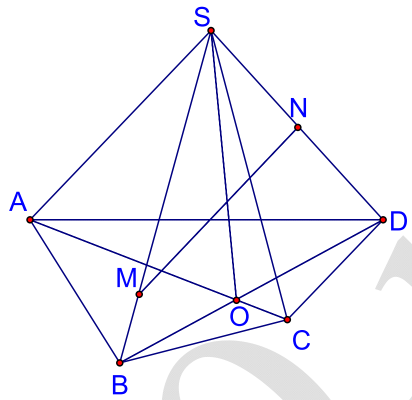
thẳng b và đi qua điểm A ở ngoài b nên 2 mp$(\alpha),(\beta)$ trùng nhau. Suy ra điểm P phải thuộc mp (α) (Vô lý). Như vậy PA,b chéo nhau.

Câu 14. **Đáp án D.**
Giả sử AJ,BI đồng phẳng, suy ra AJ,BI đồng phẳng do đó A,B,C,D cùng thuộc 1 mp (vô lý).
Do đó AJ,BI không đồng phẳng, do đó AJ,BI chéo nhau. Chọn đáp án D.

Câu 15. **Đáp án B.**



Giả sử SO,AD cắt nhau. Khi đó SO,AD đồng phẳng, suy ra S thuộc mp $(ABCD)$ (Vô lý). Đáp án A bị loại.
Giả sử MN cắt SC. Khi đó MN và SC đồng phẳng, suy ra C thuộc (SBD) (vô lý). Do đó đáp án C bị loại.
Giả sử SA cắt BC. Khi đó SA,BC đồng phẳng. Suy ra, S thuộc mp $(ABCD)$ (vô lý). Đáp án D bị loại. MN,SO cùng nằm trong mp(SBD), không song song và trùng nhau.

Câu 16. **Đáp án A.**
Do I là giao điểm của MN và BD nên I thuộc các mp chứa MN và các mp chứa BD. Do đó I thuộc $(BCD),(CMN),(ABD)$.
Giả sử I thuộc (ACD) khi đó B thuộc (ACD) (vô lý).

Câu 17. **Đáp án A.**
Giả sử MN,BC đồng phẳng. Do đó D,A lần lượt thuộc đường thẳng MC,NB nên D,A cũng thuộc mp đó. Như vậy A,B,C,D đồng phẳng(vô lý). Như vậy đáp án B, C, D không thỏa mãn.

Câu 18. **Đáp án A.**
Gọi I là giao điểm của MN và CD. Khi đó I thuộc (OMN) . Vậy đáp án A đúng.
Giả sử (OMN) chứa đường thẳng AB . Khi đó O,B cùng thuộc mp(AMN) . Suy ra O,B cùng thuộc mp(ACD) (vô lý). Đáp án B không thỏa mãn.
Giả sử (MNO) đi qua điểm A . Do D,C lần lượt thuộc các đường thẳng AN,AM nên D,C thuộc mp(AMN) . Như vậy 2 mp $(OCD),(AMN)$ trùng nhau. Suy ra B thuộc mp (ACD) (vô lý). Vậy đáp án C bị loại.
Tương tự ta cũng dễ dàng suy ra đáp án D bị loại.

Câu 19. **Đáp án B.**

Giao tuyến của 2mp phân biệt là 1 đường thẳng, nên ba điểm phân biệt cùng thuộc 2 mp phân biệt sẽ nằm trên giao tuyến của 2mp phân biệt.

Câu 20. **Đáp án B**.

Hiển nhiên hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên nên đáp án A đúng.

Ta thấy giao tuyến của 2mp $(SAB),(ABCD)$ là AB , K là điểm thuộc cả hai mp do đó $K \in AB$. tương tự ta cũng chứng minh được $K \in CD$. Như vậy K thuộc cả hai đường thẳng AB, CD (vô lý do AB, CD song song). Do vậy đáp án B sai.

$O \in AC \Rightarrow O \in (SAC)$.

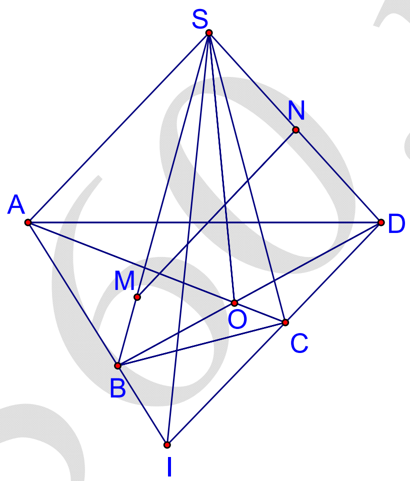
$O \in BD \Rightarrow O \in (SBD)$.

Do đó O thuộc giao tuyến của hai mp $(SAC),(SBD)$.

Tương tự ta cũng dễ thấy $SI = (SAD) \cap (SBC)$.

Như vậy đáp án C,D đúng.

Câu 21. **Đáp án B**.



Gọi $I = AB \cap CD$. Ta có:

$$\begin{cases} I \in AB, AB \subset (SAB) \Rightarrow I \in (SAB) \\ I \in CD, CD \subset (SCD) \Rightarrow I \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$$

Lại có $S \in (SAB) \cap (SCD)$.

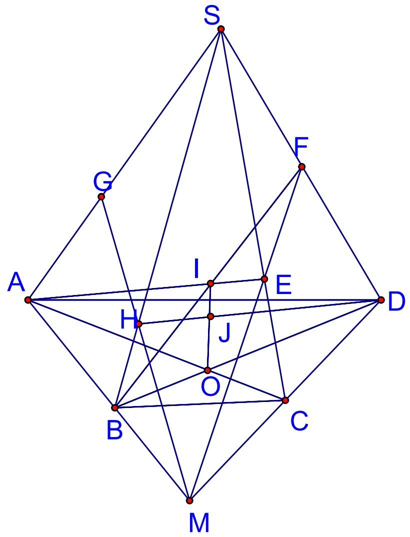
Do đó $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

$\Rightarrow d \equiv SI$.

Vậy d cắt AB, CD, SO .

Giả sử d cắt MN . Khi đó M thuộc mp(SAB) . Suy ra D thuộc (SAB) (vô lý). Vậy d không cắt MN . Đáp án B sai.

Câu 22. **Đáp án D.**



Trong mp$\left(ABCD\right)$, gọi $M = AB \cap CD; O = AC \cap BD$. Khi đó M, O cố định.

Như vậy: E, F, M cùng nằm trên hai mp (P) và (SCD) , do đó ba điểm E, F, M thẳng hàng. Vậy đường thẳng EF luôn đi qua một điểm cố định M .

Tương tự, ta có G, H, M cùng nằm trên hai mp (Q) và (SAB) ,do đó G, H, M thẳng hàng.

Vậy các đường thẳng GH luôn đi qua một điểm cố định M .

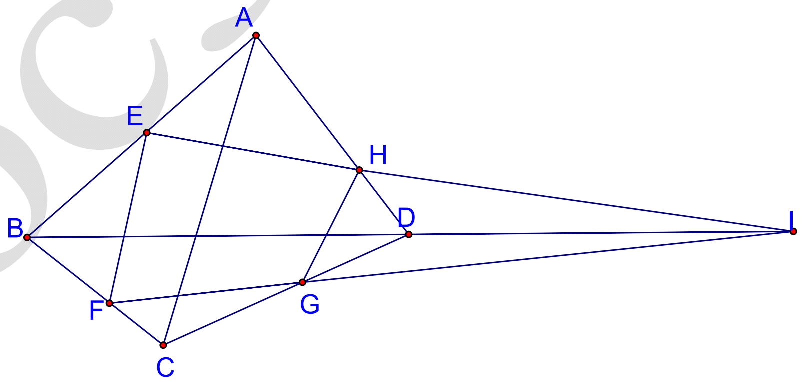
Do $\begin{cases} I \in AE \subset (SAC) \\ I \in BF \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAC) \cap (SBD)$.

Tương tự ta cũng có $J \in (SAC) \cap (SBD); O \in (SAC) \cap (SBD)$

Do đó ba điểm I, J, O thẳng hàng. Vậy IJ luôn đi qua điểm cố định O .

Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 23. **Đáp án A**.



Trong mp (BCD) , gọi $I = FG \cap BD$.

Trong mp(ADB) , gọi $H = IE \cap AD$.

Khi đó $HG = (EFG) \cap (ACD)$.

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác BCD với ba điểm I, G, F thẳng hàng ta có:

$\frac{ID}{IB} \cdot \frac{FB}{FC} \cdot \frac{GC}{GD} = 1 \Rightarrow \frac{ID}{IB} = \frac{1}{4}$

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác ABD với ba điểm I,H,E thẳng hàng ta có:

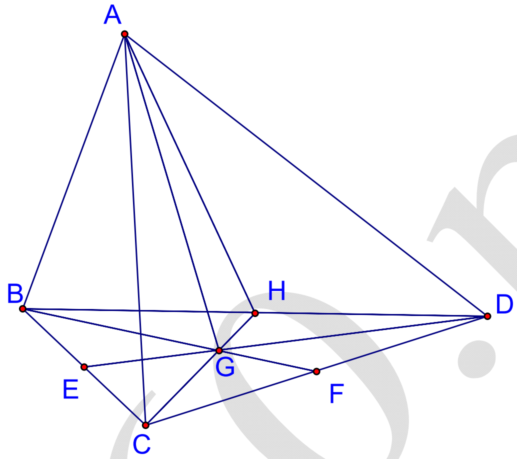
$$\frac{HD}{HA}.\frac{EA}{EB}.\frac{IB}{ID}=1\Rightarrow\frac{HD}{HA}=\frac{1}{4}\Rightarrow HD=\frac{a}{5}$$

Áp dụng định lý cosin vào tam giác HDG ta có:

$$HG^2=HD^2+DG^2-2DH.DG.\cos 60^0$$

$$=\frac{a^2}{25}+\frac{a^2}{9}-\frac{a^2}{15}=\frac{19a^2}{225}\Rightarrow HG=\frac{\sqrt{19}}{15}a$$

Câu 24. **Đáp án C**.



Trong (BCD) , gọi $H=CG\cap BD$.

Dễ thấy H thuộc đoạn BD nên $\overrightarrow{BH},\overrightarrow{HD}$ cùng hướng.

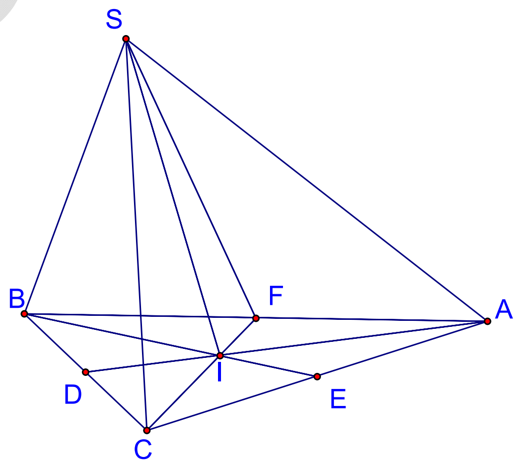
Do đó đáp án A, D bị loại.

Áp dụng định lý Ceva trong tam giác BCD với BF,DE,CH đồng quy ta có:

$$\frac{EB}{EC}.\frac{FC}{FD}.\frac{HD}{HB}=1\Rightarrow 2.2.\frac{HD}{HB}=1\Rightarrow\frac{HD}{HB}=\frac{1}{4}\Rightarrow BH=4DH$$

Do $\overrightarrow{BH},\overrightarrow{HD}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{BH}=4\overrightarrow{HD}$.

Câu 25. **Đáp án A**.



Do I thuộc đoạn AD nên $\overrightarrow{AI},\overrightarrow{ID}$ cùng hướng. Do đó B, D bị loại.

AD là phân giác trong của tam giác ABC nên theo tính chất đường phân giác ta có:

$\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}=\frac{c}{b}\Rightarrow BD=\frac{ac}{b+c}$

Ta có: BI là phân giác trong của tam giác ABD nên theo tính chất đường phân giác ta có:

$\frac{IA}{ID}=\frac{BA}{BD}=\frac{b+c}{a}\Rightarrow IA=\frac{b+c}{a}ID$

Do đó: $\overrightarrow{AI}=\frac{b+c}{a}\overrightarrow{ID}$

Câu 26. **Đáp án B**.

Trong mp $(ABCD)$, gọi $I=MN\cap AO$. Dễ thấy $H=PO\cap SC$.

Do MN là đường trung bình của tam giác ABD nên I là trung điểm AO. Suy ra $\frac{AI}{AC}=\frac{1}{4}$ và PI là đường trung bình của tam giác OSA. Do đó $IH//SA$.

Áp dụng định lý Thales ta có: $\frac{SH}{SD}=\frac{AI}{AC}=\frac{1}{4}$.

Câu 27. **Đáp án D**.

Trong mp $(ABCD)$, gọi $I=BD\cap MN, O=AC\cap BD$.

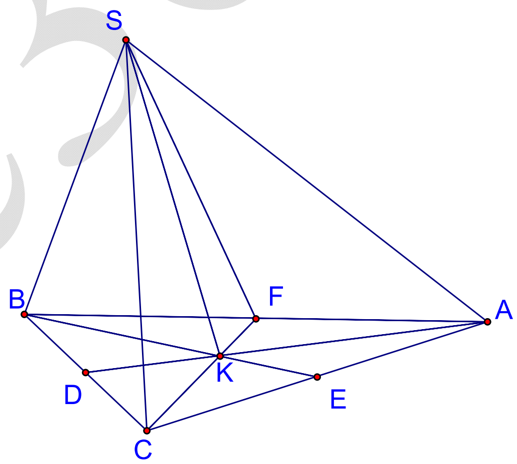
Dễ thấy $R=IP\cap SB$.

Do MN là đường trung bình của tam giác ABD nên I là trung điểm DO. Suy ra $\frac{DI}{IB}=\frac{1}{3}$.

Áp dụng định lý Menelaus vào taam giác SBD ta có :

$\frac{BR}{RS}.\frac{PS}{PD}.\frac{BI}{ID}=1\Rightarrow\frac{BR}{RS}.2.\frac{1}{3}=1\Rightarrow\frac{SR}{SB}=\frac{2}{3}$

Câu 28. **Đáp án A**.



Nếu K trùng với trọng tâm G thì $\frac{AK}{KD}+\frac{BK}{KE}+\frac{CK}{KF}=6$. Do đó C, D bị loại.

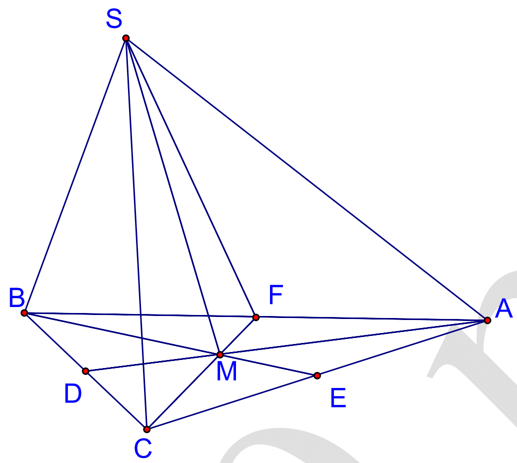
Ta có $\frac{DK}{DA}+\frac{EK}{EB}+\frac{FK}{FC}=\frac{S_{KBC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{KAC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{KAB}}{S_{ABC}}=1$

Áp dụng định lý bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\left(\frac{DK}{DA}+\frac{EK}{EB}+\frac{FK}{FC}\right)\left(\frac{DA}{DK}+\frac{EB}{EK}+\frac{FC}{FK}\right)\geq 9$$

$$\Rightarrow \frac{DA}{DK}+\frac{EB}{EK}+\frac{FC}{FK}\geq 9\Rightarrow \frac{AK}{KD}+\frac{BK}{KE}+\frac{CK}{KF}\geq 6$$

Câu 29. **Đáp án A.**



Ta có : $\frac{BM}{ME}=\frac{S_{ABM}}{S_{AME}}=\frac{S_{CBM}}{S_{CME}}=\frac{S_{ABM}+S_{CBM}}{S_{AME}+S_{CME}}=\frac{S_{ABM}+S_{CBM}}{S_{AME}}=\frac{BD}{CD}+\frac{BF}{FA}$

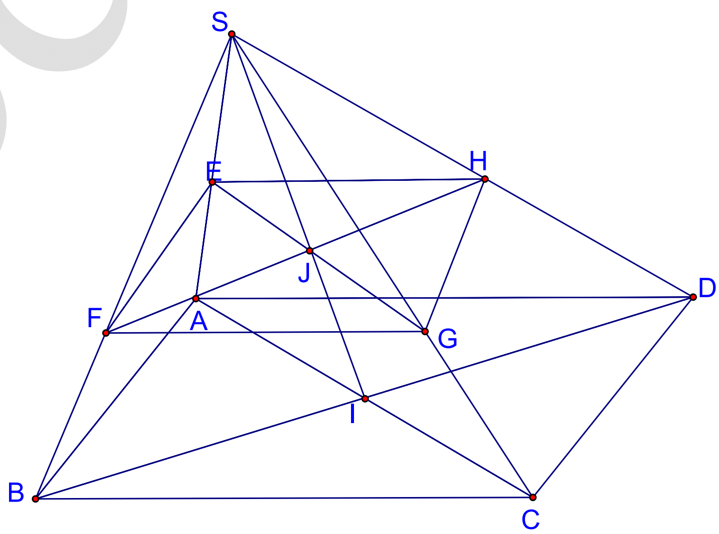
$\Rightarrow \frac{BF}{AF}=\frac{BM}{ME}-1=\frac{BM-ME}{ME}(1)$.

Tương tự ta cũng chứng minh được: $\frac{CM}{MF}=\frac{CE}{AE}+\frac{CD}{BD}\Rightarrow \frac{CE}{AE}=\frac{CM}{MF}-1=\frac{CM-MF}{MF}(2)$

Và $1=\frac{AM}{MD}=\frac{AE}{CE}+\frac{AF}{BF}(3)$

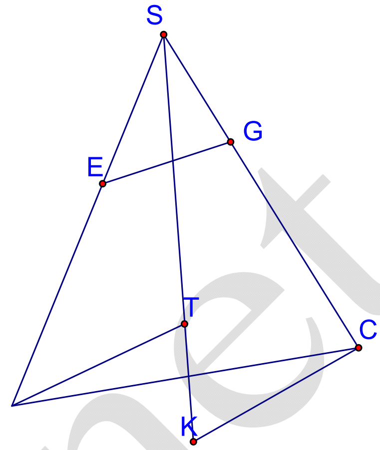
Từ (1,2,3) suy ra $\frac{MF}{CM-MF}+\frac{ME}{BM-ME}=1$

Câu 30. **Đáp án A.**



Xét trường hợp đặc biệt E,F,G,H lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Khi đó ta dễ dàng loại được đáp án D.

Dựng $AT//EG\left(T \in SI\right), CK//EG\left(KESI\right)$



Theo định lý Thales, ta có:

$\frac{SA}{SE}=\frac{ST}{SJ}, \frac{SC}{SG}=\frac{SK}{SJ}; \frac{IT}{IK}=\frac{IA}{IC}=1$

Suy ra: $\frac{SA}{SE}+\frac{SC}{SG}=\frac{ST+SK}{SJ}=\frac{SI-IT+SI+IK}{SJ}=2\frac{SI}{SJ}$

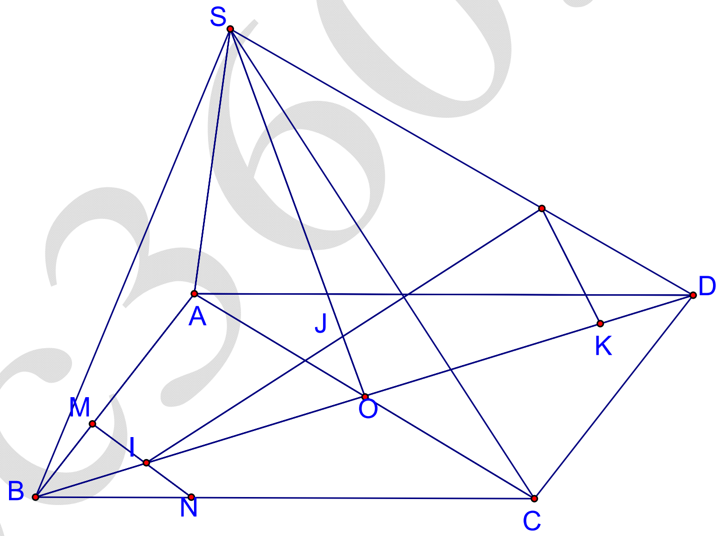
Như vậy, ý B bị loại.

Tương tự, ta chứng minh được $\frac{SB}{SF}+\frac{SD}{SH}=2\frac{SI}{SJ}$.

Từ đây ta thấy ngay ý C bị loại và A là đáp án A là đáp án lựa chọn.

Chú ý: Cho tam giác ABC. Gọi O là trung điểm AC, M, N là hai điểm nằm trên cạnh AB, AC. MN cắt BO tại I. Khi đó: $\frac{BA}{BM}+\frac{BC}{BN}=\frac{2BO}{BI}$.

Câu 31. **Đáp án A**.

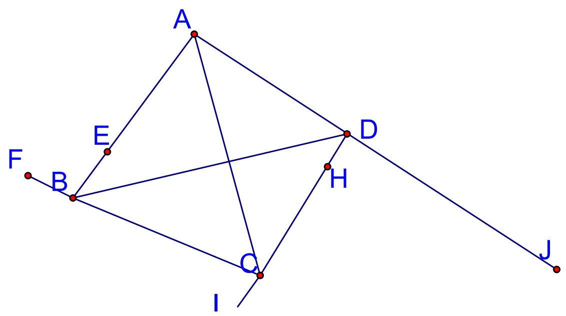


Theo chú ý câu 30 ta có: $\frac{BA}{BM}+\frac{BC}{BN}=\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=4 \Rightarrow \frac{2BO}{BI}=4 \Rightarrow \frac{BO}{BI}=2 \Rightarrow \frac{OI}{BO}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{OI}{OD}=\frac{1}{2}$

.

Áp dụng định lý Menelaus trong tam giác SOD ta có: $\frac{IO}{ID}.\frac{PD}{PS}.\frac{JS}{JO}=1 \Rightarrow \frac{JS}{JO}=10 \Rightarrow \frac{SJ}{SO}=\frac{10}{11}$

Câu 32. **Đáp án A.**



Dựa vào nhận xét ví dụ 2, ta có:

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BF}}{\overline{CF}}.\frac{\overline{CH}}{\overline{DH}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\frac{1}{5}.(-5).\frac{1}{2}=1$ nên E,F,H,J đồng phẳng.

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BF}}{\overline{CF}}.\frac{\overline{CI}}{\overline{DI}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\frac{1}{5}.\left(\frac{1}{5}\right).\frac{1}{2}=\frac{1}{25}$ nên E,F,I,J không đồng phẳng.

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BG}}{\overline{CG}}.\frac{\overline{CH}}{\overline{DH}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\left(-\frac{1}{5}\right).(-5).\frac{1}{2}=-1$ nên E,G,H,J không đồng phẳng.

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BG}}{\overline{CG}}.\frac{\overline{CI}}{\overline{DI}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\left(-\frac{1}{5}\right).\left(\frac{1}{5}\right).\frac{1}{2}=\frac{1}{25}$ nên E,G,I,J không đồng phẳng.

Câu 33. **Đáp án D**.

Dựa vào nhận xét ví dụ 2, ta có:

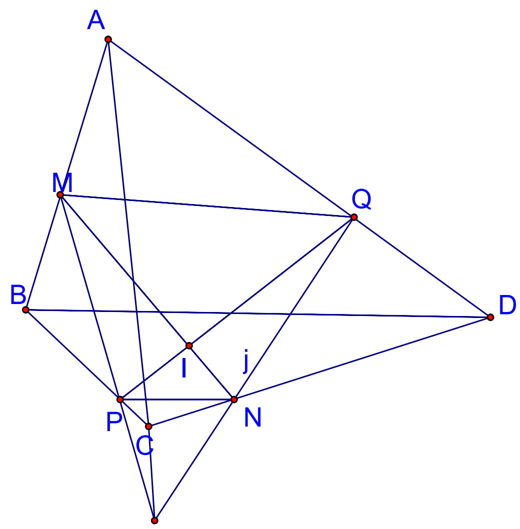
$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BF}}{\overline{CF}}.\frac{\overline{CH}}{\overline{DH}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=-2.\frac{1}{5}.(-5).\frac{1}{2}=1$ nên E,F,H,J đồng phẳng.

$\frac{\overline{AE}}{\overline{BE}}.\frac{\overline{BG}}{\overline{CG}}.\frac{\overline{CI}}{\overline{DI}}.\frac{\overline{DK}}{\overline{AK}}=-2.\left(-\frac{1}{2}\right).(5).\frac{1}{5}=1$ nên $E,\mathrm{G},I,\mathrm{K}$ đồng phẳng.

$\frac{\overline{AU}}{\overline{BU}}.\frac{\overline{BG}}{\overline{CG}}.\frac{\overline{CH}}{\overline{DH}}.\frac{\overline{DJ}}{\overline{AJ}}=\frac{4}{5}.\left(-\frac{1}{2}\right).(-5).\frac{1}{2}=1$ nên $\mathrm{U},\mathrm{G},H,J$ đồng phẳng.

$\frac{\overline{AU}}{\overline{BU}}.\frac{\overline{BF}}{\overline{CF}}.\frac{\overline{CI}}{\overline{DI}}.\frac{\overline{DK}}{\overline{AK}}=\frac{4}{5}.\left(\frac{1}{5}\right).(5).\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$ nên $\mathrm{U},\mathrm{F},\mathrm{I},\mathrm{K}$ không đồng phẳng. Do đó 4 điểm này lập nên 1 tứ diện.

Câu 34. **Đáp án B, A.**



a)Do tứ diện ABCD có 4 mặt nên thiết diện không thể là ngũ giác hay lục giác. Nó chỉ có thể là tam giác hoặc tứ giác.

Trong mp (ABC), gọi $K = MP \cap AC$ (P không phải là trung điểm đoạn BC nên MP cắt AC)

Trong mp(ACD), gọi $Q = KN \cap AD$

Do $Q \in KN \subset (MNP)$ nên $Q = (MNP) \cap AD$

Ta có: $\begin{cases} (MNP) \cap (ABD) = MQ \\ (MNP) \cap (ABC) = MP \\ (MNP) \cap (BCD) = PN \\ (MNP) \cap (ACD) = NQ \end{cases}$

Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác $MPNQ$.

Ta chọn đáp án B.

b)Áp dụng ví dụ 11, do M, N, P, Q đồng phẳng nên $\frac{AM}{BM}.\frac{BP}{CP}.\frac{CN}{DN}.\frac{DQ}{AQ} = 1 \Rightarrow \frac{BP}{CP}.\frac{DQ}{AQ} = 1$

(Do M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD) . Từ đây suy ra $\frac{BP}{CP} = \frac{AQ}{DQ}$.

Giả sử $\frac{BP}{PC} = k$. Khi đó ta suy ra $\overrightarrow{BP} = k\overrightarrow{PC}, \overrightarrow{AQ} = k\overrightarrow{QD}$

Suy ra $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AQ} = -k\left(\overrightarrow{CP} + \overrightarrow{QD}\right)(1)$

Do J là trung điểm của PQ.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PJ} \\ \overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{QJ} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MJ} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{BP}(2)$

Chứng minh tương tự ta cũng có: $2\overrightarrow{NJ} = \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{DQ}(3)$

Từ (1,2,3) suy ra $\overrightarrow{MJ} = -k\overrightarrow{NJ}$. Điều này dẫn đến M, N, J thẳng hàng. Như vậy I trùng J.

Điều này suy ra $S_{MNPQ} = 2S_{MPN}$.

Chọn đáp án A.

Câu 35. **Đáp án C**.