$(C)$ cắt $(d)$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(2)$ có hai nghiệm phân biệt khác $0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\dfrac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}. \text{ Vậy chọn } \begin{cases} k > -\dfrac{9}{8} \\ k \neq 0 \end{cases}$$

**Câu 12.** Cho hàm số đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 4$. Gọi $(d)$ là đường thẳng qua $I(1;2)$ với hệ số góc $k$. Với giá trị nào của $k$ thì $(d)$ cắt $(C)$ tại ba điểm phân biệt *I, A, B* thỏa $I$ là trung điểm *AB*.

A. $k > -3$ B. $\forall k$ C. $k = -3$ D. $k = 0$

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Phương trình $(d): y = k(x-1) + 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $(d)$:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = kx - k + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - kx + k + 2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2 - 2x - k - 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ g(x) = x^2 - 2x - k - 2 = 0 (*) \end{array}\right.$$

$(d)$ cắt $(C)$ tại ba điểm phân biệt $\leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k + 3 > 0 \\ -3 - k \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > -3$$

Hơn nữa theo Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) - 2k + 4 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên $I$ là trung điểm *AB*.

Vậy chọn $k > -3$

**Phương pháp trắc nghiệm:** Ta tính toán đến phương trình $(1)$

+Với $k = -2$, ta giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$ thu được $x_1 = 2, x_2 = 0, x_I = 1$.

Hơn nữa $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 = 2x_I \\ y_1 + y_2 = 4 = 2y_I \end{cases}$ nên $I$ là trung điểm *AB* $\Rightarrow$ loại C, D từ đó ta loại được B.

Vậy chọn $k > -3$

**Câu 13.** Với những giá trị nào của tham số $m$ thì $(C_m): y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2\left(m^2 + 4m + 1\right)x - 4m(m+1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1?

A. $\dfrac{1}{2} < m \neq 1$ B. $m > \dfrac{1}{2}$ C. $m \geq \dfrac{1}{2}$ D. Đáp án khác

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:** Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và trục $Ox$ :

$x^3-3(m+1)x^2+2(m^2+4m+1)x-4m(m+1)=0$

$$\leftrightarrow (x-2)(x^2-(3m+1)x+2m^2+2m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x^2-(3m+1)x+2m^2+2m=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2m \\ x=m+1 \end{array}\right.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} 1<2m\neq 2 \\ 1<m+1\neq 2 \\ 2m\neq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}<m\neq 1 \\ 0<m\neq 1 \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2}<m\neq 1$

Vậy chọn $\frac{1}{2}<m\neq 1$

**Phương pháp trắc nghiệm:** Câu này có đáp án khác nên ta phải tính toán để có được đáp số cuối cùng. Nhưng nếu không có đáp án khác ta có thể kiểm tra trực tiếp từng kết quả. Việc kiểm tra tương tự những câu trên.

**Câu 14.** Cho đồ thị $(C): y=4x^3-3x+1$ và đường thẳng $(d): y=m(x-1)+2$. Tất cả giá trị tham số $m$ để $(C)$ cắt $(d)$ tại một điểm là:

A. $m<0$ B. $m\leq 0$ C. $m\leq 0 \vee m=9$ D. $m=9$

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm $(C)$ và $(d)$ là $4x^3-3x+1=m(x-1)+2$

$$\Leftrightarrow 4x^3-(m+3)x+m-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ 4x^2+4x-m+1=0\ (1) \end{array}\right.$$

$(C)$ cắt $(d)$ tại một điểm $\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ vô nghiệm hay phương trình $(1)$ có một nghiệm bằng 1

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta'<0 \\ \begin{cases} \Delta'=0 \\ 4+4-m+1=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4m<0 \\ \begin{cases} 4m=0 \\ m=9 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow m<0$$. Vậy chọn $m<0$

**VẬN DỤNG CAO (tối thiểu 10 câu)**

**Câu 1.** Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $(d): y=x+m$. Giá trị m để $(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A,B$ sao cho $AB=\sqrt{10}$ là:

A. $m=0 \vee m=6$ B. $m=0$ C. $m=6$ D. Kết quả khác

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $(d)$

$$\frac{2x+1}{x+1}=x+m\ (x\neq -1)\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+m-1=0(1)$$

Khi đó $(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1\Leftrightarrow \begin{cases}(m-1)^2-4(m-1)>0\\(-1)^2-(m-1)+m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m<1\vee m>5\quad (*)$

Khi đó ta lại có

$A(x_1;x_1+m),B(x_2;x_2+m)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;x_2-x_1)\Rightarrow AB=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2}\left|x_2-x_1\right|$

Mà $\begin{cases}x_1+x_2=1-m\\x_1x_2=m-1\end{cases}$

Mặt khác:

$AB=\sqrt{10}\Leftrightarrow \left|x_2-x_1\right|=\sqrt{5}\Leftrightarrow (x_2+x_1)^2-4x_1x_2=5\Leftrightarrow (1-m)^2-4(m-1)=5\Leftrightarrow m^2-6m=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\m=6\end{array}\right.$ (thỏa $(*)$)

Vậy chọn $m=0\vee m=6$.

**Phương pháp trắc nghiệm**

Chọn $m=0$ thay vào $(d)$. Ta được $\frac{2x+1}{x+1}=x(x\neq -1)$. Dùng lệnh CALC tìm được $\left[\begin{array}{l}x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

Suy ra $A(\frac{1+\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2}),B\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AB}(-\sqrt{5},-\sqrt{5})\Rightarrow AB=\sqrt{10}$

Nhận thấy $m=0$ thỏa yêu cầu

Tượng tự chọn $m=6$ kiểm tra tương tự $m=0$ nhận thấy $m=6$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy chọn $m=0\vee m=6$.

**Câu 2.** Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị $(C)$ và $y=x+m$ $(d)$. Giá trị $m$ để $(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho tiếp tuyến tại $A$ và $B$ song song với nhau.

A. Không tồn tại  B. $m=0$  C. $m=-3$  D. $m=3$

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $(d)$

$$\frac{2x+1}{x+1}=x+m\ (x\neq -1)\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+m-1=0(1)$$

Khi đó $(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

$$\leftrightarrow \begin{cases}(m-1)^2-4(m-1)>0\\ 1^2-(m-1)+m-1\neq 0\end{cases}\leftrightarrow \begin{cases}m<1\vee m>5\\ \forall m\in R\end{cases}\leftrightarrow m<1\vee m>5$$

Ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{(x+1)^2}$

Gọi $A(x_1;y_1),B(x_2;y_2)$ trong đó $x_1,x_2$ là nghiệm của $(1)$ (nên ta có $x_1+x_2=1-m$)

Suy ra : $k_A=\dfrac{1}{(x_1+1)^2}$, $k_B=\dfrac{1}{(x_2+1)^2}$

Tiếp tuyến tại $A$ và $B$ song song khi và chỉ khi

$$\frac{1}{(x_1+1)^2}=\frac{1}{(x_2+1)^2}\Leftrightarrow x_1+1=-x_2-1\Leftrightarrow x_1+x_2+2=0\Leftrightarrow 1-m+2=0\Leftrightarrow m=3(l)$$

Vậy chọn không tồn tại.

**Câu 3.** Cho $(P): y=x^2-2x-m^2$, $(\Delta): y=2x+1$. Giả sử $(P)$ cắt $(\Delta)$ tại hai điểm phân biệt $A,B$ thì tọa độ trung điểm $I$ của $AB$ là:

A. $I(2;5)$. B. $I(1;-m^2-1)$. C. $I(1;3)$. D. $I(2;-m^2)$.

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $(d)$:

$x^2-2x-m^2=2x+1\Leftrightarrow x^2-4x-m^2-1=0\ (1)$

$(P)$ cắt $(\Delta)$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0$

$\Leftrightarrow m^2+5>0(\forall m)$

Hoành độ của điểm $A,B$ là nghiệm $x_1,x_2$ của phương trình $(1)$ và tung độ trung điểm $I$ thỏa phương trình $(\Delta)$, nên tọa độ trung điểm $I:\begin{cases}x_I=\dfrac{x_1+x_2}{2}=2\\ y_I=2x_I+1=5\end{cases}$. Vậy $I(2;5)$.

Vậy chọn $I(2;5)$

**Câu 4.** Định $m$ để $(C_m): y=(m-1)x^3+x^2-m$ chỉ có một điểm chung với trục hoành.

A. $m<0 \vee m>\frac{4}{3}$ B. $m=1$ C. $m<0$ D. $m>\frac{4}{3}$

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]:** Xét $m=1$, phương trình $x^2-1=0$ có hai nghiệm (loại).

+ $m \neq 1$ khi đó: $y'=3(m-1)x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=-m \\ x=\frac{-2}{3(m-1)} \Rightarrow y=\frac{-27m^3+54m^2-27m+4}{27(m-1)^2} \end{array}\right.$

$(C_m)$ có 1 điểm chung với $Ox \Leftrightarrow y_{CD}.y_{CT}>0 \Leftrightarrow \frac{m(27m^3-54m^2+27m-4)}{27(m-1)^2}>0$

$\Leftrightarrow m<0 \vee m>\frac{4}{3}$ . Vậy chọn $m<0 \vee m>\frac{4}{3}$

**Phương pháp trắc nghiệm:** Ta kiểm tra trực tiếp các đáp án của đề bài

+ Với $m=-1$, phương trình $-2x^3+x^2+1=0$ thu được $x=1$ là nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ loại B, D.

+ Với $m=2$, phương trình $x^3+x^2-2=0$ thu được $x=1$ là nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ loại C.

Vậy chọn $m<0 \vee m>\frac{4}{3}$

**Câu 5.** Cho hàm số $y=x^3-3x^2-m-1$ có đồ thị $(C)$. Giá trị $m$ để đồ thị $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt lập thành cấp số cộng là:

A. $m=-3$ B. $m=3$ C. $m=0$ D. Kết quả khác

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Đồ thị $(C)$ cắt trục hoành tại điểm phân biệt tạo thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$\Leftrightarrow x^3-3x^2-1=m$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp cố cộng.

Suy ra đường thẳng $y=m$ đi qua điểm uốn của đồ thị $y=x^3-3x^2-1$

(Do đồ thị $(C)$ nhận điểm uốn làm tâm đối xứng)

Mà điểm uốn của $y=x^3-3x^2-1$ là $I(1;-3)$. Suy ra $m=-3$. Vậy chọn $m=-3$

**Phương pháp trắc nghiệm**

Chọn $m=-3$ thay vào phương trình $x^3-3x^2-m-1=0$

Ta được $x^3-3x^2+2=0$. Dùng chức năng tìm nghiệm phương trình bậc ba ta được ba nghiệm $x=1-\sqrt{3}, x=1, x=1+\sqrt{3}$ thỏa cấp số cộng.

Vậy chọn $m=-3$

**Câu 6.** Cho hàm số: $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $(d): y=x+m$. Đường thẳng $(d)$ cắt đồ thị $(C)$ tại hai điểm $A$ và $B$. Với $C(-2;5)$, giá trị $m$ để tam giác $ABC$ đều là

A. $m=1 \vee m=5$ B. $m=1$ C. $m=5$ D. Đáp án khác

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và đường thẳng $(d)$:

$$\frac{2x+1}{x-1}=x+m\ (x\neq 1) \Leftrightarrow x^2+(m-3)x-m-1=0 (1)$$

Khi đó $(d)$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases}(m-3)^2+4(m+1)>0\\ 1^2+(m-3)-m-1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-2m+13>0\\ \forall m\in R\end{cases} \Leftrightarrow \forall m\in R$

Gọi $A(x_1;x_1+m), B(x_2;x_2+m)$ trong đó $x_1,x_2$ là nghiệm của $(1)$

Nên theo Vi – et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=3-m\\ x_1x_2=-m-1\end{cases}$

Gọi $I(\dfrac{x_1+x_2}{2};\dfrac{x_1+x_2+2m}{2})$ là trung điểm của $AB$.

Suy ra $I(\dfrac{3-m}{2};\dfrac{3+m}{2})$, suy ra $\overrightarrow{CI}(-2-\dfrac{3-m}{2};5-\dfrac{3+m}{2}) \Rightarrow CI=\dfrac{1}{2}\sqrt{(m-7)^2+(7-m)^2}$

Mặt khác $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;x_2-x_1) \Rightarrow AB=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2(m^2-2m+13)}$

Tam giác $ABC$ đều khi và chỉ khi $CI=\dfrac{\sqrt{3}}{2}AB \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\sqrt{2(m-7)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{2(m^2-2m+13)}$

$$\Leftrightarrow (m-7)^2=3(m^2-2m+13) \Leftrightarrow 2m^2+8m-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-5\end{array}\right.$$

Vậy chọn $m=1 \vee m=-5$.

**Câu 7.** Cho hàm số $y=x^4-(2m-1)x^2+2m$ có đồ thị $(C)$. Giá trị $m$ để đường thẳng $(d)$: $y=2$ cắt đồ thị $(C)$ tại bốn điểm phân biệt đều có hoành độ lớn hơn $3$ là:

A. $\begin{cases}m\neq\dfrac{3}{2}\\ 1<m<\dfrac{11}{2}\end{cases}$ B. $\begin{cases}m\neq\dfrac{3}{2}\\ 1<m<2\end{cases}$ C. $1<m<\dfrac{11}{2}$ D. Kết quả khác

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và đường thẳng $(d)$:

$$x^4-(2m-1)x^2+2m=2 \Leftrightarrow x^4-(2m-1)x^2+2m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=2m-2 \quad (1) \end{array}\right.$$

Đường thẳng $(d)$ cắt $(C)$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 3 khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-2\neq 1 \\ 0<2m-2<9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq \dfrac{3}{2} \\ 1<m<\dfrac{11}{2} \end{cases}. \text{ Vậy chọn } \begin{cases} m\neq \dfrac{3}{2} \\ 1<m<\dfrac{11}{2} \end{cases}$$

**Câu 8.** Cho hàm số: $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị $(C)$. Đường thẳng $(d): y=-x+2$ cắt đồ thị $(C)$ tại ba điểm phân biệt $A(0;-2), B$ và $C$. Với $M(3;1)$, giá trị của $m$ để tam giác $MBC$ có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ là:

A. $m=-1 \vee m=4$ B. $m=-1$ C. $m=4$ D. Kết quả khác

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3+2mx^2+3(m-1)x+2=-x+2 \Leftrightarrow x\left(x^2+2mx+3(m-1)\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2mx+3(m-1)=0(1) \end{array}\right.$$

Đường thẳng $(d)$ cắt $(C)$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biết khác $0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+3>0 \\ m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m\in R \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\neq 1$

Khi đó ta có: $C(x_1;-x_1+2), B(x_2;-x_2+2)$ trong đó $x_1, x_2$ là nghiệm của $(1)$

Nên theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-2m \\ x_1x_2=3m-3 \end{cases}$.

Ta có: $\overrightarrow{CB}=(x_2-x_1;-x_2+x_1) \Rightarrow CB=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{8(m^2-3m+3)}$

$$d(M;(d))=\frac{|-3-1+2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$

Diện tích tam giác $MBC$ bằng $2\sqrt{7}$ khi và chỉ khi

$$\frac{1}{2}\sqrt{8(m^2-3m+3)}.\sqrt{2}=2\sqrt{7} \Leftrightarrow m^2-3m+3=7 \Leftrightarrow m^2-3m-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=4 \end{array}\right. \text{ ( thỏa } m\neq 1\text{)}$$

Vậy chọn $m=-1 \vee m=4$

**Câu 9.** Cho $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$. Tất cả giá trị tham số $m$ để $(C_m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, x_3$ thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ là:

A. $m = 1$ B. $\begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}$ C. $m = 2$ D. $m \neq 0$

**Hướng dẫn giải**

**[Phương pháp tự luận]**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C_m)$ và trục hoành là $x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \ (1) \end{array}\right.$

$(C_m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 - 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 4m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} (*) \\ m \neq 0 \end{cases}$

Gọi $x_3 = 1$ còn $x_1, x_2$ là nghiệm phương trình $(1)$ nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$

Hệ thức: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa (*))

Vậy chọn $m = 1$.

**Câu 10.** Cho hàm số : $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ có đồ thị $(C_m)$. Giá trị của $m$ để $(C_m)$ cắt trục $Ox$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, x_3$ thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$ là

A. $m > 1 \vee m < -1$ B. $m < -1$ C. $m > 0$ D. $m > 1$

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận:**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và đường thẳng $(d)$:

$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2 + (-3m+1)x - 3m - 2\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ g(x) = x^2 + (-3m+1)x - 3m - 2 = 0 \ (1) \end{array}\right.$

$(C_m)$ cắt $Ox$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 6m + 9 > 0 \\ -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0$

Gọi $x_1 = 1$ còn $x_2, x_3$ là nghiệm phương trình $(1)$ nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_2 + x_3 = 3m - 1 \\ x_2 x_3 = -3m - 2 \end{cases}$

Hệ thức: $x_1^2+x_2^2+x_3^2>15 \Leftrightarrow 1+\left(x_2+x_3\right)^2-2x_2x_3>15$

$\Leftrightarrow (3m-1)^2+2(3m+2)-14>0 \Leftrightarrow 9m^2-9>0$

$\Leftrightarrow m>1 \vee m<-1$

Vậy chọn $m>1 \vee m<-1$

**Phương pháp trắc nghiệm:** Ta kiểm tra ngay trên đáp án

+Với $m=-2$, ta giải phương trình bậc ba: $\frac{1}{3}x^3+2x^2-x-\frac{4}{3}=0$ thu được 3 nghiệm

$x_1=-6.37..., x_2=1, x_3=-0.62...$. Ta chọn những giá trị nhỏ hơn các nghiệm này và kiểm tra điều kiện của bài toán. Cụ thể ta tính $(-6.4)^2+1^2+(-0.63)^2=42.3569>15 \Rightarrow$ loại C, D.

+Với $m=2$, ta làm tương tự thu được 3 nghiệm $x_1=6.27..., x_2=1, x_3=-1.27...$

Tính $6.2^2+1^2+(-1.3)^2=41.13>15 \Rightarrow$ loại B.

Vậy chọn $m>1 \vee m<-1$

**Câu 11.** Cho đồ thị $(C): y=\frac{x^2-x+1}{x-1}$ và đường thẳng $(d): y=m$. Giá thị tham số $m$ để $(C)$ cắt $(d)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho $AB=\sqrt{2}$ là:

A. $m=1\pm\sqrt{6}$ B. $m=1+\sqrt{6}$ C. $m=1-\sqrt{6}$ D. $m<1 \vee m>3$

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm $(C)$ và $(d)$ là $\frac{x^2-x+1}{x-1}=m \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x^2-(m+1)x+m+1=0 \text{ (1)} \end{cases}$

$(C)$ cắt $(d)$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m+1)(m-3)>0 \\ 1-m-1+m+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<-1 \vee m>3(*)$

Hoành độ giao điểm $x_1, x_2$ là nghiệm của phương trình (1) nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=m+1 \\ x_1x_2=m+1 \end{cases}$.

Khi đó: $A(x_1; m)$, $B(x_2; m)$. Do đó: $AB=\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2=2 \Leftrightarrow (x_2-x_1)^2=2$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=2+\sqrt{6} \\ m+1=2-\sqrt{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1+\sqrt{6} \\ m=1-\sqrt{6} \end{array}\right.$ ( thỏa (*))

Vậy chọn $m=1\pm\sqrt{6}$.

**Câu 12.** Cho đồ thị $(H): y=\frac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $(d): y=kx+2k+1$. Giá trị $k$ để $(H)$ cắt $(d)$ tại hai điểm phân biệt $A, B$ sao cho khoảng cách từ $A$ và từ $B$ đến trục hoành bằng nhau là

A. $k=-3$ B. $k=\frac{1}{3}$ C. $k=0$ D. $k=-\frac{1}{2}$

**Hướng dẫn giải**

**Phương pháp tự luận**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và đường thẳng $(d)$:

$$\frac{2x+1}{x+1}=kx+2k+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ kx^2+(3k-1)x+2k=0\ (1) \end{cases}$$

$(H)$ cắt $(d)$ tại hai điểm phân biệt $A,\ B \Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k\neq 0 \\ \Delta>0 \\ k(-1)^2+(3k-1)(-1)+2k\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\neq 0 \\ k^2-6k+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\neq 0 \\ k<3-2\sqrt{2} \vee k>3+2\sqrt{2} \end{cases}(*)$$

Hoành độ $A,\ B$ là nghiệm $x_1,x_2$ của phương trình $(1)$ nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{1-3k}{k} \\ x_1x_2=2 \end{cases}$.

và tung độ $A,B$ thỏa phương trình đường thẳng $(d)$ do đó khoảng cách từ $A$ và từ $B$ đến trục hoành bằng nhau $\Leftrightarrow |y_A|=|y_B| \Leftrightarrow |kx_1+2k+1|=|kx_2+2k+1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} kx_1+2k+1=kx_2+2k+1 \\ kx_1+2k+1=-kx_2-2k-1 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=x_2 \text{ (loại)} \\ k(x_1+x_2)+4k+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow k=-3 \text{ (thỏa (*))}$$

Vậy chọn $k=-3$.