Đáp án

1-B	6-B	11-C	16-C	21-C	26-D	31-A	36-C	41-A	46-C
2-A	7-A	12-B	17-B	22-C	27-C	32-D	37-C	42-C	47-D
3-A	8-B	13-B	18-D	23-B	28-B	33-D	38-A	43-B	48-C
4-C	9-B	14-D	19-B	24-B	29-C	34-C	39-B	44-D	49-A
5-D	10-D	15-B	20-D	25-A	30-B	35-B	40-A	45-B	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án B

<u>Giải thích</u>

A. Sai vì mặc dù tại $x=1$ hàm số có đạo hàm bằng 0 nhưng dấu của đạo hàm không đổi dấu qua $x=1$

B. Đúng vì $f'(x)\ge 0\forall x\in R$

C. Sai vì tập giá trị của hàm số đã cho là R

D. Sai vì theo ý C tập giá trị là E thì không thể có giá trị nhỏ nhất.

Câu 2: Đáp án **A**

<u>Giải thích:</u> Có $y'=3x^2+3>0\forall x\in R$ nên hàm số đã cho đồng biến trên R.

Câu 3: Đáp án **A**

<u>Giải thích:</u> Dễ dàng nhận thấy tập giá trị của hàm số là nửa đoạn $\left[0;+\infty\right)$ do đó loại luôn đáp án C và D.

Mặt khác đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung nên hàm số phải là hàm số chẵn, do đó chọn **A.**

Câu 4: Đáp án **C**

Ta có $y'=x^2-5x+6; y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$

$x=2\Rightarrow y=\dfrac{17}{3}; x=3\Rightarrow y=\dfrac{11}{2}$

→Giá trị tổng cần tìm là $\dfrac{17}{3}+\dfrac{11}{2}=\dfrac{67}{6}$

Câu 5: Đáp án **D**

Ta có $0\in\left[-1;2\right];\lim(4x^2+\dfrac{1}{x}-2)=+\infty$ do đó không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số đã cho.

<u>Sai lầm thường gặp:</u> *Tìm y' và giải phương trình $y'=0$ mà không để ý đến điều kiện xác định. Dẫn đến kết quả sai là đáp án A.*

Câu 6: Đáp án **B**

A sai vì $f(x)$ phải là hàm số lẻ

C sai vì tâm đối xứng phải là $I(m;n)$

D sai vì theo như **câu 1** vẫn tồn tại trường hợp $f'(x_0)=0$ nhưng $x=x_0$ lại không là điểm cực trị.

Câu 7: Đáp án **A**

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x+3}=-x+m(*)$; điều kiện $x\neq -3$

$(*)\Leftrightarrow x^2+(5-m)x-(3m+1)=0$

$\Delta=m^2+2m+29>0\forall x\in R\setminus\{-3\}$

Suy ra (*) có 2 nghiệm $x_1=\frac{m-5+\sqrt{m^2+2m+29}}{2};x_2=\frac{m-5-\sqrt{m^2+2m+29}}{2}$

Gọi $A(x_1;-x_1+m);B(x_2;-x_2+m)$

$\to AB^2=2(x_1-x_2)^2=2(m^2+2m+29)$

$=(2\sqrt{14})^2=58\to m=-1$

Câu 8: Đáp án **B**

Ta có $y'=x^2+2(m=2)x+2m+3$

Kẻ bảng biến thiên thì ta thấy để hàm số nghịch biến đã cho nghịch biến trên $[0;3]$ thì phương trình $y'=0$ phải có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1\leq 0<3\leq x_2$.

Suy ra $\begin{cases}x_1x_2\leq 0\\(x_1-3)(x_2-3)\leq 0\\\Delta>0\end{cases}$

Áp dụng Vi-et giải ta được $m\leq\frac{-3}{2}$

Do đó chọn đáp án **B**

Câu 9: Đáp án **B**

Viết lại hàm $f(x)$ ta được

$f(x)=3(4\cos^3x-3\cos x)+2(2\cos^2x-1)+9\cos x-1$

$=12c\text{os}^3x+4\cos^2x-3$

Đặt $\cos x = t \in [-1;1] \Rightarrow f(x) = f(t) = 12t^3 + 4t^2 - 3$

Xét hàm $f(t)$ trên đoạn $[-1;1]$ ta được $\max\limits_{t\in[-1;1]} f(t) = f(1) = 13$

Câu 10: Đáp án **D**

<u>Giải thích:</u>

Giả sử các hình ở 4 đáp án có cùng chu vi là 12cm. Ta suy ra được:

- Tam giác đều có cạnh 4 cm $\Rightarrow$ Diện tích tam giác đều là $4^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}(cm^2)$

- Hình vuông có cạnh là 3cm $\Rightarrow$ Diện tích hình vuông là $9(cm^2)$

- Hình chữ nhật có kích thước a.b thì $a+b=6 \Rightarrow S = ab \le \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = 9(cm^2)$

- Hình tròn có bán kính là $r = \frac{12}{2\pi} = \frac{6}{\pi}(cm)$ suy ra diện tích hình tròn là $S = \pi r^2 = \frac{36}{\pi}(cm^2)$

So sánh ta được hình tròn có diện tích lớn nhất

Câu 11: Đáp án **C**

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^4 - mx^2 + 2m - 4 = 0(*)$. Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm thì phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.

Đặt $x^2 = t \ge 0.$

$$(*) \Leftrightarrow t^2 - mt + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t-m+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = m-2 \end{array}\right.$$

Nhận thấy với mỗi giá trị t>0 sẽ cho 2 nghiệm x. Do đó phương trình có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m-2>0 \\ m-2 \ne 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2 \\ m \ne 4 \end{cases}$$

Câu 12: Đáp án **B**

<u>Giải thích:</u> Tập xác định $D = (-\infty;0) \cup (2;+\infty)$

Phương trình đã cho tương đương

$x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2(tm) \\ x = 4(tm) \end{array}\right. \Rightarrow$ Nghiệm dương của phương trình là 4

<u>Sai lầm thường gặp:</u> *Một số quý độc giả đọc không kĩ đề bài dẫn đến chọn đáp án C là nghiệm của phương trình chứ không phải là nghiệm dương.*

Câu 13: Đáp án **B**

Câu 14: Đáp án **D**

Điều kiện: $\begin{cases} x-1>0 \\ |x-2|>0 \\ (x-5)^2>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\neq 2 \\ x\neq 5 \end{cases} \Rightarrow$ Chọn đáp án D

Nhận xét: *Lưu ý điều kiện* $\log_a f(x)$ *xác định là* $f(x)>0$

Câu 15: Đáp án **B**

Điều kiện $x>1$

Đối với những bài toán dạng này, chúng ta thường biến đổi các logarit về cùng một cơ số.

Phương trình đã cho tương đương

$$3\log_3(x-1)+3\log_3(2x-1)\le 3 \Leftrightarrow \log_3\left[(x-1)(2x-1)\right]\le 1$$

Do đó

$$(x-1)(2x-1)\le 3 \Leftrightarrow 2x^2-3x-2\le 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2}\le x\le 2.$$

Kết hợp với điều kiện ta suy ra tập nghiệm là $S=(1;2]$

Sai lầm thường gặp: Giải các bước đúng nhưng lại không so sánh điều kiện xác định dẫn đến chọn đáo án D hoặc A

Câu 16: Đáp án **C**

Đáp án **A** sai vì $\log_{\frac{36}{25}}(x-3)=\frac{1}{2}\log_{\frac{6}{5}}(x-3)\neq\frac{1}{2}\log_{\frac{5}{6}}(x-3)$

Đáp án **B** sai vì tập xác định là $D=(3;+\infty)$

Đáp án **C** đúng vì $(*)\Leftrightarrow\frac{1}{2}\log_{\frac{6}{5}}(x-3)+\log_{\frac{6}{5}}x>0\Leftrightarrow\log_{\frac{6}{5}}\sqrt{x-3}+\log_{\frac{6}{5}}x>0\Leftrightarrow x\sqrt{x-3}\ge 1$

Cũng theo biến đổi như trên thì đáp án **D** sai.

Câu 17: Đáp án **B**

Dễ nhận thấy tập xác định của hàm số là $D=R$, do đó đáp án C sai

Nhận thấy các đáp án còn lại đều liên quan đến việc tìm đạo hàm, do đó trước tiên ta phải tìm đạo hàm của hàm số.

Có $\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$, do đó

$$y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1+\frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1}{\sqrt{x^2+1}-x}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{x-1-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$$

Giải $y'=0\Leftrightarrow x-1-\sqrt{x^2+1}=0$. Thử vào thấy $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình nên đáp án **A** sai.

Cũng theo biến đổi trên thì đáp án **D** sai.

Vậy đáp án cần chọn là đáp án **B.**

Câu 18: Đáp án **D**

Ta có $\log_x a=\frac{1}{m};\log_x b=\frac{1}{n};\log_x abc=\frac{1}{p}$ suy ra $\log_x c=\log_x abc-\log_x a-\log_x b=\frac{1}{p}-\frac{1}{m}-\frac{1}{n}$

Vậy $\log_c x=\frac{1}{\log_x c}=\frac{1}{\frac{1}{p}-\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}$

Câu 19: Đáp án **B**

Vì $\frac{a}{b}<1$ nên $\ln\frac{a}{b}<\ln 1=0$

Câu 20: Đáp án **D**

Điều kiện của hệ là $x;y\in(0;+\infty)$. Đáp án C sai

Hpt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=32\\ \log_2 x+\log_2 y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2-2xy=32\\ xy=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=8\\ xy=16\end{cases}\Leftrightarrow x=y=4$$

Vậy đáp án **D** đúng

Câu 21: Đáp án **C**

Có thể viết lại y dưới dạng $y=\frac{1}{\sqrt{(-x^2+4x-3)^3}}$. Từ đây ta có thể suy ra điều kiến của y là $-x^2+4x-3>0$.

Vậy đáp án đúng là đáp án C

<u>Nhận xét:</u> *Những bài toán dạng như thế này, ta nên viết lại hàm số y dưới dạng "dễ xác định" hơn để xác định ĐKXĐ không bị nhầm.*

Câu 22: Đáp án **C**

Đây là một bài tập khá hay trong sách bài tập mà các em cần chú ý.

Cách 1: Đặt $\sqrt{x}=t$, ta biến đổi nguyên hàm cần tính về dạng $2\int t\cos tdt$ sau đó sử dụng phương pháp tính nguyên hàm từng phần.

Cách 2: Thử các đáp án bằng máy tính bằng cách tính đạo hàm từng đáp án và hàm số $y=\cos\sqrt{x}$ tại cùng một giá trị

Câu 23: Đáp án **B**

Ta có: $\int(5x-1)^5dx=\frac{1}{5}\int(5x-1)^5d(5x-1)=\frac{(5x-1)^6}{30}+C$

Do đó hệ số của x^6 là $\frac{5^6}{30}=\frac{3125}{5}$

Câu 24: Đáp án **B**

Gọi n là số giờ vòi nước chảy để đầy bể

Vận tốc chảy giờ đầu là 60 lit/giờ

Trong giờ đầu vòi chảy được 60 lit

Trong giờ thứ hai vòi chảy được 60.2 lit

Trong giờ thứ ba vòi chảy được 60.2^2 lit

...

Trong giờ thứ n vòi chảy được 60.2^{n-1} lit

→ Tổng lượng nước chảy sau n giờ là

$60.(1+2+2^2+...2^{n-1})=60(2^n-1)lit\rightarrow 60(2^n-1)=1000\Rightarrow 2^n=\frac{53}{3}\Rightarrow n=\log_2\left(\frac{53}{3}\right)\approx 4{,}142957(h)$ Đổi đơn vị ta suy ra thời gian cần chảy xấp xỉ 14915 giây.

Câu 25: Đáp án **A**

Diện tích cần tính

$$S=\int_0^{\pi}\left|\cos x-\sin x\right|dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos x-\sin x)dx-\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}(\cos x-\sin x)dx=2\sqrt{2}$$

Câu 26: Đáp án **D**

Đây là dạng toán tính tích phân để tránh tình trạng bấm máy tính nên chúng ta cần phải nhớ phương pháp làm. Có hai cách để làm bài toán này là chuyển về lượng giác hoặc phá căn. Dưới đây là một cách

Đặt $t=\sqrt{4-x^2}\Rightarrow t^2=4-x^2\Rightarrow tdt=-xdx$

$$I=\int_{\sqrt{3}}^{0}\frac{t(-tdt)}{4-t^2}=\int_{\sqrt{3}}^{0}\frac{t^2}{t^2-4}dt=\int_{\sqrt{3}}^{0}\left(1+\frac{4}{t^2-4}\right)dt=\left(t+\ln\left|\frac{t-2}{t+2}\right|\right)\Bigg|_{\sqrt{3}}^{0}=-\sqrt{3}-\ln\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

Suy ra $abc=-\sqrt{3}(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=-\sqrt{3}$

Câu 27: Đáp án **C**

Cũng như câu 25, câu 26 cũng là một câu tích phân đòi hỏi khả năng biến đổi của các thí sinh. Đối với câu này, chúng ta sử dụng phương pháp đưa về lượng giác.

Đặt $x=\sin t, t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. I được viết lại là

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{1-2\sin t\cos t}.\cos tdt=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{(\cos t-\sin t)^2}.\cos tdt=\int_0^{\frac{\pi}{6}}(\cos t-\sin t)\cos tdt$$

$$\Leftrightarrow -\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin t\cos tdt+\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 tdt=\frac{-1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sin 2td(2t)+\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{6}}(\cos 2t+1)d(2t)$$

$$\Leftrightarrow I=\frac{\cos 2t}{4}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{6}}+\frac{\sin 2t+2t}{4}\Bigg|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}-1}{8}$$

Suy ra $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}-1}{8}\approx 0{,}175$. Chọn đáp án C

Nhận xét: *Hai bài toán trên chính là cách hướng có thể ra đề để tránh tình trạng sử dụng máy tính Casio. Thí sinh hiểu bản chất và cách làm thực sự sẽ không gặp khó khăn nhiều khi giải quyết các bài toán này.*

Câu 28: Đáp án **B**

Đây là một bài toán khá đơn giản, chỉ cần áp dụng các biến đổi thông thường.

Do $A(3;4)$ biểu diễn z nên suy ra $z=3+4i\Rightarrow |z|=5\Rightarrow w=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$

Câu 29: Đáp án **C**

Chú ý rằng hai số nghịch đảo của nhau là hai số có tích bằng 1

Do đó số nghịch đảo của số phức $z=3+2i$ là $z_1=\frac{1}{z}=\frac{1}{3+2i}$

Sử dụng máy tính Casio ta dễ dàng tính được $z_1=\frac{3}{13}-\frac{2}{13}i$

Câu 30: Đáp án **B**

Đây là một bài toán đơn giản, chỉ cần thực hiện các thao tác bấm máy tính, chúng ta cần tránh mất điểm ở những câu dễ như thế này. Sử dụng máy tính thu được kết quả $z=-2+2i$. Do đó đáp án B là chính xác.

Câu 31: Đáp án **A**

Sử dụng máy tính casio ở chế độ CMPLX, bấm màn hình hiển thị $2i+2-(1-i)(3-2i)$ ấn = ta thu được kết quả $z=1+7i$. Suy ra điểm $A(1;7)$

Khoảng cách cần tìm là $d=\dfrac{|2.1-2.7+5|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\dfrac{7}{2\sqrt{2}}$

Câu 32: Đáp án **D**

Đây là một bài toán ở mức độ vận dụng cao, đòi hỏi kĩ năng biến đổi cũng như dự đoán của thí sinh. Điểm mấy chốt của bài toán là phải thay $i^2=-1$ đúng lúc.

Phương trình đã cho

$\Leftrightarrow z^2(z^2+i)-(z^2+i)-2zi(z^2+i)=0$ (Thay $2z$ bằng $-2zi^2$)

$\Leftrightarrow (z^2+i)(z^2-2zi+i^2)=0$ (Thay -1 bằng i^2)

$$\Leftrightarrow (z^2+i)(z-i)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2=-i(*) \\ z=i \end{array}\right.$$

Đến đây nhận thấy nếu phương trình (*) vô nghiệm thì tổng các nghiệm bằng i , nếu phương trình (*) có nghiệm thì sẽ có 2 nghiệm là đối hoặc liên hợp của nhau do đó tổng các nghiệm vẫn bằng i . Vậy đáp án D là chính xác.

Câu 33: Đáp án **D**

Đây là bài toán yêu cầu cả kĩ năng sử dụng máy tính casio và kĩ năng biến đổi.

Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE ủa máy tính ta tìm được 2 nghiệm thực của phương trình 1 và 2. Ta suy ra được phương trình sẽ có phân tử là $(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$

Đến đây ta sử dụng kĩ thuật biến đổi, thêm bớt để tiếp tục

$z^4-z^3-2z^2-2z+4=0$

$\Leftrightarrow z^4-3z^3+2z^2+2z^3-6z^2+4z+2z^2-6z+4=0$

$\Leftrightarrow (z^2-3z+2)(z^2+2z+2)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=2 \\ z=-1+i \\ z=-1-i \end{array}\right. \Rightarrow T=\frac{1}{1}+\frac{1}{2^2}+\left|\frac{1}{(-1+i)^2}\right|+\left|\frac{1}{(-1-i)^2}\right|=\frac{9}{4}$$

Câu 34: Đáp án **C**

Một vài thí sinh có thể theo "quán tính" khoanh ý A vì hầu như những bài trước về tập hợp biểu diễn đề là đường tròn. Đây là một trường hợp khác các bạn cần cẩn thận kiểm tra.

Đặt $z = a + bi$ với $a; b \in R$, suy ra $z + i - \overline{z} = a + bi + i - a + bi = (2b+1)i$

$$\Rightarrow \left(z + i - \overline{z}\right)^2 = -(2b+1) = -9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b = 1 \\ b = -2 \end{array}\right.$$

Suy ra tập hợp biểu diễn số phức z sẽ là hai đường thẳng $y = 1$ và $y = -2$. Chọn đáp án C

Câu 35: Đáp án **B**

Đây làm một bài toán khá đơn giản, chúng ta cần tránh những sai sót không đáng có ở những câu hỏi như thế này.

Gọi O là tâm hình vuông ABCD

$$\Rightarrow OA = \frac{\sqrt{2}}{2}a; SO \perp (ABCD)$$

Lại có $(SA; (ABCD)) = (SA; AO) = SAO = 60^o \Rightarrow SO = OA.\tan 60^o = \frac{\sqrt{6}}{2}a$

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}BC.CD = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{ABCD} = S_{\triangle BCD}.SO.\frac{1}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$

Sai lầm thường gặp: *Quí độc giả chưa đọc kĩ đề bài nên đi tìm thể tích S.ABCD*

Câu 36: Đáp án **C**

Gọi M là trung điểm AD, suy ra SM vuông góc mặt phẳng đáy. Dễ dàng tính được $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$SM \perp MC \Rightarrow SM^2 + MC^2 = SC^2 \Rightarrow MC = \sqrt{\frac{6}{4} - \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\triangle DMC$ có $MD = \frac{a}{2}; MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}; DC = a$

Suy ra $MDC = 60^o$

$$S_{ABCD} = DC.DA.\sin DCA = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SM = \frac{a^3}{4}$$

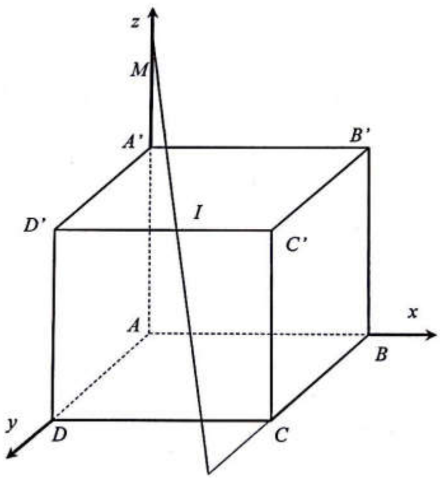
Câu 37: Đáp án **C**

Đây là một bài toán khá điển hình của hình học không gian. Mấu chốt của bài toán nằm ở việc lấy thêm điểm để tính toán.

Lấy 3 điểm M, N, P lần lượt thuộc đoạn AB, AC, AD sao cho $AM = AN = AP = a$. Suy ra tứ diện $AMNP$ là tứ diện đều có độ dài các cạnh là a. Đến đây bài toán trở về dạng đơn giản. Ta dễ dàng tính được thể tích $AMNP$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Lại có: $\frac{V_{ABCD}}{V_{AMNP}} = \frac{AB}{AM}.\frac{AC}{AN}.\frac{AD}{AP} = 2.3.4 = 24 \Rightarrow V_{ABCD} = 24V_{AMNP} = 2a^3\sqrt{2}$

Câu 38: Đáp án **A**



Đây là một bài toán sử dụng phương pháp tọa độ hóa. Đối với việc tọa độ hóa. Đối với việc tọa độ hóa này việc quan trọng nhất đó là sự cẩn thận và chính xác.

Trọn hệ trục tọa độ Axyz với $A(0;0;0); B(a;0;0); A'(0;0;a); D(0;a;0)$.

Gọi $M(0;0;m)$ và $N(a;n;0)$

Ta có $(ADD'A')//(BCC'C')$

$(MD'NC)$ cắt $(ADD'A')$ theo giao tuyến MD' và cắt $(BCC'B')$ theo giao tuyến CN do đó $MD'//CN$

Lại có $\overrightarrow{MD'} = (0;a;a-m); \overrightarrow{NC'} = (0;a-n;a)$

Suy ra $\frac{a}{a-n} = \frac{a-m}{a} \Rightarrow m = \frac{an}{n-a}$

Có $MN^2 = AB^2 + BN^2 + AM^2 = a^2 + m^2 + n^2$

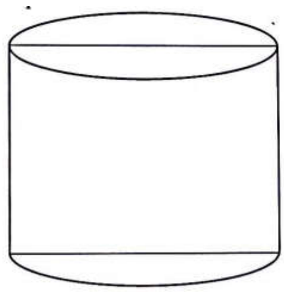
$$\Leftrightarrow MN^2 = \left(\frac{an}{n-a}\right)^2 + n^2 + a^2 = \left(\frac{n^2 - an + a^2}{n-a}\right)^2 \Leftrightarrow MN = \frac{n^2 - an + a^2}{n-a}$$

Xét hàm số $f(n) = \frac{n^2 - an + a^2}{n-a}$ trên $[0;+\infty)$

Ta được MN đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3a khi $n = 2a$

Nhận xét: *Đây là một câu hỏi hay và khá khó, đòi hỏi khả năng tư duy cao của thí sinh*

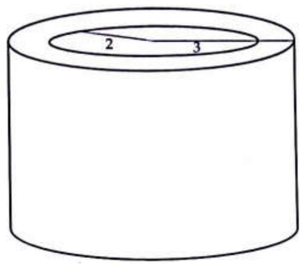
Câu 39: Đáp án **B**



Bài toán yêu cầu khả năng tưởng tượng hình của thí sinh.

Thiết diện qua trục của một hình lăng trụ thông thường chính là một hình chữ nhật có độ dài một cạnh là đường kính đáy, một cạnh là chiều cao lăng trục. Ở bài toán này thiết diện là hình vuông nên chiều cao h bằng đường kính đáy là $2a \Rightarrow h = 2a = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow V = a^2.h.\pi = 2\pi$

Câu 40: Đáp án **A**

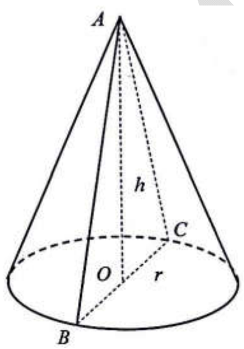


BC cách đường d một khoảng $d' = 2 + AB = 3$

Do đó khối tròn xoay là tập hợp các điểm nằm ở giữa hai hình trụ có bán kính lần lượt là 2 và 3, chiều cao của hai hình trụ đều là 3.

Thể tích khối tròn xoay bằng hiệu thể tích của hai khối trụ nêu trên $\Rightarrow V = 3^2.3.\pi - 2^2.3.\pi = 15\pi$

Câu 41: Đáp án **A**



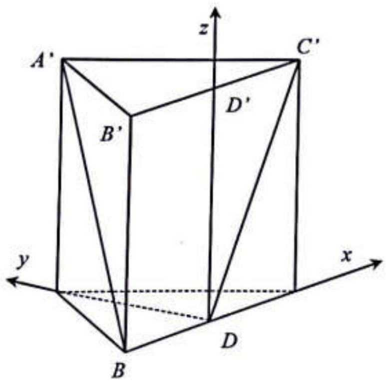
Thiết diện của một hình nón bình thường sẽ là một hình tam giác cân có một cạnh bằng $2r$, 2 cạnh có độ dài là l. Ở bài toán này thiết diện là tam giác cân nên ta suy ra $l = 2r$

Lại có $h=\sqrt{l^2-r^2}=r\sqrt{3}\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=2\pi r^2$

$S_{tp}=S_{xq}+\pi r^2=3\pi r^2$

Vậy tỷ lệ là $\frac{3}{2}$

Câu 42: Đáp án **C**



Có 2 cách để tiếp cận một bài toán hình học không gian thông thường là kẻ thêm hình và tọa độ hóa. Ở bài toán này, phương pháp tọa độ có nhiều ưu điểm hơn hẳn.

Gọi D' là trung điểm $B'C'$ ta có $DD';DC;DA$ đôi một vuông góc với nhau

Ghép hệ tọa độ như hình vẽ với D là gốc tọa độ.

Ta có $D(0;0;0),B\left(-\frac{a}{2};0;0\right),C'\left(\frac{a}{2};0;a\right),A'\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};a\right)$

Gọi (α) là mặt phẳng qua DC' và $(\alpha)//A'B$ suy ra phương trình $(\alpha):x-z=0$

$$\Rightarrow d(A'B,DC')=d(B,(\alpha))=\frac{\left|-\frac{a}{2}\right|}{\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{4}$$

Nhận xét: *Một số nhầm lẫn trong quá trình tọa độ hóa có thể dẫn đến đáp án A hoặc B*

Câu 43: Đáp án **B**

Đây là một bài toán khá dễ, các thí sinh khi đi thi cần tránh mất điểm những câu như thế này!

Phương trình mặt phẳng (P):

$-1(x-2)+2(y-1)+3z=0\Leftrightarrow -x+2y+3z=0\Leftrightarrow x-2y-3z=0$

Câu 44: Đáp án **D**

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;-1);R=4$

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là $d_{(I;(P))}=\dfrac{|0+2.2-2.(-1)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$

Bán kính thiết diện là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{7}$

Câu 45: Đáp án **B**

Dễ dàng nhận thấy hai đường thẳng đã cho song song.

Mặt phẳng (P) sẽ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(2;3;1)$

Ta chọn 2 điểm bất kì thuộc 2 đường thẳng đã cho để tìm vectơ chỉ phương thứ hai

Lấy $A(1;-1;2)$ thuộc (d_1); $B(4;1;3)$ thuộc đường (d_2). Suy ra vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{AB}=(3;2;1)$ (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(1;1;-5)$ và qua điểm $A(1;-1;2)$ $:x-1+y+1-5(z-2)=0$ $\Leftrightarrow x+y-5z+10=0$

Câu 46: Đáp án **C**

Vì mặt phẳng (P) qua gốc tọa độ O nên gọi (P): $\mathrm{ax}+by+cz=0$, (P) đi qua A suy ra $a+2b=0$ $\Leftrightarrow a=-2b$

$d(B;(\mathrm{P}))=\mathrm{d}(C;(P))\Leftrightarrow|4b|=|3c|$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4b=3c=-2a\\-4b=3c=2a\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=6;b=-3;c=-4\\a=6;b=-3;c=4\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(P):6x-3y-4z=0\\(P):6x-3y+4z=0\end{array}\right.$$

Câu 47: Đáp án **D**

Chú ý bài toán cho là cắt các tia nên ta có thể gọi phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{2a}+\frac{z}{2a}=1$$

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm M nên

$$\frac{1}{a}+\frac{3}{2a}-\frac{2}{2a}=1\Rightarrow a=\frac{3}{2}$$

Suy ra mặt phẳng (P): $2x+y+z-3=0$

Câu 48: Đáp án **C**

Đáp án A và B sai vì giá trị góc nhỏ hơn hoặc bằng 90^0 chứ không phải nhỏ hơn.

Đáp án D sai vì điều nhận định chỉ đúng khi A và B cùng phía so với mặt phẳng (P), còn khi A và B khác phía so với mặt phẳng (P) thì thường AB cắt mặt phẳng (P) tại trung điểm AB.

Câu 49: Đáp án **A**

Nhắc lại kiến thức: Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) nếu giá của chúng song song hoặc nằm trên (P)

Từ đó ta suy ra mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = k\left[\vec{a};\vec{b}\right]$

Sử dụng chức năng vectơ trong máy tính Casio ta tìm được $\vec{n} = (2;1;-1)$

Về mặt phẳng (P): $2(x-2)+(y-3)-(z-5)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-z-2=0$

Câu 50: Đáp án **A**

Vì điểm M nằm trên Oy nên ta có thể gọi $M(0;b;0)$

Ta có $\mathrm{d}_{(M;(\mathrm{P}))} = \mathrm{d}_{(\mathrm{M};(Q))} \Leftrightarrow \dfrac{|b+1|}{\sqrt{3^2+1^2+2^2}} = \dfrac{|-b-5|}{\sqrt{2^2+1^2+3^2}}$

$\Leftrightarrow |b+1| = |-b-5|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b+1=-b-5 \\ b+1=b+5 (VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow b=-3 \Leftrightarrow M(0;-3;0)$