D. HƯỚNG DẪN GIẢI

Dạng 1: Bài tập về nhận dạng cấp số nhân.

Câu 1. **Đáp án** B

Các dãy số trong các phương án A, C và D đảm bảo về dấu còn dãy số trong phương án B thì 3 số hạng đầu âm còn số hạng thứ tư là dương nên dãy số trong phương án B không phải là cấp số nhân.

Câu 2. **Đáp án** C.

Kiểm tra từng phương án đến khi tìm được phương án đúng.

+ Phương án A: Ba số hạng đầu của dãy số là $4, 1, -2$ không lập thành cấp số nhân nên dãy số (u_n) không phải là cấp số nhân.

+ Phương án B: Ba số hạng đầu của dãy số là $4; -2; -20$ không lập thành cấp số nhân nên dãy số (v_n) không phải là cấp số nhân.

+ Phương án C: Ta có $w_{n+1} = 7.3^{n+1} = 3w_n, \forall n \geq 1$ nên dãy số (w_n) là một cấp số nhân.

+ Phương án D: Ba số hạng đầu của dãy số là $\frac{7}{3}, \frac{7}{6}, \frac{7}{9}$ không lập thành cấp số nhân nên dãy số (t_n) không phải là cấp số nhân.

Câu 3. **Đáp án** B.

Các kiểm tra như câu 2.

Dạng 2: Bài tập về xác định số hạng và công bội của cấp số nhân.

Câu 4. **Đáp án** B.

Ta có: $u_{n+1} = \frac{u_n}{4} = \frac{1}{4}.u_n$ nên (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{4}$. Suy ra số hạng tổng quát là $u_n = u_1.q^{n-1} = 3.\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = 3.4^{1-n}$.

Vậy phương án đúng là B.

Câu 5. **Đáp án** B.

Ta có $\begin{cases} x_2 = -3 \\ x_4 = -27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 q = -3 \\ x_1 q^3 = -27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ q = 3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1 = 1 \\ q = -3 \end{cases}$.

Do đó B là phương án đúng.

Câu 6. **Đáp án** A.

Ta có: $\begin{cases} a_3 = 8 \\ a_5 = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 q^2 = 8 \\ a_1 q^4 = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ q = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1 = 2 \\ q = -2 \end{cases}$.

Với $a_1 = 2, q = 2$ thì $a_{10} = a_1 q^9 = 1024$.

Với $a_1 = 2, q = -2$ thì $a_{10} = a_1 q^9 = -1024$.

Vậy $a_{10} = \pm 1024$. Suy ra A là phương án đúng.

Câu 7. **Đáp án** C.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có:

$y^2 = 12.192 = 2304 \Rightarrow y = \pm 48.$

Cũng theo tính chất của cấp số nhân, ta có:

$xy = 12^2 = 144.$

Với $y = 48$ thì $x = 3$; với $y = -48$ thì $x = -3$.

Vậy phương án đúng là C.

Câu 8. **Đáp án** D.

Ta có: $S_n = u_1.\dfrac{1-q^n}{1-q}$ nên theo giả thiế, ta có:

$5.\dfrac{1-3^n}{1-3} = 200 \Leftrightarrow 3^n = 81 \Leftrightarrow n = 4.$

Suy ra $u_4 = u_1.q^3 = 135.$ Vậy đáp án là D.

Câu 9. **Đáp án** B.

Gọi q là công bội của cấp số nhân (a_n).

Ta có $20a_1 - 10a_2 + a_3 = 2\left(q^2 - 10q + 20\right) = 2(q-5)^2 - 10 \geq -10, \forall q.$

Dấu bằng xảy ra khi $q = 5$.

Suy ra $a_7 = a_1.q^6 = 2.5^6 = 31250.$

Vậy phương án đúng là B.

Câu 10. **Đáp án** B.

Cách 1: Kiểm tra các dãy số trong mỗi phương án có thỏa mãn yêu cầu của bài toán không.

+ Phương án A: Các góc $5^0, 15^0, 45^0, 225^0$ không lập thành cấp số nhân vì $15^0 = 3.5^0$; $45^0 = 3.15^0$; $225^0 \neq 3.45^0$.

+ Phương án B: Các góc $9^0, 27^0, 81^0, 243^0$ lập thành cấp số nhân và $9^0 + 27^0 + 81^0 + 243^0 = 360^0$. Hơn nữa, $9^0 = \dfrac{1}{9}81^0$ nên B là phương án đúng.

+ Phương án C và D: Kiểm tra như phương án A.

Cách 2: Gọi các góc của tứ giác là a, aq, aq^2, aq^3, trong đó $q > 1$.

Theo giả thiết, ta có $a = \dfrac{1}{9}aq^2$ nên $q = 3$.

Suy ra các góc của tứ giác là $a, 3a, 9a, 27a$.

Vì tổng các góc trong tứ giác bằng 360^0 nên ta có:

$a + 3a + 9a + 27a = 360^0 \Leftrightarrow a = 9^0.$

Do đó, phương án đúng là B (vì trong ba phương án còn lại không có phương án nào có góc 9^0).

Câu 11. **Đáp án** A.

Ta có $u_4 + u_6 = -540 \Leftrightarrow (u_3 + u_5)q = -540.$

Kết hợp với phương trình thứ hai trong hệ, ta tìm được $q=-3$.

Lại có $u_3+u_5=180 \Leftrightarrow u_1\left(q^2+q^4\right)=180$.

Vì $q=-3$ nên $u_1=2$.

Vậy phương án đúng là A.

Câu 12. **Đáp án** A.

Ta có $a_6=224 \Leftrightarrow a_1q^5=224 \Rightarrow q=2$ (do $a_1=7$).

Do $S_k=\dfrac{a_1\left(1-q^k\right)}{1-q}=7\left(2^k-1\right)$ nên $S_k=3577 \Leftrightarrow 7\left(2^k-1\right)=3577 \Leftrightarrow 2^k=2^9 \Leftrightarrow k=9$.

Suy ra $T=10a_9=10a_1q^8=17920$.

Vậy phương án đúng là A.

Dạng 3: Bài tập về tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

Câu 13. **Đáp án** A.

Ta có $u_3=S_3-S_2=9 \Rightarrow u_1q^2=9 \Rightarrow u_1=\dfrac{9}{q^2}$

Vì $S_2=4$ nên $u_1+u_1q=4$. Do đó $\dfrac{9}{q^2}+\dfrac{9}{q}=4$

$\Leftrightarrow 4q^2-9q-9=0 \Leftrightarrow q=3$ hoặc $q=-\dfrac{3}{4}$.

+ Với $q=3$ thì $u_1=1,\ u_6=u_1q^5=243$.

Suy ra $S_5=\dfrac{u_1-u_6}{1-q}=\dfrac{1-243}{1-3}=121$.

+ Với $q=-\dfrac{3}{4}$ thì $u_1=16,\ u_6=-\dfrac{243}{64}$.

Suy ra $S_5=\dfrac{u_1-u_6}{1-q}=\dfrac{181}{16}$.

Vậy phương án đúng là A.

Câu 14. **Đáp án** B.

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Khi đó

$4u_3+2u_2-15u_1=2\left(4q+1\right)^2-122\geq -122, \forall q$.

Dấu bằng xảy ra khi $4q+1=0 \Leftrightarrow q=-\dfrac{1}{4}$.

Suy ra: $S_{10}=u_1.\dfrac{1-q^{10}}{1-q}=8.\dfrac{1-\left(-\dfrac{1}{4}\right)^{10}}{1-\left(-\dfrac{1}{4}\right)}=\dfrac{2\left(4^{10}-1\right)}{5.4^8}$

Vậy phương án đúng là B.

Câu 15. **Đáp án** C.

Gọi q là công bội của cấp số nhân, $q>0$.

Ta có $u_4+\frac{1024}{u_7}=2q^3+\frac{512}{q^6}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:

$2q^3+\frac{512}{q^6}=q^3+q^3+\frac{512}{q^6}\ge 3\sqrt[3]{q^3.q^3.\frac{512}{q^6}}=24.$

Suy ra $u_4+\frac{1024}{u_7}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 24 khi $q^3=\frac{512}{q^6}\Leftrightarrow q=2.$

Ta có $S_{10}=\frac{u_1\left(1-q^{10}\right)}{1-q}=2^{11}-2;\ S_{10}=\frac{u_1\left(1-q^{20}\right)}{1-q}=2^{21}-2.$

Do đó $S=S_{20}-S_{10}=2095104.$ Vậy phương án đúng là C.

Câu 16. **Đáp án** A.

Ta có $u_4+u_6=-540\Leftrightarrow\left(u_3+u_5\right)q=-540.$

Kết hợp với phương trình thứ hai trong hệ, ta tìm được $q=-3$. Lại có $u_3+u_5=180$ $\Leftrightarrow u_1\left(q^2+q^4\right)=180.$

Vì $q=-3$ nên $u_1=2$. Suy ra $S_{21}=\frac{u_1\left(1-q^{21}\right)}{1-q}=\frac{1}{2}\left(3^{21}+1\right).$

Vậy phương án đúng là A.

Dạng 4: Bài tập liên quan đến cấp số nhân

Câu 17. **Đáp án** B.

Cách 1: Ta có $-\frac{d}{a}=-\frac{-8}{1}=8.$

Điều kiện cần để phương trình đã choc ó ba nghiệm lập thành một cấp số nhân là $x=\sqrt[3]{8}=2$ là nghiệm của phương trình.

Thay $x=2$ vào phương trình đã cho, ta được

$4-2m=0\Leftrightarrow m=2.$

Với $m=2$, ta có phương trình $x^3-7x^2+14x-8=0\Leftrightarrow x=1;x=2;x=4$

Ba nghiệm này lập thành một cấp số nhân nên $m=2$ là giá trị cần tìm. Vậy, B là phương án đúng.

Cách 2: Kiểm tra từng phương án đến khi tìm được phương án đúng.

Câu 18. **Đáp án** A.

Ta có $-\frac{d}{a}=-\frac{-54}{2}=27.$

Điều kiện cần để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân là $x=\sqrt[3]{27}=3$ phải là nghiệm của phương trình đã cho.

$\Leftrightarrow m^2+2m-8=0\Leftrightarrow m=2;m=-4.$

Vì giả thiết cho biết tồn tại đúng hai giá trị của tham số m nên $m=2$ và $m=-4$ là các giá trị thỏa mãn

Suy ra $P=2^3+(-4)^3=-56.$

Vậy phương án đúng là $A.$

Câu 19. **Đáp án** $B.$

Sau lần tăng giá thứ nhất thì giá của mặt hàng A là:

$M_1=100+100.10\%=110.$

Sau lần tăng giá thứ hai thì giá của mặt hàng A là:

$M_2=110+110.10\%=121.$

Suy ra phương án đúng là $B.$

Suy ra phương án đúng là B.

Câu 1. **Đáp án D.**

Số tiền ban đầu là $M_0=10^8$ (đồng).

Đặt $r=0,7\%=0,007$.

Số tiền sau tháng thứ nhất là $M_1=M_0+M_0r=M_0(1+r)$.

Số tiền sau tháng thứ hai là $M_2=M_1+M_1r=M_0(1+r)^2$.

Lập luận tương tự, ta có số tiền sau tháng thứ sáu là $M_6=M_0(1+r)^6$.

Do đó $M_6=10^8(1,007)^6$.

Câu 2. **Đáp án C.**

Đặt $P_0=2000000=2.10^6$ và $r=1,2\%=0,012$.

Gọi P_n là số dân của tỉnh M sau n năm nữa.

Ta có: $P_{n+1}=P_n+P_nr=P_n(1+r)$.

Suy ra (P_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu P_0 và công bội $q=1+r$.

Do đó số dân của tỉnh M sau 10 năm nữa là:

$P_9=M_0(1+r)^9=2.10^6(1,012)^{10}\approx 2227000$.

Câu 3. **Đáp án C.**

Lúc đầu có 10^{22} tế bào và mỗi lần phân chia thì một tế bào tách thành hai tế bào nên ta có cấp số nhân với $u_1=10^{22}$ và công bội $q=2$.

Do cứ 20 phút phân đôi một lần nên sau 3 giờ sẽ có 9 lần phân chia tế bào. Ta có u_{10} là số tế bào nhận được sau 3 giờ. Vậy, số tế bào nhận được sau 3 giờ là $u_{10}=u_1q^9=512.10^{12}$.

Câu 4. **Đáp án A.**

Gọi u_0 là diện tích đế tháp và u_n là diện tích bề mặt trên của tầng thứ n, với $1\le n\le 11$. Theo giả thiết, ta có $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n 0\le n\le 10$.

Dãy số (u_n) lập thành cấp số nhân với số hạng đầu $u_0 = 12288$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Diện tích mặt trên cùng của tháp là $u_{11} = u_0.q^{11} = 12288.\left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 6\,\text{m}^2$.

Dạng 5: Bài tập liên quan đến cả cấp số nhân và cấp số cộng.

Câu 5. **Đáp án D.**

Kiểm tra từng phương án đến khi tìm được phương án sai.

+ *Phương án A*:Ta có $a_2 = 3; a_2 = 3;...$ Bằng phương pháp quy nạp toán học chúng ra chứng minh được rằng $a_n = 3, \forall n \geq 1$. Do đó (a_n) là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án B: Tương tự như phương án A, chúng ta chỉ ra được $b_n = 1, \forall n \geq 1$. Do đó (b_n) là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án C: Tương tự như phương án A, chúng ta chỉ ra được $c_n = 2, \forall n \geq 1$. Do đó (c_n) là dãy số không đổi. Suy ra nó vừa là cấp số cộng (công sai bằng 0) vừa là cấp số nhân (công bội bằng 1).

+ Phương án D: Ta có: $d_1 = -3, d_2 = 3, d_3 = 3$. Ba số hạng này không lập thành cấp số cộng cũng không lập thành cấp số nhân nên dãy số (d_n) không phải là cấp số cộng và cũng không là cấp số nhân .

Câu 6. **Đáp án A.**

+ Ba số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng nên $(x+6y)+(8x+y) = 2(5x+2y) \Leftrightarrow x = 3y$.

+ Ba số $x+\frac{5}{3}, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân nên $\left(x+\frac{5}{3}\right)(2x-3y) = (y-1)^2$.

Thay $x = 3y$ vào ta được $8y^2 + 7y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = -1$ hoặc $y = \frac{1}{8}$.

Với $y = -1$ thì $x = -3$; với $y = \frac{1}{8}$ thì $x = \frac{3}{8}$.

Câu 7. **Đáp án C.**

Theo tính chất của cấp số cộng , ta có $x + z = 2y$.

Kết hợp với giả thiết $x + y + z = 21$, ta suy ra $3y = 21 \Leftrightarrow y = 7$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng thì $x = y - d = 7 - d$ và $z = y + d = 7 + d$.

Sau khi thêm các số $2;3;9$ vào ba số x, y, z ta được ba số là $x+2, y+3, z+9$ hay $9-d, 10, 16+d$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có $(9-d)(16+d) = 10^2 \Leftrightarrow d^2 + 7d - 44 = 0$.

Giải phương trình ta được $d = -11$ hoặc $d = 4$.

Với $d=-11$, cấp số cộng $18,7,-4$. Lúc này $F=389$.
Với $d=4$, cấp số cộng $3,7,11$. Lúc này $F=179$.

hoc360.net