1=-3(t^2-6t+9)+28=28-3(t-3)^2\geq 28$$

Vậy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi $t=3s$.

Câu 29. Đáp án **B.**

$$s'(t)=3t^2-4t+4, s''(t)=6t-4$$

Vậy gia tốc $\gamma(2)=s''(2)=8(m/s^2)$

Câu 30. Đáp án **A.**

$s'(t)=3t^2-6t, s''(t)=6t-6\Rightarrow s''(4)=18(m/s^2)$

DẠNG 3: DÙNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI TOÁN TỔ HỢP C_n^k

Câu 28. Đáp án **A.**

Từ nhị thức $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x^1+C_n^2x^2+...+C_n^nx^n$ $(*)$ lấy đạo hàm hai vế:

$n(1+x)^{n-1}=C_n^1+2xC_n^2+3x^2C_n^3+...+nx^{n-1}C_n^n$ $(**)$.

Thay $x=-1$ ta được $S=C_n^1-2C_n^2+3C_n^3-...-(-1)^{n-1}C_n^n=0$.

Câu 29. Đáp án **C.**

Xét khai triển nhị thức $(1+x)^n$. Lấy đạo hàm bậc nhất hai vế ta được $n(1+x)^{n-1}=C_n^1+2xC_n^2+3x^2C_n^3+...+nx^{n-1}C_n^n$

Cho $x=2$ ta được $S=n3^{n-1}$.

Với $n=1000$ ta được $S=1000.3^{999}$

Câu 30. Đáp án **C.**

Xét khai triển nhị thức $(1+x)^n$. Lấy đạo hàm bậc nhất hai vế ta được $n(1+x)^{n-1}=C_n^1+2xC_n^2+3x^2C_n^3+...+nx^{n-1}C_n^n$

Cho $x=1$ ta được $1C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+...+nC_n^n=n.2^{n-1}=11264\Rightarrow n=11$

Câu 31. Đáp án **A.**

Xét $S=1^2C_n^1+2^2C_n^2+3^2C_n^3+...+n^2C_n^n=1(2-1)C_n^1+2(3-1)C_n^2+...+n(n+1-1)C_n^n$

$=\left[1.2.C_n^1+2.3C_n^2+3.4C_n^3+...+n(n+1)C_n^n\right]-\left[1C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+...+nC_n^n\right]$

$=A-B$

Từ câu 3 thì $B=n2^{n-1}$

Xét khai triển $x(1+x)^n=x.C_n^0+x^2.C_n^1+x^3.C_n^2+...+x^{n+1}.C_n^n$

Lấy đạo hàm hai vế: $(1+x)^n+nx(1+x)^{n-1}=C_n^0+2x.C_n^1+3x^2.C_n^2+...+(n+1)x^n.C_n^n$

Tiếp tục lấy đạo hàm ta có:

$n(1+x)^{n-1}+n(1+x)^{n-1}+n(n-1)x(1+x)^{n-2}=1.2.C_n^1+2.3x^1.C_n^2+...+n(n+1)x^{n-1}.C_n^n$

Cho $x=1\Rightarrow A=2n.2^{n-1}+n(n-1).2^{n-2}\Rightarrow S=n(n+1).2^{n-2}$

Với $n=2000\Rightarrow S=2000.2001.2^{1998}$.

Câu 32. **Đáp án C.**

Từ khai triển $(1-x)^{200}$ lấy đạo hàm đến cấp 2 hai vế, sau đó thay $x=3$ ta được $S=200.199.2^{198}$.

Câu 33. Đáp án A.

Từ ví dụ 3 - Dạng 3. Phần lý thuyết ta có: $1.C_n^0+2.C_n^1+3.C_n^2+...+(n+1).C_n^n=(n+2)2^{n-1}$.

Theo yêu cầu của bài toán $\Rightarrow(n+2).2^{n-1}\le 1024.(n+2)\Leftrightarrow 2^{n-1}\le 1024=2^{10}\Leftrightarrow n\le 11, n\in\mathbb{N}$.

Vậy chọn **A.**

Câu 34. Đáp án A.

Khai triển $(1+x)^{100}$ và lấy đạo hàm cấp 1.

Khai triển $(1-x)^{100}$ và lấy đạo hàm cấp 1.

Cộng vế với vế và thay $x=2$ ta được $S=50(3^{99}+1)$

Câu 35. **Đáp án C.**

Cách 1: Khai triển $(1+x)^{2n+1}$ và lấy đạo hàm cấp 1.

Khai triển $(1-x)^{2n+1}$ và lấy đạo hàm cấp 1.

Cộng vế với vế và thay $x=1$ ta được kết quả đáp án **C**.

Cách 2: Thử với $n=1,2$ và các đáp án thì ta được kết quả đáp án C đúng