HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

DẠNG 1: Bài tập tính giới hạn bằng cách sử dụng định nghĩa, định lý, qui tắc.

Câu 1. Đáp án B.

Cách 1: Ta có $B=\lim\limits_{x\to -1}\left(x^2+3x+m^2-2m\right)=m^2-2m+4$.

Do đó $B>7 \Leftrightarrow m^2-2m+4>7 \Leftrightarrow m<-1$ hay $m>3$.

Cách 2: Sử dụng MTCT tính B khi $m=4$ và $m=0$.

Khi $m=4$ thì $B=12>7$, do đó chỉ xét A và B.

Khi $m=0$ thì $B=4<7$, do đó A sai vậy B đúng.

Câu 2. Đáp án D.

Cách 1: Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2+1}{1-x}$.

Vì $\lim\limits_{x\to -1^-}\left(x^2+1\right)=2;\ \lim\limits_{x\to -1^-}(1-x)=0$ và $1-x>0;\forall x<1$

nên theo quy tắc 2: $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2+1}{1-x}=+\infty$.

Cách 2: Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2+1}{1-x}$.

Sử dụng MTCT tính giá trị hàm số tại $x=0{,}99999999$ ta được kết quả 199999998.

Vậy chọn D.

Câu 3. Đáp án A.

Vì $\lim\limits_{x\to 1}|x-1|=0$, $|x-1|>0,\forall x\neq 1$ nên $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{|x-1|}=+\infty$.

Giải thích thêm:

+ Hàm số $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ xác định trên khoảng $(1;+\infty)$ nên không tồn tại giới hạn bên trái tại $x=1$, do đó không tồn tại giới hạn tại $x=1$.

+ Hàm số $h(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ xác định trên khoảng $(-\infty;1)$ nên không tồn tại giới hạn bên phải tại $x=1$, do đó không tồn tại giới hạn tại $x=1$.

+ Vì $\lim\limits_{x\to 1}(x-1)=0$, $x-1>0,\forall x>1$, $x-1<0,\forall x<1$

nên $\lim\limits_{x\to 1^-} t(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{1}{x-1}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^+} t(x)=\lim\limits_{x\to 1^{+-}}\frac{1}{x-1}=+\infty$.

Vậy $\lim\limits_{x\to 1^-} t(x)\neq\lim\limits_{x\to 1^+} t(x)$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to 1} t(x)$.

Câu 4. Đáp án D.

Xét dãy số (x_n) với $x_n=\frac{1}{(2n+1)\pi}$. Ta có $x_n\to 0$ và $\lim\cos\frac{1}{x_n}=\lim\cos[(2n+1)\pi]=-1$ (1).

Lại xét dãy số (y_n) với $x_n=\frac{1}{2n\pi}$. Ta có $y_n\to 0$ và $\lim\cos\frac{1}{y_n}=\lim\cos(2n\pi)=1$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\lim\limits_{x\to 0}\cos\frac{1}{x}$ không tồn tại.

Câu 5. Đáp án C.

Cách 1: Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}(5x^3-x^2+x+1)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x^4+3x+1)=+\infty$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}(4x^2-7x^3+2)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}(3x-x^5+2)=+\infty$.

Cách 2: Sử dụng MTCT tính lần lượt các giới hạn cho đến khi tìm được giới hạn bằng $-\infty$.

Câu 6. Đáp án D.

Cách 1: Ta có

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}+2x\right)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}-2x\right)=+\infty$

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{4+\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}-1\right)=+\infty$

Do đó $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{4x^2+4x+3}\right)=-\infty$.

Cách 2: Sử dụng MTCT tính lần lượt các giới hạn cho đến khi tìm được giới hạn bằng $-\infty$.

Câu 7. Đáp án C.

Cách 1: Ta có $\lim\limits_{x\to-3^+}\left(6-x^2\right)=-3<0$; $\lim\limits_{x\to-3^+}(9+3x)=0$ và $9+3x>0,\forall x>-3$.

Vậy theo quy tắc 2, $\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{6-x^2}{9+3x}=-\infty$.

Tương tự: $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{\sqrt{1-2x}}{5+5x}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{5-3x^3}{(x+2)^2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x^3-4}{(x+1)^2}=-\infty$.

Do đó đáp án đúng là C (Thật ra ta chỉ cần tính đến C là chọn được đáp án đúng).

Cách 2: Sử dụng MTCT tính lần lượt các giới hạn cho đến khi tìm được giới hạn bằng $+\infty$.

Câu 8. Đáp án B.

Cách 1: Các hàm số trong A, C, D đều xác định tại các điểm điểm tính giới hạn. Do đó đáp án là B.

Thật vậy, ta tính được bằng MTCT: $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+2x^2}{\left(x^2-x-6\right)^2}=+\infty$.

Cách 2: Sử dụng MTCT tính lần lượt các giới hạn cho đến khi tìm được giới hạn vô cực.

Câu 9. Đáp án C

Cách 1: Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^-}(\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt{3-x})=\sqrt{2}-2<0$;

$\lim\limits_{x\to(-1)^-}(x^4+x)=0$; $(x^4+x)=x(x^3+1)>0,\forall x<-1$.

Vậy $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt{3-x}}{x^4+x}=-\infty$

Bổ sung:

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{5x^2+x+2}+4x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x(-\sqrt{5+\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}}+4)=-\infty$ nên

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-3}{\sqrt{5x^2+x+2}+4x}=0$.

+ $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(x-2)^3+8}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^3-6x^2+12x-8+8}{x}=\lim\limits_{x\to0}(x^2-6x+12)=12$.

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}(4x^3-x^2+2)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5}{4x^3-x^2+2}=0$.

Cách 2: Sử dụng MTCT tính lần lượt các giới hạn cho đến khi tìm được giới hạn vô cực.

Câu 10. **Đáp án A**

Cách 1: Sử dụng MTCT tính toán khi $m=-3$ ta được kết quả

$\lim\limits_{x\to+\infty}(-3x+\sqrt{9x^2-3x+1})=-\dfrac{1}{2}$. Vậy ta chỉ xét các đáp án **A** và **D**.

Lại sử dụng MTCT tính toán khi $m=-1$ ta được kết quả $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+\sqrt{9x^2-3x+1})=+\infty$.

Vậy loại đáp án **D**. Do đó đáp án đúng là **A**.

Cách 2: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(mx+\sqrt{9x^2-3x+1})$.

+ Nếu $m\ge 0$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(mx+\sqrt{9x^2-3x+1})=+\infty$.

+ Nếu $m<0$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(mx+\sqrt{9x^2-3x+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(m+\sqrt{9-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}}\right)$.

Ta thấy nếu $m\ne-3$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(m+\sqrt{9-\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x^2}}\right)\ne 0$ và do đó

$\lim\limits_{x\to+\infty}(mx+\sqrt{9x^2-3x+1})=\infty$. Ngược lại nếu $m=-3$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}(-3x+\sqrt{9x^2-3x+1})=-\dfrac{1}{2}$

. Vậy đáp án đúng là **A**.

DẠNG 2: Giới hạn vô định dạng $\dfrac{0}{0}$.

Câu 11. **Đáp án D.**

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{|3x+6|}{x+2}=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{3(x+2)}{x+2}=3$ và $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{|3x+6|}{x+2}=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{-3(x+2)}{x+2}=-3$.

Vậy $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{|3x+6|}{x+2}\ne\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{|3x+6|}{x+2}$ nên $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{|3x+6|}{x+2}$ không tồn tại.

Câu 12. **Đáp án D.**

Cách 1: Ta có

$$\lim\limits_{x\to a}\frac{x^4-a}{x-a}=\lim\limits_{x\to a}\frac{(x-a)(x^3+x^2a+xa^2+a^3)}{x-a}=\lim\limits_{x\to a}(x^3+xa^2+x^2a+a^3)=4a^3.$$

Cách 2: Cho a một giá trị cụ thể rồi tính giới hạn bằng máy tính cầm tay. Chẳng hạn với $a=2$ ta có $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^4-2^4}{x-2}=32=4.2^3$. Do đó chọn đáp án **D.**

Câu 13. **Đáp án B.**

Cách 1: $C=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-mx+m-1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x-m+1)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-m+1}{x+1}=\dfrac{2-m}{2}$

Vậy $C=2\Leftrightarrow m=-2$.

Cách 2: Thay lần lượt các giá trị của m vào, rồi tìm C cho đến khi gặp kết quả $C=2$ thì dừng lại.

Câu 14. **Đáp án C**

Đặt $g(x)=x^2+ax+b$. Rõ ràng là nếu $g(2)\neq 0$ thì $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{g(x)}{x-2}$ không thể hữu hạn. Do đó điều kiện đầu tiên là $g(2)=0\Leftrightarrow 2a+b=-4$.

Khi đó $g(x)=(x-2)(x-\dfrac{b}{2})$ và $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{g(x)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x-\dfrac{b}{2})=2-\dfrac{b}{2}$.

Vậy $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{g(x)}{x-2}=6\Rightarrow 2-\dfrac{b}{2}=6\Rightarrow b=-8\Rightarrow a=2\Rightarrow a+b=-6.$

Câu 15. **Đáp án B.**

Cách 1: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{ax+1}}{\sin bx}=\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1-\sqrt{ax+1}}{x}.\dfrac{bx}{\sin bx}.\dfrac{1}{b})$.

Mà $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{ax+1}}{\sin bx}=\dfrac{-a}{2}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{bx}{\sin bx}=1$ **nên** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{ax+b}}{\sin bx}=\dfrac{-a}{2b}$;

Cách 2: Cho a và b các giá trị cụ thể, thay vào rồi tính giới han. Chẳng hạn với $a=b=1$, sử dụng MTCT ta tính được $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{\sin x}=\dfrac{1}{2}$. Từ đó chọn đáp án đúng là B.

Câu 16. **Đáp án D.**

Cách 1: $\dfrac{\tan ax}{\sqrt{1+bx}-\sqrt[3]{1+cx}}=a.\dfrac{\tan ax}{ax}.\dfrac{x}{\sqrt{1+bx}-\sqrt[3]{1+cx}}$

Lại có $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan ax}{ax}=\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{\sin ax}{ax}.\dfrac{1}{\cos ax})=1$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+bx}-\sqrt[3]{1+cx}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{\sqrt{1+bx}-1}{x}-\dfrac{\sqrt[3]{1+cx}-1}{x})=\dfrac{b}{2}-\dfrac{c}{3}=\dfrac{3b-2c}{6}$

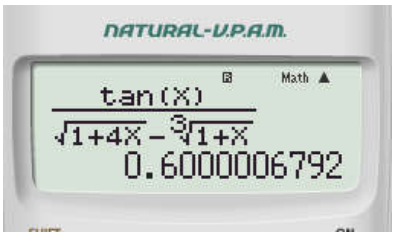
Vậy $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan ax}{\sqrt{1+bx}-\sqrt[3]{1+cx}}=\dfrac{6a}{3b-2c}$.

Do đó hệ thức liên hệ giữa a,b,c là $\dfrac{6a}{3b-2c}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{a}{3b-2c}=\dfrac{1}{12}$

Cách 2: Sử dụng MTCT. Với mỗi đáp án, chọn các giá trị cụ thể của a,b,c thỏa mãn hệ thức rồi thay vào để tính giới hạn. Nếu giới hạn tìm được bằng $\dfrac{1}{2}$ thì đó là đáp án đúng.

Chẳng hạn, với đáp án A, chọn $a=1;b=4;c=1$, sử dụng MTCT tính được

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{\sqrt{1+4x}-\sqrt[3]{1+x}}=\dfrac{3}{5}$.



Vậy A không phải là đáp án đúng.

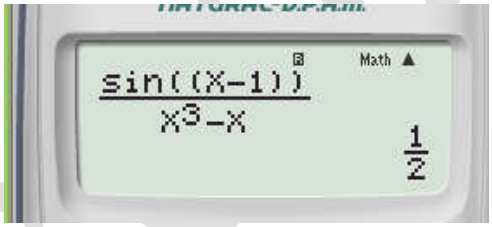
Tương tự vậy B và C cũng không phải là đáp án đúng. Vậy đáp án đúng là D.

Câu 17. **Đáp án C.**

Cách 1: Ta có $\frac{\sin(x-1)}{x^m-x^n}=\frac{\sin(x-1)}{x-1}=\frac{x-1}{x^m-x^n}$

Mà $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^m-x^n}{x-1}=m-n$; $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sin(x-1)}{x-1}=1$ nên $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sin(x-1)}{x^m-x^n}=\frac{1}{m-n}$

Cách 2: Cho m và n các giá trị cụ thể, thay vào rồi sử dụng MTCT tính giới hạn. Chẳng hạn với $m=3;n=1$ ta tính được $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sin(x-1)}{x^3-x}=\frac{1}{2}=\frac{1}{m-n}$.



Vậy đáp án đúng là C

Câu 18. **Đáp án A.**

Vì ta chưa thể biết được các giới hạn $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{5x-4}-1}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{2x-4}-1}{x-1}$ có hữu hạn hay không nên chưa thể viết được: $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{5x-4}-\sqrt{2x-1}}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{5x-4}-1}{x-1}-\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{2x-4}-1}{x-1}$

Do đó lời giải đã mắc lỗi sai ngay ở bước đầu tiên.

Ta sửa lại như sau:

Bước 1: Ta có $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt{5x-4}-\sqrt{2x-1}}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{\sqrt{5x-4}-1}{x-1}-\frac{\sqrt{2x-1}-1}{x-1}\right)$

Câu 19. **Đáp án A.**

Ta có $\frac{\sqrt[3]{8x+11}-\sqrt{x+7}}{x^2-3x+2}=\frac{\sqrt[3]{8x+11}-3}{x^2-3x+2}-\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-3x+2}$

$$=\frac{x-2}{(x-2)(x-1)(\sqrt[3]{(8x+11)^2}+3\sqrt[3]{8+11}+9)}-\frac{x-2}{(x-2)(x-1)(\sqrt{x+7}+3)}$$

$$=\frac{8}{(x-1)(\sqrt[3]{(8x+11)^2}+3\sqrt[3]{8+11}+9)}-\frac{1}{(x-1)(\sqrt{x+7}+3)}$$

Ta có $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{8}{(x-1)(\sqrt[3]{(8x+11)^2}+3\sqrt[3]{8+11}+9)}=\dfrac{8}{27}$; $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{(x-1)(\sqrt{x+7}+3)}=\dfrac{1}{6}$

Do đó $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{8x+11}-\sqrt{x+7}}{x^2-3x+2}=\dfrac{8}{27}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{7}{54}$

Vậy $m=7;n=54$ và $2m+n=68$.

Câu 20. **Đáp án C.**

Ta có $\dfrac{\sqrt{6x-9}-\sqrt[3]{27x-54}}{(x-3)(x^2+3x-18)}=\dfrac{\sqrt{6x-9}-\sqrt[3]{27x-54}}{(x-3)^2(x+6)}$

Sử dụng MTCT ta tính được:

$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{6x-9}-\sqrt[3]{27x-54}}{(x-3)^2}=\dfrac{1}{6}$; $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{x+6}=\dfrac{1}{9}$

nên $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{6x-9}-\sqrt[3]{27x-54}}{(x-3)(x^2+3x-18)}=\dfrac{1}{54}$. Vậy $3m+n=57$.

Giải tự luận: Đặt $t=x-3$ thì $\lim\limits_{x\to 3}t=0$ và

$$\frac{\sqrt{6x-9}-\sqrt[3]{27x-54}}{(x-3)^2}=\frac{\sqrt{6t+9}-\sqrt[3]{27t+27}}{t^2}=\frac{\sqrt{6t+9}-(t+3)}{t^2}+\frac{(t+3)-\sqrt[3]{27t+27}}{t^2}$$

$$=\frac{-t^2}{t^2\left(\sqrt{6t+9}+t+3\right)}+\frac{t^3+9t^2}{t^2\left[(t+3)^2+(t+3)\sqrt[3]{27t+27}+\sqrt[3]{(27t+27)^2}\right]}$$

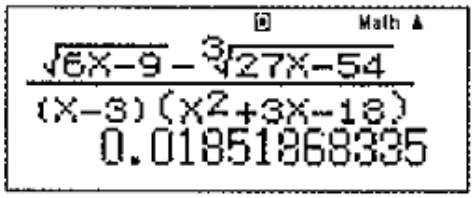
$$=\frac{-1}{\left(\sqrt{6t+9}+t+3\right)}+\frac{t+9}{(t+3)^2+(t+3)\sqrt[3]{27t+27}+\sqrt[3]{(27t+27)^2}}$$

Ta có $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{-1}{\left(\sqrt{6t+9}+t+3\right)}=-\dfrac{1}{6}$; $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{t+9}{(t+3)^2+(t+3)\sqrt[3]{27t+27}+\sqrt[3]{(27t+27)^2}}=\dfrac{1}{3}$

Vậy $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{6x-9}-\sqrt[3]{27x-54}}{(x-3)^2}=\dfrac{-1}{6}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{1}{x+6}=\dfrac{1}{9}$ nên $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{6x-9}-\sqrt[3]{27x-54}}{(x-3)^2\left(x^2+3x-18\right)}=\dfrac{1}{54}$.

Lưu ý: Nếu sử dụng MTCT tính giá trị hàm số tại $x=3,00000001$ và tại $x=2,99999999$ ta đều thu được kết quả bằng 0 hoặc máy báo lỗi (tùy theo loại máy). Điều này là do vượt quá khả năng tính toán của máy. Ta thay đổi tính giá trị của hàm số tại $x=2,99999$ thì ta được kết quả như sau



Kết quả hiển thị trên máy như vậy rất khó để ta tìm ra giới hạn chính xác của hàm số. Tuy nhiên nếu phân tích kĩ một chút rồi biến đổi như trong lời giải trên thì ta vẫn có thể tìm ra đáp án đúng chỉ bằng MTCT.

Câu 1: **Đáp án A**

Bài tập này có dạng tương tự như bài tập trên. Bằng MTCT, không khó để tìm ra đáp án đúng là **A.** Tuy nhiên nếu giải tự luận thì có một số vấn đề cần bàn. Đặt $t=x-1$ thì $x=t+1$, $\lim\limits_{x\to 1^+}=0$ và

$$\frac{\sqrt{3x-2}-\sqrt[3]{5x-4}}{(x-1)^2}=\frac{\sqrt{3t+1}-\sqrt[3]{5t+1}}{t^2}=\frac{\sqrt{3t+1}-1}{t^2}+\frac{1-\sqrt[3]{5t+1}}{t^2}$$

$$=\frac{3t}{t^2\left(\sqrt{3t+1}+1\right)}+\frac{5t}{t^2\left(1+\sqrt[3]{5t+1}+\sqrt[3]{(5t+1)^2}\right)}$$

$$=\frac{3\left(1+\sqrt[3]{5t+1}+\sqrt[3]{(5t+1)^2}\right)-5\left(\sqrt{3t+1}+1\right)}{t\left(\sqrt{3t+1}+1\right)\left(1+\sqrt[3]{5t+1}+\sqrt[3]{(5t+1)^2}\right)}$$

Ta có $\lim\limits_{t\to 0^+} = \dfrac{3\left(1+\sqrt[3]{5t+1}+\sqrt[3]{(5t+1)^2}\right)-5\left(\sqrt{3t+1}+1\right)}{t\left(\sqrt{3t+1}+1\right)\left(1+\sqrt[3]{5t+1}+\sqrt[3]{(5t+1)^2}\right)} = -\infty$

Vậy $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{3x-2}-\sqrt[2]{5x-4}}{(x-1)^2} = -\infty.$

Ta thấy sau khi đổi biến cho gọn, ta thêm bớt tử với hàng số 1 rồi tách ra thành hai phân thức và nhân chia liên hợp mà không thêm bớt đa thức. Vậy khi nào thì thêm bớt hằng số, khi nào thì thêm bớt với đa thức? Quý độc giả hãy nghiên cứu kĩ hai bài tập trên và tự rút ra nhận xét.

Câu 2: **Đáp án D**

Ta có $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{\left(x^2-x-6\right)^2}{x^3+2x^2} = \lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x-3)^2(x+2)^2}{x^2(x+2)} = \lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x-3)^2(x+2)}{x^2} = 0.$

Câu 3: **Đáp án C**

$$\lim_{x\to(-1)^-}\frac{x^2+3x+2}{\sqrt{x^2+2x+1}} = \lim_{x\to(-1)^-}\frac{x^2+3x+2}{\sqrt{(x+1)^2}} = \lim_{x\to(-1)^-}\frac{x^2+3x+2}{|x+1|} = \lim_{x\to(-1)^-}\frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)}$$

$$= -\lim_{x\to(-1)^-}(x+2) = -1 \neq 0.$$

Câu 4: **Đáp án C**

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{3x^2+x^4}}{2x} = \lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{-x\sqrt{3+x^2}}{2x} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{3x^2+x^4}}{2x} = \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x\sqrt{3+x^2}}{2x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{3x^2+x^4}}{2x} \neq \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{3x^2+x^4}}{2x}$ nên $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3x^2+x^4}}{2x}$ không tồn tại.

Câu 5: **Đáp án B**

$$\lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+9} = \lim_{x\to 3^+}\frac{(x-1)(x-3)}{(x-3)^2} = \lim_{x\to 3^+}\frac{x-1}{x-3} = +\infty.$$

Dạng 3: Giới hạn vô định dạng $\dfrac{\infty}{\infty}$

Câu 6: **Đáp án B**

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-1}{x+1}=-\infty$; + $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3-x^2+3}{5x^2-x^3}=-1$;

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+3}{x^2-5x}=0$; + $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+x-1}{3x+x^2}=2$;

Câu 7: **Đáp án C**

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+1)(3-2x-5x^3)}{x(x^3-1)}=-5$. + $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2x^2+1)(2x^2+x)}{(2x^4+x)(x+1)}=0$.

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(x^2+1)(2x^2-x+4)}{x^3(3x+1)}=\dfrac{2}{3}$. + $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(3x^2+1)(2-x^3)}{(2x^4+x)(x+1)}=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 8: **Đáp án B**

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-2x^2+x-1}{3+x}=+\infty$. + $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^2+x+1}{1+2x}=-\infty$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-3x^3+x^2}{5+x-2x^2}=+\infty$. + $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^2-x^4+1}{2-x-x^2}=+\infty$.

Câu 9: **Đáp án C**

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x}+3x}{\sqrt{4x^2+1}-x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\sqrt{1+\frac{2}{x}}+3x}{-x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{2}{x}}+3}{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-1+\frac{2}{x}}=\frac{-1+3}{-2-1}=-\frac{2}{3}$$

Câu 10: **Đáp án C**

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax-b\sqrt{9x^2+2}}{cx+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+bx\sqrt{9+\frac{2}{x^2}}}{cx+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{a+b\sqrt{9+\frac{2}{x^2}}}{c+\frac{1}{x}}=\dfrac{a+3b}{c}$.

Do đó $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax-b\sqrt{9x^2+2}}{cx+1}=5\Leftrightarrow\dfrac{a+3b}{c}=5$.

Câu 11: **Đáp án A**

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{4x^2+3x+1}{x+2}-(ax+b)\right]=\lim_{x\to\infty}\left[(4x+5)+\frac{11}{x+2}-(ax+b)\right].$$

Do đó $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{4x^2+3x+1}{x+2}-(ax+b)\right]=0\Rightarrow a=4;b=-5\Rightarrow a-b=9$.

Câu 12: **Đáp án D**

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x^4-x-1}{x^2+x+2}=+\infty$. + $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-5x+2}{1+2|x|}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-5x+2}{1-2x}=+\infty$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^5+x-11}}{x^2+x+2}=+\infty$. + $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^3+2x^2+1}}{\sqrt{1-2x}}=-\infty$.

Câu 13: Đáp án D

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^6+2}}{3x^3-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x^3\sqrt{1+\dfrac{2}{x^6}}}{3x^3-1}=-\dfrac{1}{3}$. **Ta có**

$\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt[3]{\dfrac{2x-x^2}{8x^2-x+3}}=\sqrt[3]{\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-x^2}{8x^2-x+3}}=\sqrt[3]{-\dfrac{1}{8}}=-\dfrac{1}{2}$.

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\sqrt{x}}{x^2-x+2}=0$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2|x|+3}{\sqrt{x^2+x+5}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2|x|+3}{|x|\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{5}{x^2}}}=2$.

Câu 14: Đáp án B

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{\dfrac{(2x-5)(1-x)^2}{3x^3-x+1}}=\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}$.

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2-3}}{x-5x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2x-1)|x|\sqrt{1-\dfrac{3}{x^2}}}{x-5x^2}=\dfrac{2}{5}$.

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-2|x|}{\sqrt{x^2+1}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3-2|x|}{|x|\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}-x}=1$.

Câu 15: Đáp án A

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-x}+2x}{3-4|x|}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}+2x}{3+4|x|}=\dfrac{1}{4}$.

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}(1-2x)\sqrt{\dfrac{x}{x^3-1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\dfrac{(1-2x)^2x}{x^3-1}}=2$ **(do** $1-2x>0,\forall x<\dfrac{1}{2}$ **).**

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\dfrac{3x^4+4x^5+2}{9x^5+5x^4+4}}=\dfrac{2}{3}$.

Dạng 4: Giới hạn vô định dạng $0.\infty$.

Câu 16: **Đáp án D**

Cách 1: Ta có $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\right)\frac{1}{(x-a)^2}=\frac{a-x}{ax}.\frac{1}{(x-a)^2}=\frac{-1}{ax(x-a)}$.

Do đó $\lim\limits_{x\to a^-}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\right)\frac{1}{(x-a)^2}=\lim\limits_{x\to a^-}\frac{-1}{ax(x-a)}=+\infty$;

$\lim\limits_{x\to a^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\right)\frac{1}{(x-a)^2}=\lim\limits_{x\to a^+}\frac{-1}{ax(x-a)}=-\infty$;

Vậy $\lim\limits_{x\to a^-}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\right)\frac{1}{(x-a)^2}\neq\lim\limits_{x\to a^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\right)\frac{1}{(x-a)^2}$ nên $\lim\limits_{x\to a}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\right)\frac{1}{(x-a)^2}$ không tồn tại.

Cách 2: Cho a một giá trị cụ thể, chẳng hạn $a=1$, thay vào hàm số rồi sử dụng MTCT để tính giới hạn. Từ đó ta tìm được đáp án đúng là **D.**

Câu 17: **Đáp án C**

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\sqrt{\frac{x^3}{2x^4+x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x^3(x+1)^2}{2x^4+x^2+1}}=+\infty$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\sqrt{\frac{3x}{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{3x(x+1)^2}{x^2-1}}=+\infty$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2)\sqrt{\frac{x-1}{x^3+x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{(x+2)^2(x-1)}{x^3+x}}=1$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+1)\sqrt{\frac{x}{2x^4+x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{x(x^2+1)^2}{2x^4+x^2+1}}=+\infty$.

Câu 18: **Đáp án B**

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)\sqrt{\frac{2x+1}{x^3+x+2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{(2x+1)(x+1)^2}{x^3+x+2}}=-\sqrt{2}$.

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-2x)\sqrt{\frac{3x-11}{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{(3x-11)(1-2x)^2}{x^2+1}}=-2\sqrt{3}$.

+

$$\lim\limits_{x\to+\infty}(x^3-1)\sqrt{\frac{x}{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+x+1)(x-1)\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+x+1)\sqrt{(x-1)}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}=0.$$

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}(2-3x)\sqrt{\dfrac{x+1}{5x^3+2x+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\dfrac{(x+1)(2-3x)}{5x^3+2x+1}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}.$

Câu 19: **Đáp án A**

Cách 1: Sử dụng MTCT.

Cách 2: Đặt $t=\dfrac{1}{x}$ thì $x=\dfrac{1}{t}$, $\lim\limits_{x\to+\infty}t=0$ và

$$x^2\left(\sqrt{\frac{x+2}{x}}-\sqrt{\frac{x+3}{x}}\right)=\frac{\sqrt{1+2t}-\sqrt[3]{1+3t}}{t^2}=\frac{\sqrt{1+2t}-(t+1)}{t^2}+\frac{(t+1)-\sqrt[3]{1+3t}}{t^2}$$

$$=\frac{-1}{\sqrt{1+2t}+(t+1)}+\frac{t+3}{(t+1)^2+(t+1)\sqrt[3]{1+3t}+\sqrt[3]{(1+3t)^2}}$$

Do đó

$$\lim_{x\to+\infty}x^2\left(\sqrt{\frac{x+2}{x}}-\sqrt{\frac{x+3}{x}}\right)=\lim_{t\to0}\left[\frac{-1}{\sqrt{1+2t}+(t+1)}+\frac{t+3}{(t+1)^2+(t+1)\sqrt[3]{1+3t}+\sqrt[3]{(1+3t)^2}}\right]$$

Câu 20: **Đáp án C**

Cách 1: Sử dụng MTCT.

Cách 2: Đặt $t=\dfrac{\pi}{4}-x$ thì $x=\dfrac{\pi}{4}-t$, $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}t=0$ **và**

$$\tan 2x\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\tan 2\left(\frac{\pi}{4}-t\right)\tan t=\tan\left(\frac{\pi}{2}-2t\right)\tan t$$

$$=\cot 2t\tan t=\frac{\cos 2t}{\sin 2t}.\frac{\sin t}{\cos t}=\frac{2t}{\sin 2t}.\frac{\sin t}{t}.\frac{\cos 2t}{2\cos t}.$$

Do đó: $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\tan 2x\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)=\lim\limits_{t\to0}\dfrac{2t}{\sin 2t}.\dfrac{\sin t}{t}.\dfrac{\cos 2t}{2\cos t}=\dfrac{1}{2}.$

Dạng 5: Dạng vô định $\infty-\infty$.

Câu 21: **Đáp án B**

Cách 1: Sử dụng MTCT tính giới hạn với một giá trị cụ thể của n rooif so sánh với đáp án. Chẳng hạn $n=3$ ta có $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{3}{1-x^3}-\dfrac{1}{1-x}\right)=1.$

Cách 2: $\dfrac{n}{1-x^n}-\dfrac{1}{1-x}=\dfrac{n-\left(1+x+x^2+...+x^{n-1}\right)}{1-x^n}=\dfrac{1-x+1-x^2+...+1-x^{n-1}}{1-x^n}$

$$=\frac{1+(1+x)+(1+x+x^2)+....+1+x+x^2+...+x^{n-2}}{1+x+x^2+...+x^{n-1}}$$

Do đó $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{n}{1-x^n}-\frac{1}{1-x}\right)=\frac{n-1}{2}$.

Lưu ý: $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{n}{1-x^n}-\frac{1}{1-x}\right)=\frac{n-1}{2}$.

Câu 22: Đáp án B

Theo câu 41, ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{3}{x^3-1}\right)=\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{3}{x^3-1}-\frac{1}{x-1}\right)=1.$

Lại có $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(mx+2)=m+2$. Để $f(x)$ có giới hạn tại điểm $x=1$ thì

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)\Leftrightarrow m+2=1\Leftrightarrow m=-1.$

Câu 23: Đáp án A

Ta có $\frac{1}{x-1}-\frac{k}{x^2-1}=\frac{x+1-k}{x^2-1}$. Mà $\lim\limits_{x\to 1}(x+1-k)=2-k$; $\lim\limits_{x\to 1}(x^2-1)=0$ nên để

$\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{k}{x^2-1}\right)$ là hữu hạn thì điều kiện cần là $2-k=0\Leftrightarrow k=2.$

Thật vậy, khi $k=2,\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}=\frac{x-1}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$. Nên

$\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{k}{x^2-1}\right)=\lim\limits_{x\to 1}\frac{1}{x+1}=\frac{1}{2}.$

Lưu ý: $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}-\frac{k}{x^n-1}\right)$ hữu hạn $\Leftrightarrow k=n.$

Câu 24: Đáp án B

Cách 1: Sử dụng MTCT tính lần lượt các giới hạn. Đến ý B ta được giới hạn bằng -1. Vậy đáp án đúng là **B.**

Cách 2: Ta thấy ngay A và C là các giới hạn vô cực, B và D là dạng vô định $\infty-\infty$. Ta xét giới hạn ở ý **B.**

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)=\frac{2x}{-x\sqrt{1+\frac{2}{x}}-1}=-1.$ Vậy đáp án là **B.**

Bổ sung:

+ $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)=+\infty$ + $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}+x\right)=+\infty$

+ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{\sqrt{1+\dfrac{2}{x}}+1}=1.$

Câu 25: **Đáp án D**

Cách 1: Sử dụng MTCT tính giới hạn khi $a=1$ va` $a=0$, ta được

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+5}+x\right)=\dfrac{3}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-3x+5}=+\infty$. Từ đó suy ra đáp án đúng là **D**

Cách 2: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+5}+ax\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}x\left(a-\sqrt{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{5}{x^2}}\right).$

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}=-\infty$ nên để $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+5}+ax\right)=+\infty$ thì $a-1<0\Leftrightarrow a<1.$

Câu 26: **Đáp án D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax-\sqrt{x^2+bx+2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(a-\sqrt{1+\dfrac{b}{x}+\dfrac{2}{x^2}}\right).$

Do đó nếu $a\neq1$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax-\sqrt{x^2+bx+2}\right)=\infty$. Vậy $a=1$. Khi đó

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2+bx+2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-bx-2}{x+\sqrt{x^2+bx+2}}=-\dfrac{b}{2}.$

Vậy: $-\dfrac{b}{2}=3\Leftrightarrow b=-6$. Do đó $a+b=-5$.

Câu 27: **Đáp án C**

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax+b-\sqrt{x^2-6x+2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(a-\sqrt{1-\dfrac{6}{x}+\dfrac{2}{x^2}}\right)+b.$

Do đó nếu $a\neq1$ thì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax+b-\sqrt{x^2-6x+2}\right)=\infty$. Vậy $a=1$. Khi đó ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+b-\sqrt{x^2-6x+2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{6x-2}{x+\sqrt{x^2-6x+2}}+b=\dfrac{6}{2}+b=b+3.$

Vậy: $-b+3=5\Leftrightarrow b=2$. DO đó số lớn hơn trong hai số a và b là số 2. Chọn đáp án **C.**

Câu 28: **Đáp án C**

Cả bốn giới hạn đều có dạng $\infty-\infty$, tuy nhiên chỉ có giới hạn ở ý C, hệ số trong hai số hạng là khác nhau.Theo kết quả đã biết thì giới hạn ở ý C chắc chắn là $-\infty$. Do đó đáp án đúng là C, Thật vậy:

$$+\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}-\sqrt{2x^2+3}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-3}{\sqrt{2x^2+x}+\sqrt{2x^2+3}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-3}{-x\left(\sqrt{2+\frac{1}{x}}+\sqrt{2+\frac{3}{x}}\right)}=-\frac{1}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

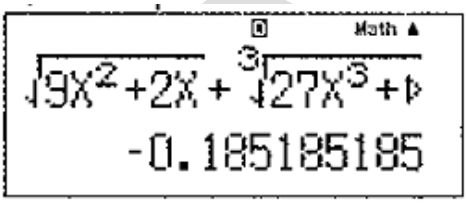
$$+\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+x+1}+2x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{4x^2+x+1}-2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{-x\left(\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+2\right)}=-\frac{1}{4}.$$

$$+\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+3x+1}+5x\right)=\lim_{x\to-\infty}x\left(-\sqrt{9+\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}+5\right)=-\infty.$$

$$+\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{3x^2+1}-\sqrt{3x^2+5x}\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{1-5x}{\sqrt{3x^2+1}+\sqrt{3x^2+5x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1-5x}{-x\left(\sqrt{3+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{3+\frac{5}{x}}\right)}=\frac{5}{2\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 29: Đáp án A

Cách 1: Sử dụng MTCT tính giá trị hàm số tại $x=-10^{10}$ ta được kết quả



Áp dụng kĩ thuật tìm dạng phân số của số thập phân vô hạn tuần hoàn ta có

$0,(185)=\frac{5}{27}$. Vậy $\frac{m}{n}=\frac{5}{27}$.

Từ đó chọn đáp án đúng là **A.**

Cách 2: $\sqrt{9x^2+2x}+\sqrt[3]{27x^3+4x^2+5}=\left(\sqrt{9x^2+2x}+3x\right)+\left(\sqrt[3]{27x^3+4x^2+5}-3x\right)$

$$=\frac{2x}{\sqrt{9x^2+2x}-3x}-\frac{4x^2+5}{\sqrt[3]{\left(27x^3+4x^2+5\right)^2}+3x\sqrt[3]{27x^3+4x^2+5}+9x^2}.$$

Suy ra $\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+2x}+\sqrt[3]{27x^3+4x^2+5}\right)=\frac{2}{-6}+\frac{4}{9+9+9}=-\frac{5}{27}$.

Từ đó chọn đáp án đúng là **A.**

Câu 30: Đáp án B

Làm tương tự như câu 49, ta có:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{9x^2+ax}+\sqrt[3]{27x^3+bx^2+5}\right)=\frac{-a}{6}+\frac{b}{27}=\frac{2b-9a}{54}.$$

Do đó $2b-9a=14$. Suy ra a là số chẵn. Vậy $a+2b$ là số chẵn. Từ đó loại được đáp án A và C.

Giải hệ $\begin{cases} a+2b=34 \\ 2b-9a=14 \end{cases}$ được $a=2; b=16.$

Giải hệ $\begin{cases} a+2b=36 \\ 2b-9a=14 \end{cases}$ được $a=\frac{11}{5}$ (loại).

Vậy B là đáp án đúng.

hoc360.net