ĐÁP ÁN

1A	2D	3A	4C	5B	6D	7C	8D	9B	10D
11B	12C	13A	14C	15A	16A	17B	18A	19B	20B
21A	22A	23A	24D	25D	26B	27A	28C	29D	30D
31C	32C	33B	34A	35B	36B	37D	38C	39B	40C
41D	42D	43A	44B	45C	46B	47A	48C	49B	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập xác định $x > -1$. Ta có: $y' = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}; y' \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 0$. Vậy đáp án cần tìm là **A.**

Câu 2: ***<u>Phân tích:</u>*** Để hàm số có 2 điểm cực trị thì phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt:

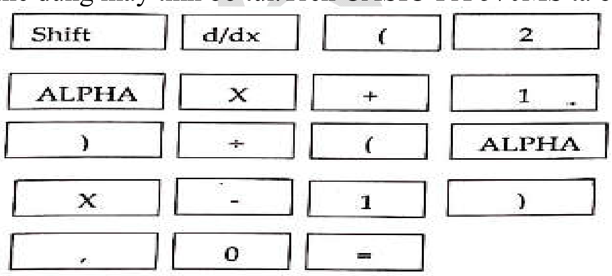
Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 6mx + 6m$. Để y' có 2 nghiệm phân biệt:

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (3m)^2 - 3.6m > 0 \Leftrightarrow 9m(m-2) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 0 \end{array}\right.$. Đáp án là **D.**

Câu 3: Trước hết cần tính đạo hàm của hàm số. Nhắc lại lý thuyết đạo hàm của phép chia.

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.Áp dung: $y'(x) = \frac{2(x-1)-(2x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} \Leftrightarrow y'(0) = -3$. Đáp án là **A.**

<u>Lưu ý :</u> Với bài này ta có thể dùng máy tính bỏ túi.Trên CASIO FX 570MS ta bấm:



Ta cũng được kết quả như trên.

Câu 4: ***<u>Phân tích:</u>*** Với bài toán này trước hết ta biến đổi $\cos 2x$ về $\cos x : \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ thay lại vào hàm số:

Ta được: $y = 2\cos^2 x - 2\cos x + 1$. Bài toán đưa về tìm GTNN $y = 2t^2 - 2t + 1$ với $t = \cos x$ $t \in [-1';1]$. Ta làm với phương pháp xét giá trị $f(x)$ tại các điểm đặc biệt, các điểm cực trị và các điểm biên. Ta có: $y'(t) = 4t - 2$; $y'(y) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$ .Xét $y(-1) = 5; y(1) = 1; y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ .Từ đó ta có GTNN của y là $\frac{1}{2}$.Đáp án là **C.**

Câu 5: Ta có: $y' = 1 + 2\cos 2x$; $y''(x) = -4\sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

Trong 4 đáp án chỉ có $\frac{\pi}{2}$ là thỏa mãn với $k=1$. Đáp án là **B.**

Câu 6: Ta có định nghĩa điểm cực trị là điểm đạo hàm đổi dấu. Ta có: + $x>0; y'=2x-1$

Đạo hàm đổi dấu tại $x=\frac{1}{2}$

+ $-1<x<0; y'=2$; + $x<1; y'=-3$

Ta có bảng xét dấu:

x		-1		0		$\frac{1}{2}$	
y'	-	|	+	|	-	0	+

Từ bảng trên ta thấy rõ ràng đạo hàm đổi dấu 3 lần. Vậy hàm số có 3 điểm cực trị trên miền xác định. Đáp án **D.**

Câu 7: Phân tích các đáp án: Đồ thị luôn có trục đối xứng: đồ thị của các đa thức có trục đối xứng thì nó phải là đa thức bậc chẵn. Đồ thị nhận đường nối 2 cực trị làm trục đối xứng và đồ thị nhận điểm cực trị làm tâm đối xứng: Không có tính chất đối xứng của đồ thị hàm số nào liên quan đến điểm cực trị. Đồ thị luôn có tâm đối xứng: Điều này đúng vì đồ thị hàm số hàm bậc 3 là hàm số lẻ. Mà tính chất của hàm số lẻ là đồ thị luôn có tâm đối xứng. Đáp án là **C.**

Câu 8: Dùng phương pháp cơ bản để tìm GTNN: Đó là so sánh giá trị hàm số ở các điểm cự trị và các điểm biên: $y'=3x^2-3; y'=0 \Leftrightarrow x=\pm1$ .Xét $y(1)=-2; y(-1)=2; y(2)=2; y(-2)=-2$. Vậy $x=1;$ hoặc $x=-2$ thì hàm số đạt GTNN. Đáp án là **D.**

Câu 9: Trước hết ta cần tìm điều kiện y để có 2 cực trị $\Leftrightarrow y'(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $3x^2+12x+3(m+2)=0$ cos2 nghiệm 2 phân biệt: $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow 36-9(m+2)>0 \Leftrightarrow m<2$

Xét điều kiện để phương trình có 2 nghiệm:

$x<-1<x_2$. Đặt $t=x+1 \Rightarrow x=t-1 \Leftrightarrow 3(t-1)^2+12(t-1)+3(m+2)=0$

Bài toán lúc này đưa về tìm m để phương trình có 2 nghiệm có hai nghiệm trái dấu. Để có 2 nghiệm trái dấu thì tích 2 nghiệm phải mang dấu âm $m-1<0 \Leftrightarrow m<1$. Đáp án là **B.**

Câu 10: Nhắc lại lý thuyết, xét tính đơn điệu của hàm số, ta xét dấu của đạo hàm :

Nếu $f'(x)>0$ thì hàm đồng biến khoảng xét.

Nếu $f'(x)<0$ thì hàm số nghịch biến trên xét .

Xét $y'(x)=\cos x-2\forall x\in\mathbb{R}$ .Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Đáp án là **D.**

Câu 11: ***<u>Phân tích:</u>*** Cũng như với các hàm số khác, ta so sánh y tại các điểm cự trị và biên ta tìm ra GTNN.

Xét $y'(x)=e^x(x^2-3)+e^x.2x$; $y'(x)=\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$. Do -3 ngoài khoảng $[-2;2]$. Ta chỉ cần xét 3 giá trị còn lại: $y=(1)==-2e; y(-2)=e^{-2}; y(2)=e^2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của y là $-2e$. Đáp án là **B**

Câu 12: Ta biến đổi: $x\log_2 3+\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3}=x\log_2 3+\log_2 3=(x+1)\log_2 3=\log_2(3x^x.3)$. Trở lại vào phương trình ta có $\Leftrightarrow 9^x-4=3^x.3$. Đặt $3^x=t(t>0)$ .Ta có $t^2-3t-4=0$.

Ta thấy $\begin{cases} \Delta = 9 + 4.4 > 0 \\ \dfrac{-4}{1} < 0 \end{cases}$. nên phương trình với t có 2 nghiệm phân biệt trái dấu.Mặt khác ta có điều kiện $t > 0$ nên chỉ có 1 nghiệm thỏa mãn . Đồng nghĩa là phương trình với x cũng có 1 nghiệm duy nhất. Đáp án là **C.**

Câu 13: Nhận xét rằng: $a > b > 1; x > 0 \Rightarrow a^x > b^x$. Do đó đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = b^x$.Đáp án là **A.**

Câu 14: Đây là phương trình trùng phương nên phương pháp cơ bản là đưa về phương trình bậc 2.

Đặt $x^2 = t$ ta có $f(t) = t^2 - 6t - \log_2 m = 0(1)$

Phân tích tiếp: Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 3 nghiệm lớn hơn -1 $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm thỏa mãn $0 < t_1 \le t_2$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \Delta' > 0 \\ f(0) > 0 \\ f(1) < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f(1) = 0 \\ 0 < t_1 < 1 \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + \log_2 m > 0 \\ -\log_2 m > 0 \\ -5 - \log_2 m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{1}{2^9} \\ m < 1 \\ -5 - \log_2 m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{1}{2^5} \\ m < 1 \end{cases}$$

. Đáp án **C.** Đáp án khác.

Câu 15: Cơ số dương phải khác 1. Trích dẫn sách giáo khoa 12 Giải tích như sau: "Cho a là một số dương khác 1 và b là một số dương. Số thực α để $a^\alpha = b$ được gọi là số a của b và ký hiệu là $\log_a b$ tức là $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$ ". Vậy đáp án là **A.**

Câu 16: Ta có: $e^{-x} = \dfrac{1}{e^x} \Rightarrow f(x) = \dfrac{e^x - \dfrac{1}{e^x}}{e^x + \dfrac{1}{e^x}} = \dfrac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$

Áp dụng đạo hàm phép chia: $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$;

$$f(x) = \frac{2e^{2x}\left(e^{2x}+1\right) - 2e^{2x}\left(e^{2x}-1\right)}{\left(e^{2x}+1\right)^2} = \frac{2e^{2x} + 2e^{2x}}{\left(e^{2x}+1\right)^2} = \frac{4}{\left(\dfrac{e^{2x}}{e^x} + \dfrac{1}{e^x}\right)} = \frac{4}{\left(e^x + e^{-x}\right)^2}$$

Bài toán này cần chú ý: $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}; \left(e^{ax}\right)' = ae^{ax}$ .Một số bạn hay quên khi học thuộc đạo hàm của e^x bằng chính nó. Nhưng e^{ax} là hàm hợp, đạo hàm của hàm hợp được tính như sau $f'(x) = f'(u).u'$. Đáp án là **A.**

Câu 17: Ta cần chú ý điều sau đây:

- $0 \le a \le 1 \quad a^m \le a^n \Leftrightarrow m \ge n$
- $a > 1 \quad a^m \le a^n \Leftrightarrow m \le n$

Do $3+\sqrt{2} > 1 \Rightarrow m \le n$. Vậy đáp án là **B.**

Câu 18: Ta có $\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{3}\left(\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} b - \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} a\right)$. Ta cần xuất hiện $\log_a b$ nhưng với cơ số $\frac{\sqrt{b}}{a}$ nên ta cần đổi $\frac{\sqrt{b}}{a}$ lên trên và đổi a, b xuống làm cơ số. Ta nhớ đến công thức $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.Ta có

$$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b = \frac{1}{\log_b \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \log_b a} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}} \quad ; \quad \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a = \frac{1}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}$$

$\Rightarrow \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{3}\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-2} - \frac{2}{\sqrt{3}-2}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}\right)$. Vậy đáp án là **A.**

Câu 19: Tính f'(x) áp dụng công thức đạo hàm cho phép nhân : $(u.v)' = u'v + uv'$; $f'(x) = xe^x + e^x$; $f''(x) = 2e^x + xe^x \Rightarrow f''(0) = 2$. Đáp án là **B.**

Câu 20: Với bài này thì cần phải tách 45 thành tích của 2 và 3.Mà $45 = 3^2.5 = 3^2.2^{-1}.10$

Lưu ý : Ta nên phân tích 45 ra thành tích của các lũy thừa của 2,3 và 10 vì log10=1.

Ta có: $\log 45 = \log 3^2 + \log 2^{-1} + \log 10 = 2\log 3 - \log 2 + \log 10 = 2b - a + 1$.Đáp án **B.**

Câu 21: Với bài toán này ta cần giải phương trình $y' = x^2 y$. Trước hết đổi x, y về 2 vế hai vế ta có: $\frac{y'}{y} = x^2; \frac{dy}{y} = x^2 dx$. Nguyên hàm hai vế: $\Leftrightarrow \ln|y| = x^3 + C \Leftrightarrow y = C_1 e^{\frac{x^3}{3}}$ .Cần tìm C_1 ta tận dụng hết dữ liệu của đề bài đã cho $f(-1) = 1$. Ta có: $1 = C_1 e^{\frac{-1}{3}} \Rightarrow C_1 = e^{\frac{1}{3}}$. Vậy $f(x) = e^{\frac{1}{3}}.e^{\frac{x^3}{3}}$.

Thay $x = 2$ vào $f(x)$ ta được $f(2) = e^{\frac{1}{3}}.e^{\frac{8}{3}} = e^3$. Đáp án là **A.**

Câu 22: Đổi biến: $x^2 + 1 = t; dt = 2xdx$. Ta có: $\int \frac{\sqrt{t}}{2} dt = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}.\frac{1}{2} + C = \frac{t^{\frac{3}{2}}}{3} + C$. Trở lại biến x ta có đáp án **A.**

Câu 23: Ta có $K = \int_0^1 x\ln(x^2+1)dx$. Tương tự $x^2 + 1 = t$.

Khác với nguyên hàm tích phân ta cần chú y đổi cả cận. Ở đây với $x = 0 \to t = 1; x = 1 \to t = 2$.

Chưa hết $\int \ln x dx$ không phải là hàm cơ bản. Nhận thấy $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ta nghĩ ngay tới tích phân từng phần

Công thức tich phân từng phần $\int u.v' = uv - \int u'v$. Áp dụng ta có:

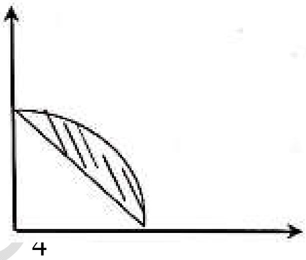
$K = \frac{1}{2}\int_1^2 \ln tdt = \frac{t}{2}\ln t\Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{dt}{2} = \ln 2 - \frac{1}{2}$. Đáp án là **A.**

Câu 24: Nhớ lại định nghĩa (S) giới hạn bởi Ox,Oy,

$y = f(x), y = g(x) \Rightarrow (S) = \int_a^\beta |f(x) - g(x)dx|$

Ta có hoành độ giao điểm $y = \cos x$ và $y = \frac{-2}{\pi}x + 1$ là nghiệm của phương trình $\cos x + \frac{2}{\pi}x - 1 = 0$ dễ thấy có 3 nghiệm là $\frac{\pi}{2}0;\pi$. Ta có:

Giải thích: Do $\cos x + \frac{2}{\pi}x - 1 = 0$ có 3 nghiệm, nên bạn nghĩ tích phân từ $0 \to \pi$ nhưng do giới hạn bởi Ox,Oy nên chỉ từ $0 \to \frac{\pi}{2}$ mà thôi.Phần diện tích giới hạn chính là phần gạch chéo như hình vẽ



$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left|\cos x + \frac{2}{\pi}x - 1\right| dx = \sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{x^2}{\pi}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = 1$

.Đáp án **D.**

Câu 25: Đặt $x^2 = t$. Ta có: Đổi cận: $x = 1, t = 1, x = 2, t = 4$ .Ta có

$2I = \int_1^4 \frac{dt}{t^2(t+1)} = \int_1^4 \frac{t+1-t}{t^2(t+1)}dt = \int_1^4 \frac{dt}{t^2} - \int_1^4 \frac{dt}{t(t+1)} = \frac{-1}{t}\Big|_1^4 - \left(\ln t - \ln(t+1)\right)\Big|_1^4 = \frac{-1}{4} + 1 - \ln 4 + \ln 5 - \ln 2$

$= \frac{3}{4} + \ln 5 - 3\ln 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}; b = \frac{1}{2}c = \frac{3}{8}$

$a + 2b + 4c = 1$. Đáp án là **D.**

<u>Nhận xét:</u> Đây là bài toán khá khó bởi vì bạn phải áp dụng nhiều kỹ thuật, ẩn phụ cũng như tách hợp lý. Một cách tinh tế $1 = t + 1 - t$ được sử dụng nhằm mục đích hạ bậc ở mẫu, giúp ta tính được tích phân dễ dàng hơn rất nhiều

Câu 26: ***<u>Phân tích:</u>*** Với dạng dưới dấu nguyên hàm chứa e^x này thì phương pháp tích phân từng phần được ưu tiên hàng đầu.

Công thức $\int u.v' = uv - \int u'v$. Áp dụng vào bài toán ta có

$\int (2x-1)e^x dx = -(2x+1)e^{-x} + \int 2e^{-x}dx = -(2x-1)e^{-x} - 2e^{-x} + C = -2(x+1)e^{-x} + C$. Đáp án là **B.**

Câu 27: Dễ thấy ngay $(1 - cox)' = \sin x$. Ta nghĩ ngay đến đổi biến . Đặt $1 - \cos x = t$. Đổi cận $x = 0; t = 0; x = \frac{\pi}{2}; t = 1$. Ta có $\int_0^1 t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1}\Big|_0^1 = \frac{1}{n+1}$. Đáp án là **A.**

Câu 28: Đặt $z = a + bi; (a; b \in \mathbb{R})$. Ta có

$\left|2+z\right|=\left|1-i\right| \Leftrightarrow \left|z+a+bi\right|=\left|1-i\right| \Leftrightarrow \left(a+2\right)^2+b^2=1^2+1^2 \Leftrightarrow \left(a+2\right)^2+b^2=2$

Với $z=a+bi$ thì (a,b)là điểm biểu diễn z trên tọa độ Decac. Vì vậy quỹ đạo z chính là đường tròn.Đáp án là **C.**

Câu 29: Cần chú ý rằng $\bar{z}.z=\left|z^2\right|=25$ .Ta đặt $z=a+bi;\left(a;b\in\mathbb{R}\right)$. Thay vào biểu thức ta có:

$\left|z-\left(2+i\right)=\sqrt{10}\right| \Leftrightarrow \left|a+2bi-2-i\right|=\sqrt{10} \Leftrightarrow \left(a+2\right)^2+\left(b-1\right)^2=10$

Kết hợp với $\left|z\right|^2=25 \Rightarrow a^2+b^2=25$ .Ta có:

$\begin{cases}(a-2)^2+(b-1)^2=10\\ a^2+b^2=25\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4b+2a=20\\ a^2+b^2=25\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=4\end{cases}$. Đáp án là **D.**

Câu 30: $z=\dfrac{(1+i)(2-i)}{1+2i}=\dfrac{2+2i-i-i^2}{1+2i}=\dfrac{i+3}{1+2i}=\dfrac{(i+3)(1-2i)}{1+2^2}=\dfrac{5-5i}{5}$ modun$=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

Với những bài này công cụ máy tính rất quan trọng. Các bạn chuyển qua CMPLX và bấm biểu thức ta được kết quả $1-i$ .Vậy modun$=\sqrt{2}$. Đáp án là **D.**

Câu 31: Ta có,thay trực tiếp z_1, z_2 vào biểu thức

$z_1+3z_2=2+3i+3i+3=6i+5$; mod $=\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}$. Đáp án là **C.**

Câu 32: Ta dùng máy tính thu gọn các biểu thức phức tạp như $(1+i)^2(2-i)$ ta được

$(1+i)^2(2-i)=(2-i).2i=4i+2$. Thay vào biểu thức ta có

$\left(2+4i\right)z-\left(1+2i\right)z=8+i; z=\dfrac{8+i}{1+2i}=2-3i$. Đáp án là **C.**

Câu 33 Trước hết phải rút gọn biểu thức vế phải:

$\left(2-i\right)^3\left(1-i\right)=\left(2-i\right)^2\left(2-i\right)\left(1-i\right)=\left(5-4i\right)\left(1-3i\right)=-9-13i$ ta được $z+2\bar{z}=-9+13i$

Một dạng cơ bản đặt $z=a+bi;\left(a;b\in\mathbb{R}\right)$ có:

$a+bi+2a-2bi=-9-13i \Leftrightarrow 3a-bi=-9-13i \Leftrightarrow \begin{cases}-b=-13\\ 3a=-9\end{cases}$. Vậy phần ảo của số thực z là 13

Đáp án là **B**

Câu 34: Thu gọn biểu thức vế phải : $\left(3-2i\right)^2\left(2+i\right)=\left(5-12i\right)\left(2+i\right)=22-19i$

Đặt $z=a+bi;\left(a;b\in\mathbb{R}\right)$. Ta có:

$4a+2bi=22-19i \Leftrightarrow \begin{cases}4a=22\\ 2b=-19\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{11}{2}\\ b=\dfrac{-19}{2}\end{cases}$. Vậy số phức $z=\dfrac{11}{2}-\dfrac{19}{2i}$.Đáp án là **A.**

Câu 35: Ta có thể dùng máy tính để nhanh chóng tính được kết quả: Ở đây:
$i(2-i)(3+i)=(2i+1)(3+i)=6i+3+i-2=7i+1$. Đáp án **B.**

Câu 36: Gọi điểm cần tìm là $A(x;y;z)$. Ta có:

$$\begin{cases} A \in (\Delta) \\ AM \perp (\Delta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = z-2 \\ (x-2).1+(y-0).2+(z-1).1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{2y}{4} = \dfrac{z-1}{1} \\ x+2y+z=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1} = \dfrac{x-1+2y+z-2}{6} \\ x+2y+z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ y=0 \\ z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases}$$. Đáp án là **B.**

Câu 37: Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng chính là khoảng cách từ 1 điểm thuộc mặt phẳng này tới mặt phẳng kia. Dễ nhìn ra $A(-1;0;-1) \in (P)$. Ta có $d\big((P);(Q)\big) = d\big(A,(Q)\big) = \dfrac{|-2-3+1|}{\sqrt{4+1+9}} = \dfrac{4}{\sqrt{14}}$.Đáp án là **D.**

Câu 38: Gọi $I(x,y,z)$. DO I là tâm mặt cầu qua 4 điểm nên ta có:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ IB = ID \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = (x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2 \\ (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = (x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2 \\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2 = (x-2)^2+(y-2)^2+(z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-1)^2 = (y-2)^2 \\ (z-1)^2 = (z-2)^2 \\ (x-1)^2 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y+1=-4y+4 \\ -2z+1=-4z+4 \\ -2x+1=-4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y=3 \\ 2z=3 \\ 2x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=\dfrac{3}{2} \\ z=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$. Đáp án là **C.**

Câu 39: Tìm M là hình chiếu của A ta có do M cũng nằm trên đường thẳng d nên M có dạng sau $M(1+2t;2;-1)$ .Và $\vec{u} = (2;0;0)$ là vec tơ chỉ phương của (d). Ta có :

$\overrightarrow{MA} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(1+2t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{-1}{2}; \overline{MA} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$. Đáp án là **B.**

Câu 40: Đáp án là **C.**

$(\alpha): \overrightarrow{n_1} = (1;1;2); (\beta): \overrightarrow{n_2} = (1;1;-1); (\lambda): \overrightarrow{n_3} = (1;-1;0)$

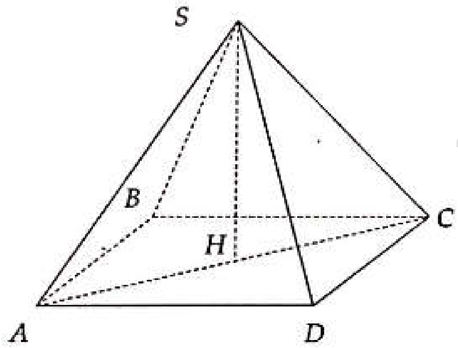
Dễ thấy $(\alpha) \perp (\lambda)$ Do $\overrightarrow{n_1}\overrightarrow{n_3} = 0 \quad \big(1.1+1(-1)+2.0=0\big)$ nên $(\alpha)//(\gamma)$ là đáp án sai

<u>Nhận xét:</u> Ta thấy có 2 đáp án D,C cùng xét 2 mặt phẳng mà đáp án khác nhau. Khi đó ta chỉ cần xét quan hệ giữa hai mặt phẳng đó là có thể giải quyết được bài toán

Câu 41: $(\alpha)\vec{n} = (2;1;3)$; $(d)\vec{u} = (1;-2;0)$; $\vec{n}.\vec{u} = 2.1 + 1(-2) + 3.0$; $\left[\begin{array}{l} d \subset (\alpha) \\ d \parallel (\alpha) \end{array}\right.$ .Lại có:
$2x + y + 3z = -6 + 2t + 2 - 2t + 3 = -1 \Rightarrow d \subset (\alpha)$. Đáp án là **D.**

Câu 42: Biến dổi $(S)(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 25$. Đây là phương trình mặt cầu dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Với R là bán kính mặt cầu và (a,b,c) là tọa độ tâm của mặt cầu. Theo đó $R^2 = 25$ nên $R = 5$. Đáp án là **D**

Câu 43:

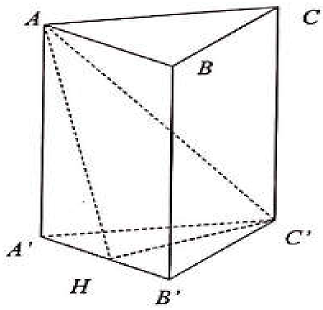


Kẻ $SH \perp AC$. Do hình chóp tứ diện đều $SH \perp (ABCD)$ .Lại có SC hợp với đáy một góc 60°, mà H là hình chiếu của S lên đáy. Ta có: $SCH = 60^\circ$; $CH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $\frac{SH}{CH} = \tan 60 \Rightarrow \tan 60^\circ.CH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

- Tính diện tích đáy: $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$
- Tính thể tích: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Đáp án là **A.**

Câu 44:



Gọi H là trung điểm của A'B'. Ta có $\begin{cases} C'H \perp A'B' \\ (A'B'C') \perp (ABB'A') \end{cases}$ nên H là hình chiếu của C trên $(ABB'A') \Rightarrow C'AH = 60^\circ \Rightarrow \dfrac{AH}{HC'} = \tan 60^\circ$

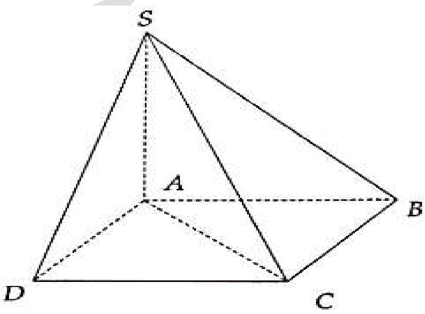
$\Rightarrow AH = .HC'\sqrt{3} = \dfrac{3a}{2}$

Xét tam giác $AA'H$ vuông tại A', theo định lý Pythago: $AA' = \sqrt{\left(\dfrac{3a}{2}\right) - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}$

- Tính diện tích đáy: Tam giác $A'B'C'$ đều nên $C'H = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.a\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$
- Tính thể tích: $V = AA'.S_{ABC} = a\sqrt{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Đáp án là **B.**

Câu 45:



Ta có: $SA \perp (ABCD)$ nên A chính là hình chiếu của S trên $(ABCD)$.

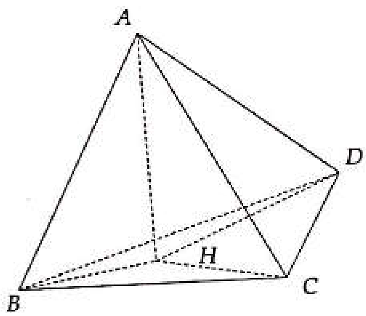
Xét tam giác SAC vuông tại A có $SCA = 45°$

$\dfrac{SA}{SC} = \cos 45° \Rightarrow SA = AC = SC.\cos 45° = a.2\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2a$

- Tính diện tích đáy: $S_{ANCD} = AB^2 = \left(\frac{AC}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 2a^2$
- Tính thể tích: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.2a^2.2a = \frac{4a^3}{3}$

Đáp án là **C.**

Câu 46:



Kẻ $AH \perp (BCD)$ .Do ABCD là hình chóp đều nên H là trọng tâm tam giác BCD

$HB = HC = HD = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Xét tam giác AHC vuông góc tại H. Theo định lý Pythago ta có:

$AH = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}}$

- Tính diện tích đáy:

Tam giác DCB đều có cạnh a nên đường cao của tam giác là $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

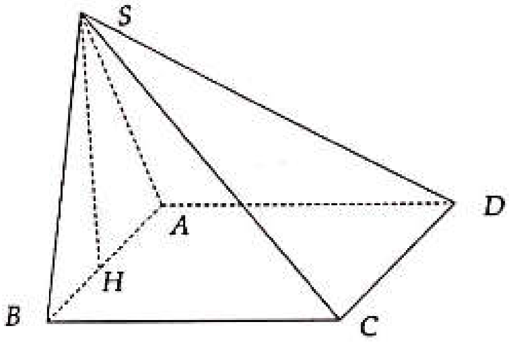
$S_{BCD} = \frac{1}{2}a.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

- Tính thể tích:

$V = \frac{1}{3}.S_{BCD}.AH = \frac{1}{3}\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Đáp án là **B.**

Câu 47:



Kẻ $SH \perp AB$. Do $(SAB) \perp (ABCD)$ nên SH là đường cao của hình chóp.
Xét tam giác SAB đều có đường cao là SH:

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

- Tính diện tích đáy:

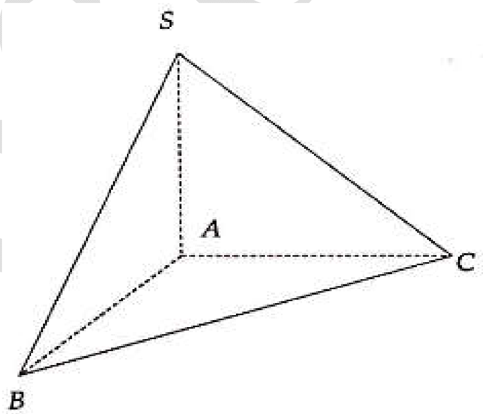
$$S_{ABCD} = AB^2 = a^2$$

- Tính thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.a^2\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

Đáp án là **A.**

Câu 48:



Do Sa là đường cao của hình chóp nên $SCA = 60^\circ$. Ta có: $\frac{SA}{AC} = \tan 60 = \sqrt{3} \Rightarrow AC = \frac{a}{\sqrt{3}}$

- Tính diện tích đáy:

Xét tam giác ABC vuông cân tại A có $AC = \frac{a}{\sqrt{3}}$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AC^2=\frac{a^2}{6}$

- Tính thể tích:

$V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2}{6}=\frac{a^3}{18}$

Đáp án là **C.**

Câu 49: Đáp án đúng là **B.** Với một khối hình hộp chữ nhật có diện tích toàn phần không đổi thì theertichs của nó lớn nhất khi nó là hình lập phương. Thật vậy gọi ba kích thước của hình hộp chữ nhật là a,b,c. Khi đó, ta có:

$$S_{tp}=2\left(ab+bc+ca\right)\text{onst}\ ;\quad V=abc=\sqrt{(ab)(bc)(ca)}\le\sqrt{\left(\frac{ab+bc+ca}{2}\right)^2}\Rightarrow V\le\sqrt{\left(\frac{S_{tp}}{6}\right)^3}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=c$ .Với trường hợp trên ta chỉ cần xét trường hợp hai túi đều là hình lập phương. Gọi hai cạnh của hình lập phương lần lượt là a,b. Khi đó ta có:

$$6a^2+6b^2\Rightarrow a^2+b^2=\frac{3}{2}\ ;\ V_{tong}a^3+b^3=a^3+\left(\frac{3}{2}-a^2\right)^{3/2}\ ;\quad f(x)=x^3+\left(\frac{3}{2}-x^2\right)^{3/2}\ ;0\le x\le\sqrt{\frac{3}{2}}$$

Từ đây ta tìm được thể tích đạt giá trị lớn nhất khi: $x=0;x=\sqrt{\frac{3}{2}}$ và bằng $\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2}m^3$

Câu 50: Mệnh đề **sai là D**.

Ta có được theo phương pháp loại trừ. Hình lập phương chắc chắn là đa diện lồi. Tứ diện cũng là đa diện lồi. Hình hộp cũng là đa diện lồi.

Đa diện lồi là hình mà khi lấy một mặt bất kỳ làm bờ thì tất cả các đỉnh còn lại đều nằm trên một nửa không gian bờ là bề mặt đó.

Khi ghép 2 tứ diện vào nhau không thể đảm bảo điều đó.