VẤN ĐỀ 5: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Bất phương trình mũ cơ bản:

Là bất phương trình có một trong các dạng sau: $\left\langle \begin{array}{l} a^x > m \\ a^x \ge m \\ a^x < m \\ a^x \le m \end{array} \right.$ với $0 < a \ne 1$.

Trong vấn đề này cần lưu ý:

Định lí: Cho $0 < a \ne 1$ và $b, c > 0$:

+ Khi $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.
+ Khi $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

Hệ quả: Cho $0 < a \ne 1$ và $b, c > 0$:

+ Khi $a > 1$ thì $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b > 1$.
+ Khi $0 < a < 1$ thì $\log_a b > 0 \Leftrightarrow b < 1$.

Chú ý: *Sử dụng kiến thức sau để xử lí các bài toán chứa tham số.*

- $A(m) \le f(x)$ có nghiệm trên *D* $\Leftrightarrow A(m) \le \max\limits_{x \in D} f(x)$.
- $A(m) \le f(x)$ nghiệm đúng $\forall x \in D \Leftrightarrow A(m) \le \min\limits_{x \in D} f(x)$.
- $A(m) \ge f(x)$ có nghiệm trên *D* $\Leftrightarrow A(m) \ge \min\limits_{x \in D} f(x)$.
- $A(m) \ge f(x)$ nghiệm đúng $\forall x \in D \Leftrightarrow A(m) \ge \max\limits_{x \in D} f(x)$.

DẠNG 1: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ DẠNG CƠ BẢN

1. Phương pháp

Xét bất phương trình $a^x > m \quad (*)$.

+ Nếu $m \le 0$ thì tập nghiệm là $S = \mathbb{R}$ (vì $a^x > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$).
+ Nếu $m > 0$ thì: $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > \log_a m \quad nê'u\ a > 1 \\ x < \log_a m \quad nê'u\ 0 < a < 1 \end{array} \right.$

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 107. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{|2x-2|} > 25$ là

A. $x > 2.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x > 2 \\ x < 0 \end{array}\right.$. **C.** $x < 0.$ **D.** $0 < x < 2.$

Câu 108. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} < 6$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 109. Nghiệm của bất phương trình $5^{\log_3 \frac{2}{x+2}} < 1$ là

A. $x > -2.$ **B.** $x \neq 0.$ **C.** $x > 0.$ **D.** $x < 0.$

Câu 110. Nghiệm của bất phương trình $5^{x^2-7x+12} > 1$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x < 3 \\ x > 5 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x < 2 \\ x > 4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x < 3 \\ x > 4 \end{array}\right.$. **D.** $3 < x < 4.$

Câu 111. Bất phương trình $2^{x^2-x} \leq 4$ có nghiệm

A. $-2 \leq x \leq 1.$ **B.** $x \leq 1.$ **C.** $x \leq 2.$ **D.** $-1 \leq x \leq 2.$

Câu 112. Bất phương trình $2^{x-1}.3^{x+2} \geq 36$ có nghiệm

A. $x \geq \log_6 4.$ **B.** $x \geq \log_{\frac{3}{2}} 8.$ **C.** $x \geq 2.$ **D.** $x \geq \log_6 8.$

DẠNG 2: ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

1. Phương pháp

Dùng các công thức mũ và lũy thừa đưa về dạng $a^{f(x)} > a^{g(x)}$.

TH1: Cơ số *a* là hằng số thỏa mãn $0 < a \neq 1$:

+ Nếu $a > 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$.
+ Nếu $0 < a < 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

TH2: Cơ số *a* có chứa ẩn: $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1)[f(x) - g(x)] > 0.$

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 113. Tập hợp các số *x* thỏa mãn $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

A. $\left(-\infty;\frac{2}{5}\right]$. **B.** $\left[-\frac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left[\frac{2}{5};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$.

Câu 114. Bất phương trình $\left(\sqrt{2}\right)^{x-2} > 2^{x+3}$ có tập nghiệm là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;-8)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 115. Nếu $\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)^x > \sqrt{6}+\sqrt{5}$ thì

A. $x>-1$. **B.** $x>1$. **C.** $x<-1$. **D.** $x<1$.

Câu 116. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2-\sqrt{3}\right)^x > \left(2+\sqrt{3}\right)^{x+2}$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 117. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\sqrt{10}-3\right)^{\frac{3-x}{x-1}} < \left(\sqrt{10}+3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 118. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^x$ là

A. $(1;2]$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

C. $(1;+\infty)$. **D.** đáp án khác.

Câu 119. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2^{\sqrt{x^2-2x}}} - \frac{2^x}{2} \le 0$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $[0;2]$.

Câu 120. Bất phương trình $(x+2)^{x^2+4x-8} > (x+2)^{2x}$ có tập nghiệm bằng

A. $(-2;-1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-4;-1)\cup(2;+\infty)$.

C. $(-4;-1)\cup(4;+\infty)$. **D.** $(-2;-1)\cup(4;+\infty)$.

DẠNG 3: PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA

Câu 121. Bất phương trình $2^{x+2}+5^{x+1} < 2^x+5^{x+2}$ có nghiệm.

A. $x>\log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{20}{3}\right)$. **B.** $x<\log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{20}{3}\right)$. **C.** $x>\log_{\frac{2}{5}}\left(\frac{20}{3}\right)$. **D.** $x<\log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{20}{3}\right)$.

Câu 122. Bất phương trình $2^{3^x} > 3^{2^x}$ có nghiệm

A. $x<\log_{\frac{3}{2}}(\log_2 3)$. **B.** $x>\log_{\frac{2}{3}}(\log_2 3)$. **C.** $x<\log_{\frac{2}{3}}(\log_2 3)$. **D.** $x>\log_{\frac{3}{2}}(\log_2 3)$.

Câu 123. Bất phương trình $2^{x^2-2x-3} \le 3^{x^2-2x-3}$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l} x \le -3 \\ x \ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $-1 \le x \le 3$. **C.** $-3 \le x \le 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 3 \end{array}\right.$.

Câu 124. Bất phương trình $3^{x^2-1} \ge 2^{x-1}$ có nghiệm

A. $\log_3 2 - 1 \le x \le 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x \le 1 \\ x \ge 1 + \log_3 2 \end{array}\right.$. **C.** $1 \le x \le 1 + \log_3 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x \le \log_3 2 - 1 \\ x \ge 1 \end{array}\right.$.

DẠNG 4: PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Câu 125. Đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình $5^{2x} - 3.5^{x+2} + 32 < 0$ trở thành bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2 - 75t + 32 < 0$. **B.** $t^2 - 6t + 32 < 0$. **C.** $t^2 - 3t + 32 < 0$. **D.** $t^2 - 16t + 32 < 0$.

Câu 126. Nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là

A. $1 < x < 4$. **B.** $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$. **C.** $2 < x < 4$. **D.** $-4 < x < -1$.

Câu 127. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} - 10.3^x + 3 \le 0$ là

A. $[-1;1]$. **B.** $[-1;0)$. **C.** $(0;1]$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 128. Tập nghiệm của bất phương trình $32.4^x - 18.2^x + 1 < 0$ là tập con của tập

A. $(-5;-2)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 129. Bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} - 12 > 0$ có tập nghiệm là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 130. Bất phương trình $\left(2+\sqrt{3}\right)^x + \left(2-\sqrt{3}\right)^x \le 14$ có nghiệm

A. $-1 \le x \le 1$. **B.** $-2 \le x \le 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x \le -2 \\ x \ge 2 \end{array}\right.$.

Câu 131. Bất phương trình $4^{x+\sqrt{x-1}} - 5.2^{x+\sqrt{x-1}+1} + 16 \ge 0$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ 2 \le x \le 3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x \ge 2 \end{array}\right.$. **C.** $1 \le x \le 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Câu 132. Bất phương trình $64.9^x - 84.12^x + 27.16^x < 0$ có nghiệm là

A. $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$. **B.** $1 < x < 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x > 2 \end{array}\right.$. **D.** vô nghiệm.

Câu 133. Bất phương trình $5.4^x + 2.25^x - 7.10^x \le 0$ có nghiệm là

A. $0 \le x \le 1$. **B.** $1 \le x \le 2$. **C.** $-2 \le x \le -1$. **D.** $-1 \le x \le 0$.

Câu 134. Bất phương trình $3^{2x+1}-(m+3)3^x-2(m+3)<0$ có nghiệm khi

A. $m=-3.$ **B.** $m<-3.$ **C.** $m>0.$ **D.** $m>-3.$

Câu 135. Bất phương trình $4^x-(m+2)2^{x+1}+m^2+2m+2>0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi

A. $m>1.$ **B.** $m>-2.$ **C.** $m<2.$ **D.** $m<-1.$

Câu 136. Số giá trị nguyên âm của *m* để $m.9^x-(2m+1)6^x+m.4^x\ge 0$ với $\forall x\in[0;1]$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 137. Bất phương trình $(2^{2x+1}-9.2^x+4).\sqrt{x^2+2x-3}\ge 0$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l}x\le -2\\x\ge 3\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x\le -2\\x=1\\x\ge 3\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x\le -3\\x=1\\x\ge 2\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x\le -3\\x\ge 2\end{array}\right.$.

Câu 138. Bất phương trình $\dfrac{4^x-3.2^{x+1}+8}{2^{x+1}-1}\ge 0$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l}-1\le x\le 1\\x\ge 2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}-1<x\le 1\\x\ge 2\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}<x\le 1\\x\ge 4\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x<-1\\1\le x\le 2\end{array}\right.$.

Câu 139. Bất phương trình $\dfrac{2.9^x+4.6^x-4^x}{3^{x+2}-2^{x+2}}<2^x$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l}x<-2\\0<x<1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}-2<x<0\\x>1\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x<0\\1<x<2\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}-1<x<0\\x>2\end{array}\right.$.

Câu 140. Bất phương trình $(2^x+1)^2>\left(\sqrt{2^x+2}-1\right)^2.(2^{x+1}+5)$ có nghiệm

A. $x>2.$ **B.** $x<1.$ **C.** $x<2.$ **D.** $x>1.$

Câu 141. Bất phương trình $\sqrt{3^x+1}+\sqrt{3^x-2}\ge 3$ có nghiệm

A. $\log_3 2\le x\le 3.$ **B.** $x\ge 1.$ **C.** $\log_3 2\le x\le 1.$ **D.** $x\ge 3.$

Câu 142. Với điều kiện nào của tham số *m* thì bất phương trình $\sqrt{3^x+3}+\sqrt{5-3^x}\le m$ nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m\le 2\sqrt{2}.$ **B.** $m\ge 2\sqrt{2}.$ **D.** $m\ge 4.$ **D.** $m\le 4.$

Câu 143. Với điều kiện nào của tham số *m* thì bất phương trình $\sqrt{2^x+7}+\sqrt{2^x-2}\le m$ có nghiệm?

A. $0\le m\le 3.$ **B.** $3\le m\le 5.$ **D.** $m\le 3.$ **D.** $m\ge 3.$

DẠNG 5: SỬ DỤNG TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

1. Phương pháp

+ Nếu $f(x)$ đồng biến trên *D* và $\forall u,v \in D$ thì $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u > v$.
+ Nếu $f(x)$ nghịch biến trên *D* và $\forall u,v \in D$ thì $f(u) > f(v) \Leftrightarrow u < v$.

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 144. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3 - x$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 145. Bất phương trình $5^x + 3^x > 8^x$ có nghiệm

A. $x < 1$. **B.** $x > 2$. **C.** $x < 2$. **D.** $x > 1$.

Câu 146. Bất phương trình $6^x + 4 < 2^{x+1} + 2.3^x$ có nghiệm

A. $\log_2 3 < x < 1$. **B.** $1 < x < \log_2 3$. **C.** $\log_3 2 < x < 1$. **D.** $1 < x < \log_3 2$.

Câu 147. Nghiệm của bất phương trình $2.2^x + 3.3^x - 6^x + 1 > 0$ là

A. $x < 3$. **B.** $x \geq 2$. **C.** $x \in \infty$. **D.** $x < 2$.

Câu 148. Tập nghiệm của bất phương trình $4.3^x - 9.2^x < 5.6^{\frac{x}{2}}$ là

A. $(-\infty;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 149. Nghiệm của bất phương trình $\dfrac{3^{2-x} + 3 - 2x}{4^x - 2} \geq 0$ là

A. $x \leq 0$. **B.** $0 \leq x \leq \dfrac{1}{2}$. **C.** $x \geq 2$. **D.** $\dfrac{1}{2} < x \leq 2$.

Câu 150. Bất phương trình $\dfrac{3^x + x - 4}{x^2 - x - 6} > 0$ có nghiệm

A. $\left[\begin{array}{l} -3 < x < 1 \\ x > 2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x < -3 \\ 1 < x < 2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x < -2 \\ 1 < x < 3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} -2 < x < 1 \\ x > 3 \end{array}\right.$.