

**Câu 14.** Cho  $\log_a b = \sqrt{3}$ . Giá trị của biểu thức  $A = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$  được tính theo  $a$  là:

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .      C.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .      D.  $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

#### Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } \log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{b}}{a} = a^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}} = a^{\alpha} \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} = a^{\frac{\sqrt{3}\alpha}{3}} \Rightarrow A = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Câu 15.** Cho  $\log_{27} 5 = a$ ,  $\log_8 7 = b$ ,  $\log_2 3 = c$ . Giá trị của  $\log_6 35$  được tính theo  $a, b, c$  là:

- A.  $\frac{3(ac+b)}{1+c}$ .      B.  $\frac{ac}{1+b}$ .      C.  $\frac{ac}{1-c}$ .      D.  $\frac{3ac+3b}{3+a}$ .

#### Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } \log_{27} 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = 3a, \log_8 7 = b \Rightarrow \log_3 7 = \frac{3b}{c} \Rightarrow \log_2 5 = 3ac$$

$$\Rightarrow \log_6 35 = \frac{3(ac+b)}{1+c}$$

**Câu 16.** Cho  $x = 2000!$ . Giá trị của biểu thức  $A = \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2000} x}$  là:

- A. 1.      B. -1.      C.  $\frac{1}{5}$ .      D. 2000.

#### Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } A = \log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2000 = \log_x (1.2.3\dots 2000) = \log_x x = 1$$

**Câu 17.** Biết  $a = \log_7 12, b = \log_{12} 24$ ; khi đó giá trị của  $\log_{54} 168$  được tính theo  $a$  là:

- A.  $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$ .      B.  $\frac{ab+1-a}{a(8-5b)}$ .      C.  $\frac{a(8-5b)}{1+ab}$ .      D.  $\frac{a(8-5b)}{1+ab-a}$ .

#### Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt  $\log_7 12; \log_{12} 24$  cho A, B

Lấy  $\log_{54} 168$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

**Câu 18.** Biết  $\log_a b = 2, \log_a c = -3$ ; khi đó giá trị của biểu thức  $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4}$  bằng:

- A. 20.      B.  $-\frac{2}{3}$ .      C. -1.      D.  $\frac{3}{2}$ .

#### Hướng dẫn giải

Ta có  $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4} = \log_a a^2 + \log_a b^3 - \log_a c^4 = 2 + 3.2 - 4.(-3) = 20$ . Ta chọn đáp án A

**Câu 19.** Biết  $\log_a b = 3, \log_a c = -4$ ; khi đó giá trị của biểu thức  $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2})$  bằng:

- A. -5.      B.  $-\frac{16\sqrt{3}}{3}$ .      C. -16.      D. -48.

### Hướng dẫn giải

Ta có  $\log_a (a^2 \sqrt[3]{bc^2}) = 2 \log_a a + \frac{1}{3} \log_a b + 2 \log_a c = 2 + \frac{1}{3}.3 + 2.(-4) = -5$ . Ta chọn đáp án A

**Câu 20.** Rút gọn biểu thức  $A = \log_a a^3 \sqrt{a} \sqrt[5]{a}$ , ta được kết quả là:

- A.  $\frac{37}{10}$ .      B.  $\frac{35}{10}$ .      C.  $\frac{3}{10}$ .      D.  $\frac{1}{10}$ .

### Hướng dẫn giải

Thay  $a = e$ , rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả  $A = \frac{37}{10}$ . Ta chọn đáp án A

**Câu 21.** Rút gọn biểu thức  $B = \log_{\frac{1}{a}} \frac{a^5 \sqrt{a^3} \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a} \sqrt[4]{a}}$ , ta được kết quả là :

- A.  $-\frac{91}{60}$ .      B.  $\frac{60}{91}$ .      C.  $\frac{16}{5}$ .      D.  $-\frac{5}{16}$ .

### Hướng dẫn giải

Thay  $a = e$ , rồi sử dụng máy tính sẽ được kết quả  $B = -\frac{91}{60}$ . Ta chọn đáp án A

**Câu 22.** Biết  $a = \log_2 5, b = \log_3 5$ ; khi đó giá trị của  $\log_6 5$  được tính theo  $a, b$  là :

- A.  $\frac{ab}{a+b}$ .      B.  $\frac{1}{a+b}$ .      C.  $a+b$ .      D.  $a^2 + b^2$ .

### Hướng dẫn giải

Ta có  $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 (2.3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{\log_2 5 \cdot \log_3 5}{\log_2 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}$

**Câu 23.** Cho  $a = \log_2 3; b = \log_3 5; c = \log_7 2$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $\log_{140} 63$  được tính theo  $a, b, c$  là:

- A.  $\frac{2ac+1}{abc+2c+1}$ .      B.  $\frac{abc+2c+1}{2ac+1}$ .      C.  $\frac{2ac-1}{abc+2c+1}$ .      D.  $\frac{ac+1}{abc+2c+1}$ .

### Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt  $\log_2 3; \log_3 5; \log_7 2$  cho A, B, C

Lấy  $\log_{140} 63$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

**Câu 24.** Cho  $a = \log_5 2; b = \log_5 3$ . Khi đó giá trị của  $\log_5 72$  được tính theo  $a, b$  là :

- A.  $3a + 2b$ .      B.  $a^3 + b^2$ .      C.  $3a - 2b$ .      D.  $6ab$ .

### Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt  $\log_5 2; \log_5 3$  cho A, B

Lấy  $\log_5 72$  trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A

**Câu 25.** Biết  $a = \log_{12} 18, b = \log_{24} 54$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $ab + 5(a-b) = 1$ .      B.  $5ab + a + b = 1$ .      C.  $ab + 5(a-b) = -1$ .      D.  $5ab + a - b = 0$ .

### Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, gán lần lượt  $\log_{12} 18; \log_{24} 54$  cho A và B.

Với đáp án A nhập vào máy :  $AB + 5(A-B) - 1$ , ta được kết quả bằng 0. Vậy A là đáp án đúng.

**Câu 26.** Biết  $\log_3(\log_4(\log_2 y)) = 0$ , khi đó giá trị của biểu thức  $A = 2y + 1$  là:

- A. 33.      B. 17.      C. 65.      D. 133.

### Hướng dẫn giải

Vì  $\log_3(\log_4(\log_2 y)) = 0$  nên  $\log_4(\log_2 y) = 1 \Rightarrow \log_2 y = 4 \Rightarrow y = 2^4 \Rightarrow 2y + 1 = 33$ .

Đáp án A

**Câu 27.** Cho  $\log_5 x > 0$ , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log_5 x > \log_6 x$ .      B.  $\log_x 5 > \log_x 6$ .      C.  $\log_5 x = \log_x 5$ .      D.  $\log_x 5 \leq \log_x 4$ .

### Hướng dẫn giải

Vì  $\log_5 x > 0 \Rightarrow x > 1$ . Khi đó  $\log_5 x > \log_6 x$ . Chọn đáp án A.

**Câu 28.** Cho  $0 < x < 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\sqrt[3]{\log_x 5} + \sqrt[3]{\log_{\frac{1}{2}} 5} < 0$       B.  $\sqrt[3]{\log_x 5} > \sqrt{\log_x \frac{1}{2}}$

- C.  $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} < \log_5 \frac{1}{2}$ .      D.  $\sqrt{\log_x \frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\log_x 5} > 0$

### Hướng dẫn giải

Sử dụng máy tính Casio, Chọn  $x = 0,5$  và thay vào từng đáp án, ta được đáp án A

**Câu 29.** Trong bốn số  $3^{\log_3 4}, 3^{2\log_3 2}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}, \left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0,5} 2}$  số nào nhỏ hơn 1?

- A.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5}$ .      B.  $3^{2\log_3 2}$ .      C.  $3^{\log_3 4}$ .      D.  $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2}$ .

### Hướng dẫn giải

+**Tụ luận:** Ta có:

$$3^{\log_3 4} = 4; 3^{2\log_3 2} = 3^{\log_3 4} = 4; \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 5} = 2^{-2\log_2 5} = 2^{\log_2 5^{-2}} = 5^{-2} = \frac{1}{25};$$

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_{0.5} 2} = (2^{-4})^{-\log_2 2} = 2^{\log_2 2^4} = 2^4 = 16$$

Chọn : Đáp án A

+**Trắc nghiệm:** nhập vào máy tính từng biểu thức tính kết quả, chọn kết quả nhỏ hơn 1.

**Câu 30.**

Gọi  $M = 3^{\log_{0.5} 4}$ ;  $N = 3^{\log_{0.5} 13}$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $N < M < 1$ .      B.  $M < 1 < N$ .      C.  $M < N < 1$ .      D.  $N < 1 < M$ .

### Hướng dẫn giải

+**Tụ luận:**

$$\text{Ta có } \log_{0.5} 13 < \log_{0.5} 4 < 0 \Rightarrow 3^{\log_{0.5} 13} < 3^{\log_{0.5} 4} < 1 \Rightarrow N < M < 1$$

Chọn : Đáp án A

+ **Trắc nghiệm:** Nhập các biểu thức vào máy tính, tính kết quả rồi so sánh, ta thấy đáp án A đúng.

**Câu 31.**

Biểu thức  $\log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right) + \log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)$  có giá trị bằng:

- A.  $-1$ .      B.  $-2$ .      C.  $1$ .      D.  $\log_2 \sqrt{3} - 1$ .

### Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12}\right) + \log_2\left(\cos\frac{\pi}{12}\right) = \log_2\left(2\sin\frac{\pi}{12} \cdot \cos\frac{\pi}{12}\right) = \log_2\left(\sin\frac{\pi}{6}\right) = \log_2\frac{1}{2} = -1$$

Chọn: Đáp án A

## VẬN DỤNG CAO

**Câu 32.**

Với giá trị nào của  $m$  thì biểu thức  $f(x) = \log_{\sqrt{5}}(x-m)$  xác định với mọi  $x \in (-3; +\infty)$ ?

- A.  $m \leq -3$ .      B.  $m < -3$ .      C.  $m > -3$ .      D.  $m \geq -3$ .

### Hướng dẫn giải

Biểu thức  $f(x)$  xác định  $x-m > 0 \Leftrightarrow x > m$ .

Để  $f(x)$  xác định với mọi  $x \in (-3; +\infty)$  thì  $m \leq -3$  Ta chọn đáp án A

**Câu 33.** Với giá trị nào của  $m$  thì biểu thức  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3-x)(x+2m)$  xác định với mọi  $x \in [-4; 2]$ ?

- A.  $m > 2$ .      B.  $m \geq \frac{3}{2}$ .      C.  $m \geq 2$ .      D.  $m \geq -1$ .

#### Hướng dẫn giải

Thay  $m=2$  vào điều kiện  $(3-x)(x+2m) > 0$  ta được  $(3-x)(x+4) > 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 3)$  mà  $[-4; 2] \subsetneq (-4; 3)$  nên các đáp án B, C, D loại. Ta chọn đáp án đúng là A.

**Câu 34.** Với giá trị nào của  $m$  thì biểu thức  $f(x) = \log_3 \sqrt{(m-x)(x-3m)}$  xác định với mọi  $x \in (-5; 4]$ ?

- A.  $m \in \emptyset$ .      B.  $m > \frac{4}{3}$ .      C.  $m < -\frac{5}{3}$ .      D.  $m \neq 0$ .

#### Hướng dẫn giải

- Thay  $m=2$  vào điều kiện  $(m-x)(x-3m) > 0$  ta được  $(2-x)(x-6) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; 6)$  mà  $(-5; 4] \subsetneq (2; 6)$  nên các đáp án B, D loại.

- Thay  $m=-2$  vào điều kiện  $(m-x)(x-3m) > 0$  ta được  $(-2-x)(x+6) > 0 \Leftrightarrow x \in (-6; -2)$  mà  $(-5; 4] \subsetneq (-6; -2)$  nên các đáp án C loại. Do đó Ta chọn đáp án đúng là A.

**Câu 35.** Với mọi số tự nhiên  $n$ , Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A.  $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$ .

B.  $n = \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$ .

C.  $n = 2 + \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$ .

D.  $n = 2 - \log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ căn bậc } 2}$ .

#### Hướng dẫn giải

+**Tự luận:**

Đặt  $-\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}} = m$ . Ta có:  $\log_2 \sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}} = 2^{-m} \Leftrightarrow \sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}} = 2^{2^{-m}}$ .

Ta thấy :  $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \sqrt{\sqrt{2}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^2}, \dots, \sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}} = 2^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 2^{2^{-n}}$ . Do đó ta được:  $2^{-m} = 2^{-n} \Leftrightarrow m = n$ . Vậy  $n = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2}}}}_{n \text{ dấu căn}}$ . Đáp án A.

+**Trắc nghiệm:** Sử dụng máy tính Casio, lấy  $n$  bất kì, chẵn hạn  $n = 3$ .

Nhập biểu thức  $-\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{2}}$  ( có 3 dấu căn ) vào máy tính ta thu được kết quả bằng  $-3$ . Vậy chọn A.

**Câu 36.** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$ . Giá trị của biểu thức

$A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$  là:

- A. 469.      B. 729.      C. 519.      D. 129.

### Hướng dẫn giải

Ta có

$$\left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7} + \left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11} + \left(c^{\log_{11} 25}\right)^{\log_{11} 25} = 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + (\sqrt{11})^{\log_{11} 25} = 7^3 + 11^2 + 25^{\frac{1}{2}} = 469$$

Suy ra : Đáp án A

**Câu 37.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 7ab$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .      B.  $3 \log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ .
- C.  $\log(a+b) = \frac{3}{2}(\log a + \log b)$ .      D.  $2(\log a + \log b) = \log(7ab)$ .

### Hướng dẫn giải

Ta có:  $a^2 + b^2 = 7ab \Rightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab$ . Lấy Loga hai vế, ta được:

$$2 \log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \log a + \log b \Leftrightarrow \log\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{\log a + \log b}{2}$$

Chọn : Đáp án A

**Câu 38.** Kết quả rút gọn của biểu thức  $C = \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b}$  là:

- A.  $(\sqrt{\log_a b})^3$ .      B.  $\sqrt[3]{\log_a b}$ .      C.  $\sqrt[3]{\log_a b}$ .      D.  $\log_a b$ .

### Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{\log_a b + \log_b a + 2} (\log_a b - \log_{ab} b) \sqrt{\log_a b} \\ &= \sqrt{\frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a^2 b}} \left( \log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \frac{(\log_a b + 1)}{\log_a b} \left( \frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \right) \sqrt{\log_a b} = \left( \sqrt{\log_a b} \right)^3 \end{aligned}$$

**Câu 39.** Cho  $a, b, c > 0$  đôi một khác nhau và khác 1, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = 1$ .      B.  $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > 1$ .
- C.  $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > -1$ .      D.  $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b}; \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c}; \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} < 1$ .

### Hướng dẫn giải

$$* \log_a \frac{b}{c} = \log_a \left( \frac{c}{b} \right)^{-1} = -\log_a \frac{c}{b} \Rightarrow \log_a^2 \frac{b}{c} = \left( -\log_a \frac{c}{b} \right)^2 = \log_a^2 \frac{c}{b}$$

$$* \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1 \Leftrightarrow \log_a b \cdot \log_b a = \log_a a = 1$$

\* Từ 2 kết quả trên ta có :

$$\log_a^2 \frac{c}{b} \log_b^2 \frac{a}{c} \log_c^2 \frac{b}{a} = \left( \log_a \frac{b}{c} \cdot \log_b \frac{c}{a} \cdot \log_c \frac{a}{b} \right)^2 = 1$$

Chọn : Đáp án A.

**Câu 40.**

Gọi  $(x; y)$  là nghiệm nguyên của phương trình  $2x + y = 3$  sao cho  $P = x + y$  là số dương nhỏ nhất, Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.  $\log_2 x + \log_3 y$  không xác định.
- B.  $\log_2(x + y) = 1$ .
- C.  $\log_2(x + y) > 1$ .
- D.  $\log_2(x + y) > 0$ .

**Hướng dẫn giải**

Vì  $x + y > 0$  nên trong hai số  $x$  và  $y$  phải có ít nhất một số dương mà  $x + y = 3 - x > 0$  nên suy ra  $x < 3$  mà  $x$  nguyên nên  $x = 2; 1; 0; -1; \dots$

- + Nếu  $x = 2$  suy ra  $y = -1$  nên  $x + y = 1$
- + Nếu  $x = 1$  thì  $y = 1$  nên  $x + y = 2$
- + Nếu  $x = 0$  thì  $y = 3$  nên  $x + y = 3$
- + Nhận xét rằng :  $x < 2$  thì  $x + y > 1$ . Vậy  $x + y$  nhỏ nhất bằng 1.

Suy ra: Chọn đáp án A

**Câu 41.**

Có tất cả bao nhiêu số dương  $a$  thỏa mãn điều kiện

$$\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$$

- A. 3.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 0.

**Hướng dẫn giải**

$$(*) \Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 a \cdot \log_5 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2) = \log_2 a \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 a$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot (1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ 1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 5 \cdot \log_5^2 a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \log_5 a = \pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 5^{\pm \sqrt{\frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_3 5}}} \end{cases}$$

Chọn: Đáp án A