C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG

Dạng 1: Đạo hàm của hàm đa thức – hữu tỷ - căn thức và hàm hợp

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=2x^3-9x^2+12x-4$ là:

A. $5x^2-11x-4$. **B.** $6x^2-18x+12$. **C.** $6x^2+18x-12$. **D.** $6x^2-9x-12$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=-x^3+3mx^2+3(1-m^2)x+m^3-m^2$ (với *m* là tham số) bằng:

A. $-3x^2+6mx+1-m^2$. **B.** $-x^2+3mx-1-3m$.

C. $3x^2-6mx-3+3m^2$. **D.** $-3x^2+6mx+3-3m^2$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y=(x^2+1)^2(3+5x^2)$ bằng biểu thức có dạng ax^5+bx^3+cx. Khi đó $a-b+c$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y=(x^2+1)(x^3+2)(x^4+3)$ bằng biểu thức có dạng $ax^8+bx^6+cx^5+15x^4+dx^3+ex^2+gx$. Khi đó $a-b+c-d+e-g$ bằng:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ bằng biểu thức có dạng $\dfrac{a}{(x-1)^2}$. Khi đó *a* nhận giá trị nào sau đây?

A. $a=-2$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=-3$. **D.** $a=3$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x-3}{2(x-1)}$ bằng biểu thức có dạng $\dfrac{ax^2+bx}{2(x-1)^2}$. Khi đó $a.b$ bằng:

A. -2. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}$ bằng biểu thức có dạng $\dfrac{ax^2+bx+c}{(x-5x+2)^2}$. Khi đó $a+b+c$ bằng:

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x+3}{x^3-2}$ bằng biểu thức có dạng $\dfrac{ax^4+bx^3+cx^2+dx+e}{(x^3-2)^2}$. Khi đó $a+b+c+d+e$ bằng:

A. -12. **B.** -10. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=(x-2)\sqrt{x^2+1}$ biểu thức có dạng $\dfrac{ax^2+bx+c}{\sqrt{x^2+1}}$. Khi đó $a.b.c$ bằng:

A. -2. **B.** -4. **C.** -6. **D.** -8.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=(x^6-3x^4)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $12x^{11}-52x^9+64x^7$. **B.** $12x^{11}-73x^9+49x^7$.

C. $12x^{11}-62x^9+70x^7$. **D.** $12x^{11}-60x^9+72x^7$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{5x^2-2x+1}$ biểu thức có dạng $\dfrac{ax+b}{\sqrt{5x^2-2x+1}}$. Khi đó $T=\dfrac{a}{b}$ bằng:

A. $T=-5$. **B.** $T=5$. **C.** $T=-10$. **D.** $T=10$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-\dfrac{1}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})^2}$. **B.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}+2\sqrt{x-1}}$.

C. $\dfrac{1}{4\sqrt{x+1}}-\dfrac{1}{4\sqrt{x-1}}$. **D.** $\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}+\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ biểu thức có dạng $\dfrac{ax+b}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. Khi đó $P=a.b$ bằng:

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-2$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}}{x-\sqrt{x}}$ bằng biểu thức nào sau đây?.

A. $\dfrac{4\sqrt{x}-2x^2-3}{2\sqrt{x^3}(x-\sqrt{x})^2}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{x}+2x^2-3}{x\sqrt{x}(x-\sqrt{x})^2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{x}-2x^2-2}{2x\sqrt{x}(x-\sqrt{x})^2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{x}+2x^2+1}{2x\sqrt{x}(x-\sqrt{x})^2}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{3x^2+2x+1}{2\sqrt{3x^2+2x+1}}$. Giá trị $f'(0)$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1-x}{2x+1}$ thì $f'(-\dfrac{1}{2})$ có giá trị là:

A. 0. **B.** 3. **C.** -3 . **D.** Không tồn tại.

Câu 17: Cho $f(x)=\dfrac{x}{(x-1)(x-2)\cdots(x-2017)}$ thì $f'(0)$

A. $\dfrac{1}{2017!}$. **B.** $2017!$. **C.** $-\dfrac{1}{2017!}$. **D.** $-2017!$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2 & khi\, x\ge 1 \\ 2x-1 & khi\, x<1 \end{cases}$. Hãy chọn đáp án sai:

A. $f'(1)=1$. **B.** Hàm số có đạo hàm tại $x_0=1$.

C. Hàm số liên tục tại $x_0=1$. **D.** $f'(x)=\begin{cases} 2x & khi\, x\ge 1 \\ x & khi\, x<1 \end{cases}$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$. Tập các giá trị của x để $f'(x)>0$ là:

A. $(-\infty;0)$. **B.** $\left[-2;\sqrt{2}\right)$. **C.** $(-2;2]$. **D.** $\left(-2;\sqrt{2}\right)$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{x^3+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)\le 0$ là:

A. $\left(-\infty;\sqrt{\frac{1}{2}}\right)$. **B.** $\left[\frac{1}{\sqrt{2}};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right]$. **D.** $\left[\frac{1}{\sqrt[3]{2}};+\infty\right)$.

Câu 21: Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ là biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\left[1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right]$.

B. $\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\left[1+\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\right]$.

C. $\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\left[1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right]$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\left[1-\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right]$.

Câu 22: Cho $f(x)=x^5+x^3-2x-3$. Tính $f'(1)+f'(-1)+4f'(0)$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+x^2$. Tính $f'(1)$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 24: Cho hàm số $y=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\frac{3}{2}\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$. **B.** $x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}}$.

C. $\frac{3}{2}\left(-\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$. **D.** $\frac{3}{2}\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x\sqrt{x}}+\frac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $2\sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}.\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$.

B. $2\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}.\frac{-1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$.

C. $\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).\frac{-1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$.

D. $2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).\frac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$.

Câu 26: Cho hàm số $y=\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^3$. Đạo hàm y' bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{3(2x+1)^2}{(x-1)^4}$. **B.** $\frac{(2x+1)^2}{(x-1)^4}$. **C.** $\frac{-(2x+1)^2}{(x-1)^4}$. **D.** $\frac{-9(2x+1)^2}{(x-1)^4}$.

Câu 27: Cho hàm số $y=(m-1)x^3-3(m+2)x^2-6(m+2)x+1$. Tập giá trị của m để $y'\ge 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\left[4\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+x+1}{x+1} & khi\ x\ge 0\\ x^2+ax+b & khi\ x<0\end{cases}$. Tìm a, b để hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

A. $a=0$, $b=11$. **B.** $a=10$, $b=11$. **C.** $a=20$, $b=21$. **D.** $a=0$, $b=1$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=-\frac{mx^2}{3}+\frac{mx^2}{2}-(3-m)x+2$. Tìm m để $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu.

A. $m\in\left[\frac{3}{2};2\right]$. **B.** $m\in(-\infty;3)$. **C.** $m\in\left(\frac{12}{5};3\right)$. **D.** $m\in\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)=\frac{|1+x|-|1-x|}{|1+x|+|1-x|}$. Đạo hàm $f'(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $\begin{cases}-\frac{1}{x^2} & khi\ x<-1, x>1\\ 1 & khi -1<x<1\end{cases}$.

B. $\begin{cases}\frac{2}{x^2} & khi\ x<-1, x>1\\ 1 & khi -1\le x\le 1\end{cases}$.

C. $\begin{cases}\frac{1}{x^2} & khi\ x<-1, x>1\\ -1 & khi -1\le x\le 1\end{cases}$.

D. $\begin{cases}-\frac{3}{x^2} & khi\ x<-1, x>1\\ 2 & khi -1<x<1\end{cases}$.

Dạng 2: Đạo hàm các hàm số lượng giác

Câu 31: Hàm số $y=\cos x.\sin^2 x$ có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

A. $\sin x\left(3\cos^2 x+1\right)$. **B.** $\sin x\left(3\cos^2 x-1\right)$. **C.** $\sin x\left(\cos^2 x-1\right)$. **D.** $\sin x\left(\cos^2 x+1\right)$.

Câu 32: Hàm số $y=\frac{1}{2}(1+\tan x)^2$ có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

A. $(1+\tan x)^2$.
B. $1+\tan^2 x$.
C. $(1+\tan x)(1+\tan^2 x)$.
D. $1+\tan x$.

Câu 33: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{\cos x}{2\sin^2 x}$ là biểu thức nào sau đây?

A. $-\frac{1+\sin^2 x}{2\sin^3 x}$.
B. $-\frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$.
C. $\frac{1+\sin^2 x}{2\sin^3 x}$.
D. $\frac{1+\cos^2 x}{2\sin^3 x}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{1-\sin x}$. Giá trị của $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)-f'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ là

A. $\frac{4}{3}$.
B. $\frac{4}{9}$.
C. $\frac{8}{9}$.
D. $\frac{8}{3}$.

Câu 35: Hàm số $y=\frac{\sin x-x\cos x}{\cos x+x\sin x}$ có $y'=\frac{ax^2+bx+c}{(\cos x+x\sin x)^2}$. Hỏi $T=a+b+c$ bằng:

A. 1.
B. 2.
C. 0.
D. -1.

Câu 36: Cho hàm số $y=\cos 2x.\sin^2\frac{x}{2}$. Xét hai kết quả:

(I) $y'=-2\sin 2x.\sin^2\frac{x}{2}+\sin x.\cos 2x$ (II) $y'=2\sin 2x.\sin^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\sin x.\cos 2x$.

Cách nào đúng?

A. Chỉ (I).
B. Chỉ (II).
C. Cả 2 đều đúng.
D. Không có cách nào.

Câu 37: Đạo hàm của hàm số $y=\cot^2(\cos x)+\sqrt{\sin x-\frac{\pi}{2}}$ là biểu thức nào sau đây?

A. $-2\cot(\cos x)\frac{1}{\sin^2(\cos x)}+\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x-\frac{\pi}{2}}}$.
B. $2\cot(\cos x)\frac{1}{\sin^2(\cos x)}\sin x+\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x-\frac{\pi}{2}}}$.
C. $-2\cot(\cos x)\frac{1}{\sin^2(\cos x)}+\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x-\frac{\pi}{2}}}$.
D. $2\cot(\cos x)\frac{1}{\sin^2(\cos x)}\sin x+\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x-\frac{\pi}{2}}}$.

Câu 38: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{\sin x}{x}+\frac{x}{\sin x}$ là biểu thức nào sau đây?

A. $(x\cos x-\sin x)\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$.
B. $(x\cos x+\sin x)\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{\sin^2 x}\right)$.

C. $(x\sin x-\cos x)\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$. **D.** $(x\sin x+\cos x)\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$.

Câu 39: Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{|\sin x|}$ là biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-\cot x}{|\sin x|}$. **B.** $\frac{\cot x}{|\sin x|}$. **C.** $\frac{\cot x}{\sin x}$. **D.** $\frac{-\cot x}{\sin x}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=\sin\left(\cos^2 x\right).\cos\left(\sin^2 x\right)$. Đạo hàm $y'=a.\sin 2x.\cos\left(\cos 2x\right)$. Giá trị của a là số nguyên thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(4;7)$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm với mọi x và thỏa mãn $f(2x)=4\cos x.f(x)-2x$. Tính $f'(0)$.

A. $f'(0)=0$. **B.** $f'(0)=1$. **C.** $f'(0)=-2$. **D.** $f'(0)=3$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{\sqrt{\cos 2x}}$. Biểu diễn nghiệm của phương trình lượng giác $f'(x)=0$ trên đường tròn lượng giác ta được mấy điểm phân biệt?

A. 1 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 4 điểm. **D.** 6 điểm.

Câu 43: Cho hàm số $y=\cot 2x$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $y'+2y^2+2=0$. **B.** $y'-2y^2-2=0$. **C.** $y'+3y^2+5=0$. **D.** $y'+3y^2+7=0$.

Câu 44: Tìm số nguyên dương n sao cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^n.\sin\frac{1}{x} & khi\ x\neq 0 \\ 0 & khi\ x=0 \end{cases}$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

A. $n=1$. **B.** $n=2$. **C.** $n\geq 2$. **D.** $n=3$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)=\sin^2 x+\sin 2x$. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-\sqrt{2}$, $M=\sqrt{2}$. **B.** $m=-1$, $M=1$. **C.** $m=-2$, $M=2$. **D.** $m=-\sqrt{5}$, $M=\sqrt{5}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=-\cos x+\sin x-\cos 2x$. Phương trình $f'(x)=1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\sin x=0$. **B.** $\sin x-1=0$.

C. $(\sin x-1)(\cos x-1)=0$. **D.** $\cos x=0$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\sin^2 x+3\cos^2 x$. Tập giá trị của hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ là:

A. $[-4;4]$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $[-3;3]$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=2\frac{\cos^3 x}{3}+\sin^3 x-2\cos x-3\sin x$. Biểu diễn nghiệm của phương trình lượng giác $f'(x)$ trên đường tròn ta được mấy điểm phân biệt?

A. 1 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 4 điểm. **D.** 6 điểm.

Câu 49: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đạo hàm là $\sin^2 x$?

A. $y=\frac{\sin^3 x}{3}$. **B.** $y=\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x$. **C.** $y=x-\frac{\sin^3 x}{3}$. **D.** $y=\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\sin 2x$.

Câu 50: Hàm số nào sau đây có đạo hàm luôn bằng 0?

A. $y=1-\sin^2 x$. **B.** $y=\sin^2 x-\cos^2 x$.

C. $y=\sin^2 x+\cos^2 x$. **D.** $y=\cos 2x$.

Câu 51: Hàm số nào sau đây có đạo hàm $y'=x.\sin x$?

A. $y=x\cos x$. **B.** $y=x\cos x-\sin x$.

C. $y=\sin x-x\cos x$. **D.** $y=\frac{1}{2}x^2.\sin x$.

Câu 52: Xét hàm số $f(x)=\sqrt[3]{\cos 2x}$. Chọn câu sai:

A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$. **B.** $f'(x)=\frac{-2\sin 2x}{3\sqrt[3]{\cos^2 2x}}$.

C. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$. **D.** $3y^2.y'+2\sin 2x=0$.

Câu 53: Cho hàm số $y=\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos x}}}$ với $x\in(0;\pi)$ có y' là biểu thức có dạng $a.\sin\frac{x}{8}$. Khi đó a nhận giá trị nào sau đây:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $-\frac{1}{8}$.

Câu 54: Cho hàm số $f(x)=\cos^2\left(\frac{\pi}{3}-x\right)+\cos^2\left(\frac{\pi}{3}+x\right)+\cos^2\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)+\cos^2\left(\frac{2\pi}{3}+x\right)-2\sin^2 x$. Hàm số có $f'(x)$ bằng:

A. 6. **B.** $2\sin 2x$. **C.** 0. **D.** $2\cos 2x$.