ĐÁP ÁN

1B	**2D**	**3A**	**4D**	**5B**	**6B**	**7D**	**8D**	**9A**	**10D**
11A	**12D**	**13C**	**14A**	**15A**	**16C**	**17D**	**18A**	**19B**	**20C**
21D	**22A**	**23B**	**24A**	**25D**	**26C**	**27C**	**28B**	**29A**	**30A**
31B	**32C**	**33D**	**34D**	**35C**	**36B**	**37C**	**38**	**39A**	**40A**
41B	**42D**	**43A**	**44B**	**45C**	**46D**	**47B**	**48A**	**49D**	**50B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án **B.**

a. Sai.Vì điểm cực trị của hàm số là những điểm mà tại điểm đó: Nếu hàm số có đạo hàm thì đạo hàm phải bằng 0,hoặc đó là điểm mà hàm số không có đạo hàm tại điểm đó.(Tham khảo sách giáo khoa Đại số và Giải tích 12,trang số 12).

b. Đúng.Tham khảo sách giáo khoa Đại số và Giải tích 12,trang số 5.

c. Sai.Ta cần chú ý rằng chỉ một trong hai điều $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$ thỏa thì ta đã có $y = y_0$ là đường tiệm cận ngang của $y = f(x)$..(Tham khảo sách giáo khoa Đại số và Giải tích 12,trang số 29).

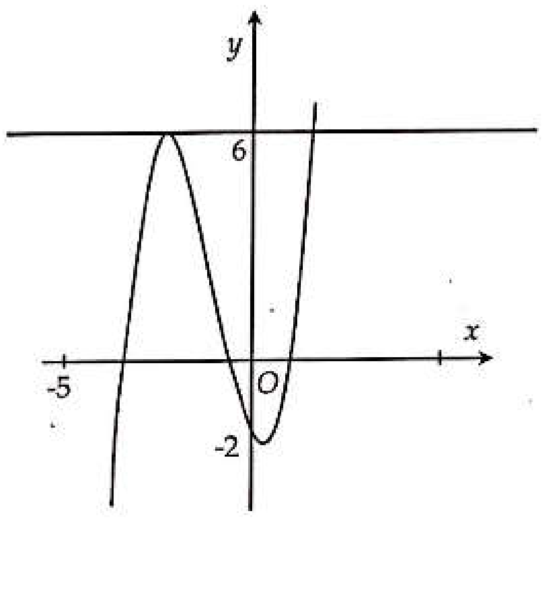
d. Đúng.(Tham khảo sách giáo khoa Đại số và Giải tích 12,trang số 39).Lưu ý ta nên xem sách để biết rõ hơn tính chất của điểm uốn,từ đó biết cách ứng dụng điểm uốn để gải các bài toán có liên quan.

Câu 2: Đáp án **D.** Nhận xét,đây là câu hỏi ở mức độ đơn giản, ở mức độ nắm vững các tính chất của hàm trùng phương, quý độc giả sẽ dễ dàng nhận thấy phát biểu sai.

Đây là dạng đồ thị của hàm trùng phương với hệ số đứng trước x^4 dương, do đó nó sẽ nhận trục Oy làm trục đối xứng và hàm số có 2 điểm uốn, 2 cực đại, 1 cực tiểu

Câu 3: Đáp án **A.** Đầu tiên, quý độc giả, có thể loại đi đáp án B và C, vì chúng có nghĩa tương đương.

Sai lầm có thể mắc phải ở câu này là công thức của hàm,thoạt nhìn có vẻ như đây là hàm bậc 4 với đầy đủ các hệ số, khi đó ta dễ rơi vào bế tắc. Tuy nhiên,quan sát kĩ, quý độc giả có thể thấy điều kiện đã c kiện đã co ban đầu $a = 0$ nghĩa là hàm số trở thành bậc 3 thông thường, lúc này ta dễ dàng được kết quả



Khi quan sát đáp án D, nhìn có vẻ hợp lý, nhưng với loại hàm bậc 3 này thì tiếp tuyến tại điểm cực trị của đồ thị hàm số ngoài điểm chung là tiếp điểm, tiếp tuyến sẽ cắt đồ thị tại một điểm nữa. Ví dụ như đồ thị sau:

Câu 4: Đáp án **D.**

Với bài này ta có thể mạnh dạn tính đạo hàm của từng hàm số, sau đó nhập vào phần giải phương trình bậc 2 của máy tính và tìm nghiệm của đạo hàm.

Hàm số ở đáp án A và C đều có đạo hàm vô nghiệm, thêm hệ số trước x^3 dương nên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$, vì vậy ta loại đáp án A và C.

Ở đáp án B, đạo hàm có hai nghiệm $x=-1, x=3$ và hệ số trước x^3 âm. Do đó, hàm số đồng biến trên $(-1;3)$, vậy loại B ta chọn D.

Câu 5: Đáp án **B**

Nhận thấy trong hình, điểm cực trị ở nhánh trên của đồ thị có tọa độ là $(0;2)$ và dễ dàng xác định được đó là cực tiểu, vì trong khoảng $(-1;+\infty)$ thì tung độ của điểm đó(hay giá trị cực trị) đạt giá trị nhỏ nhất. Mặt khác ta dễ dàng xác định tọa độ giao điểm hai tiệm cận là $(-1;0)$, giao điểm ấy cũng chính là tâm ddooid xứng của đồ thị hàm số đã cho. Do đó, ta suy ra điểm cực trị ở nhánh dưới (nhánh còn lại) của đồ thị là cực đại và có tọa độ là $M(-2;-2)$

Câu 6: Đáp án **B**

Nhận thấy ta cần tìm điều kiện cho hai biểu thức dưới căn và phân thức xác định. Với hai biểu thức dưới căn dễ thấy $\frac{1}{3} \le x \le 3$. Với phân thức ta cần tìm x thỏa $\sin x - \cos x \ne 1 \Leftrightarrow \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \ne \sin\frac{\pi}{4}$, từ đó ta được $x \ne \frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x \ne \pi + k2\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$. Tuy nhiên vì đoạn $\left[\frac{1}{3};3\right]$ khá hẹp nên ta có thể xác định chính xác tập số cần loại bỏ bằng cách cho k chạy một vài giá trị nhỏ thích hợp. Phương án A không thỏa mãn điều kiện vì thiếu $x \ne \frac{\pi}{2}$, phương án C và phương án D khi nhìn kỹ ta sẽ thấy có sai sót một chi tiết nhỏ, chính xác phải là $\left[\frac{1}{3};3\right] \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; (2k+1)\pi / k \in \mathbb{Z}\right\}$. Do đó đáp án chính xác nhất là **B.**

Câu 7: Đáp án **D.** Ta tính được: $f'(x) = \frac{\cos x - \sin x}{2\sqrt{\sin x + \cos x}}$, suy ra $\begin{cases} f'(x)=0 \\ x \in \left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right] \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

Dễ thấy $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt[4]{2}, f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$. So sánh các giá trị suy ra

$\min\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$

Câu 8: Đáp án **D.** Ta tính được $f'(x) = 3x^2 + 6x$, suy ra $\begin{cases} f'(0)=0 \\ x \in [-3;1] \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Dễ thấy $f(-3) = f(0) = 1, f(1) = f(-2) = 5$

So sánh các giá trị suy ra: $\max\limits_{[-3;1]} f(x) = f(1) = f(-2) = 5$

Do đó $a=5, b=1$ hoặc $b=-2$.

- Với $a = 5, b = 1 \Rightarrow x^2 - ax + b = 0$ có hai nghiệm dương
- Với $a = 5, b = -2 \Rightarrow x^2 - ax + b = 0$ có một nghiệm dương

Đây là bài toán tuy không khó nhưng khá dài, mất nhiều thời gian để giải quyết trọn vẹn. Do đó các bạn học sinh cần phải tập luyện thường xuyên để nâng cao tốc độ!

Câu 9: Đáp án **A.** Gọi $M\left(a;\dfrac{a^2+6a+8}{a+1}\right)$ là điểm có tọa độ nguyên, suy ra a nguyên và $\dfrac{a^2+6a+8}{a+1}$ nguyên. Mặt khác ta có $\dfrac{a^2+6a+8}{a+1} = a+5+\dfrac{3}{a+1}$. Do đó $\dfrac{a^2+6a+8}{a+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3$ chia hết cho $a+1$, suy ra $a \in \{-4;-2;0;2\}$ .Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn, suy ra có 4 điểm có tọa độ nguyên

Câu 10: Đáp án **D.** Ta tính được $f'(x) = 3x^2 4x + 1$, suy ra: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$

Hàm số có hai cực trị nên $m = 2 \Rightarrow n = 0 \Rightarrow I(0;2)$.

Nhận thấy 4 phương án, các đường thẳng không có cùng hệ số góc, nên quý độc giả cần tính $f'(2) = 5$ thì có thể chọn được phương án **D**

Câu 11:Đáp án **A.** Ta tính được $f'(x) = x - 8 + \dfrac{10}{x+1} = \dfrac{x^2-7x+2}{x+1}$ suy ra:

$$\begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in \left(\dfrac{1}{2};15\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7-\sqrt{41}}{2} \\ x = \dfrac{7+\sqrt{41}}{2} \end{array}\right. \\ x \in \left(\dfrac{1}{2};15\right) \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{7+\sqrt{41}}{2}$$

Kiểm tra lại $f''\left(\dfrac{7+\sqrt{41}}{2}\right) \neq 0$. Do đó $x = \dfrac{7+\sqrt{41}}{2}$ là điểm cực trị duy nhất của hàm số trong $\left(\dfrac{1}{2};15\right)$

Câu 12: Đáp án **D.** Ta thấy tất cả các phương án đề cập trong đề bài đều cần đến y'. Do đó ta có $y' = \dfrac{-3}{2\sqrt{4-3x}} < 0$ voi $\forall x \in [-1;1]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $[-1;1]$. Do đó $\begin{cases} \max\limits_{[-1;1]} y = y(-1) \\ \min\limits_{[-1;1]} y = y(1) = 1 \end{cases}$

Câu 13: Đáp án **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Ta có:

$\lim\limits_{x \to 2^-} y = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{3}{x-2} = \infty; \lim\limits_{x \to 2^+} y = \lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{3}{x-2} = +\infty \Rightarrow TCD : x = 2.$ Lại có:

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim \dfrac{3}{x-2} = 0; \lim\limits_{x \to -\infty} y = 0 \Rightarrow TCN : y = 0.$

Câu 14: Đáp án **A.** Nhận thấy vế trái là một phân thức với tử thức có thể đưa về dạng phương trình tích quen thuộc và mẫu thức là một biểu thưc logarit có chứa ẩn, vế phải bằng 0.

Điều kiện để $\log_{x-1}(10) \neq 0$ và $\log_{x-1}(10)$ xác định là

$\begin{cases}(x-1)^0 \neq 10 \\ x-1>0 \\ x-1 \neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1 \neq 10 \\ x>1 \\ x \neq 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>1 \\ x \neq 2\end{cases}$. Với $\left(3^x+4^x-5^x\right)^{2016}=0,$ chúng ta có thể tìm được nghiệm duy nhất $x=2$ bằng phương pháp hàm số. Với $\left(x^2+3x-4\right)^{2017}=0,$ chúng ta dễ dàng suy ra hai nghiệm phân biệt $x=1, x=-4$.

Kết hợp điều kiện ta loại $x=1, x=2, x=-4$. Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 15: Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\log_4 x \Leftrightarrow x=4^t$. Bất phương trình đã cho trở thành :

$\log_5(3+2^t) \Leftrightarrow 3.\left(\frac{1}{5}\right)^t+\left(\frac{2}{5}\right)^t>1$. Xét hàm số $f(t)=3.\left(\frac{1}{5}\right)^t \Leftrightarrow 3.\left(\frac{1}{5}\right)^t+\left(\frac{2}{5}\right)^t$ với $t \in \mathbb{R}$

Ta tính được $f'(t)=3.\left(\frac{1}{5}\right)^t \ln\frac{1}{5}+\left(\frac{2}{5}\right)^t \ln\frac{2}{5}<0, \forall t \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ngoài ra $f(1)=1$,suy ra $t=1$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(t)=1$

Từ phương trình đã cho ta kết hợp với $f(t)=1$ ta được $f(t)>f(1) \Leftrightarrow t<1$ .Hay $\log_4 x<1 \Leftrightarrow 0<x<4$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=(0;4)$. Đáp án **A.**

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Kết luận tập nghiệm sai.Khắc phục sai lầm này bằng cách cẩn thận kết luận khi đã giải ra được đáp số,nên vẽ trục số để quan sát và nhận xét.

Câu 16: Đây chính là mở rộng của câu 12,đề số 1, tuy nhiên được nâng cấp làm đề bài phức tạp hơn, đòi hỏi phải xử lý khéo léo đưa về dạng phương trình mũ cơ bản.

Vì $25^x>0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên chia 2 vế cho 25^x được $1=\left(\frac{9}{25}\right)^x+2\left(\frac{1}{5}\right)^x+2.\left(\frac{3}{25}\right)^x, \forall x \in \mathbb{R}$. Ta dễ dàng tính được $f'(x)$ theo công thức và nhận thấy $f'(x)<0 \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $f(x)$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $f(1)=1 \Rightarrow x=1$ là nghiệm duy nhất của phương trình. Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=1$. Đáp án **C**.

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Không nhận xét được vai trò của 5^{2x}, do đó không thực hiện được phép chia hai vế cho phương trình 25^x và không nhận thấy được sự xuất hiện của phương pháp hàm số trong bài toán.

Câu 17: Mặc dù xuất hiện nhiều cơ số nhưng nhìn chung có thể quy về hai cơ số chính là 4 và 7 ở hai vế phương trình. Sau đó thực hiện phép chia chuyển về một cơ số là $\frac{4}{7}$ hoặc $\frac{7}{4}$.

Với câu này có thể đặt ẩn phụ $t=\lg(4x)$ cho dễ nhìn và tránh sai sót trong quá trình xử lí. Điều kiện $x>0$

Phương trình đã cho tương đương:

$$\frac{1}{2}.4^{\lg(4x)}+3.4^{\lg(4x)}=7^{\lg(4x)}.\frac{1}{7} \Leftrightarrow \left(\frac{4}{7}\right)^{\lg(4x)}=\frac{1+\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}+3}=\frac{16}{49}=\left(\frac{4}{7}\right)^2 \Leftrightarrow \lg(4x)=2 \Leftrightarrow x=25$$

So với điều kiện ta nhận. Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là 25. Đáp án **D**

Câu 18: Điều kiện:

$\begin{cases} \dfrac{x+7}{x-2} > 0 \\ x-\sqrt{2} > 0 \\ x-\sqrt{2} \neq 1 \\ x > 0 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 1+\sqrt{2} \end{cases}$. Vậy tập xác định của bất phương trình đã cho là: $D=(2;+\infty)\backslash\{1+\sqrt{2}\}$

Đáp án **A.**

Sai lầm thường gặp: Thông thường khi kết luận tập nghiệm hay tập xác định ta dùng dạng $(2;+\infty)\backslash\{1+\sqrt{2}\}$,nhưng trong câu này ta cần nắm rõ cách chuyển đổi giữa các phép toán tập hợp và cẩn thận chọn đáp án chính xác. Nếu không phân biệt được $\cup$ và $\cap$ ta sẽ chọn nhầm C. Nếu không chú ý đên $1+\sqrt{2}$ ta sẽ chọn nhầm B,D.

Câu 19: Điều kiện

$\begin{cases} x \neq 4 \\ \log_6 \dfrac{x^2+x}{x+4} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2+x}{x+4} > 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-4}{x+4} > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4 < x < -2 \\ x > 2 \end{array}\right. \\ \dfrac{x^2+x}{x+4} > 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của bất phương trình đã cho là $D=(-4;-2)\cup(2;+\infty)$. Đáp án **B**

Sai lầm thường gặp: Đọc nhầm đề từ "tập xác định" thành "tập nghiệm"ta sẽ chọn nhầm **A.** Không nắm vững kiến thức tập hợp ta sẽ chọn nhầm **C**. Nếu giải thiếu trường hợp $(-4;-2)$ ta sẽ chọn nhầm **D.**

Câu 20: Ta có: $\log_a b^2 = x,$ suy ra $\log_a b = \dfrac{x}{2}$. Mặt khác $\log_{b^2}\sqrt{c} = y,$ suy ra $\log_b c = 4y$.

Áp dụng công thức $\log_a b.\log_b c.\log_c a = 1$ ta được $\log_c a = \dfrac{1}{\log_z .\log_b c} = \dfrac{1}{\dfrac{x}{2}.4y} = \dfrac{1}{2xy}$. Đáp án **C.**

Sai lầm thường gặp: Sai sót trong quá trình biến đổi các đại lượng $\log_a b^2$ hoặc $\log_{b^2}\sqrt{c}$ sẽ dẫn đến các đáp án khác không tìm được đáp án thích hợp.

Câu 21: Trước hết ta tính $y' = \dfrac{2x}{(\ln 2).(x^2+1)}$. Tiếp theo ta tính $y'' = \dfrac{2}{\ln 2}.\dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$

Suy ra $\dfrac{y''}{y'} = \dfrac{1-x^2}{x(x^2+1)}$. Đáp án **D.**

Sai lầm thường gặp: Không chú ý đến dấu ta sẽ chọn nhầm **A** hoặc **C**. Không cẩn thận quan sát ta sẽ chọn nhầm **B**. Chú ý rằng các đáp án được nêu ra trong câu trắc nghiệm về hình thức sẽ khác kết quả đầu tiên mà bạn đọc thường tìm được khi giải bài toán theo kiểu tự luận, cẩn thận biến đổi và lựa chọn chính xác.

Câu 22: Phát biểu 1 sai vì cần có thêm điều kiện $a \neq 1$.

Phát biểu 2 sai , ta có thể kiểm chứng bằng thực nghiệm với trường hợp $a=2$.

Phát biểu 3 và phát biểu 4 đúng, vì một hàm số đồng biến và một hàm số nghịch biến có tối đa 1 điểm chung, ngoài ra ta nhẩm đươc (0;1) là giao điểm được nhắc đến trong phát biểu 3 và (1;0) là giao điểm được nhắc đến trong phát biểu 4.
Phát biểu 5 sai, vì một hàm số đồng biến và một hàm số nghịch biến có tối đa 1 điểm chung.
Đáp án **A.**
Sai lầm thường gặp: Trong phát biểu 1, nếu không phát hiện ra điều kiện $a \neq 1$ bị thiếu,ta sẽ chọn nhầm **A**. Ngoài ra các phát biểu 2,3,4,5 cần xem xét cẩn thận tính đồng biến, nghịch biến của hàm số đã cho,kỹ thuật nhỏ giúp cải thiện tốc độ, dựa vào giá trị a,b thuộc (0;1) hay $(1;+\infty)$ để xác định .

Câu 23: Nhận thấy tích phân này có thể có dạng $I=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b \frac{g'(x)}{g(x)}dx$.

Ta có $\frac{e^x(3x-2)+\sqrt{x-1}}{e^x(x-1)+\sqrt{x+1}}=1+\frac{e^x(2x-1)}{e^x(x-1)+\sqrt{x+1}}$

Xét thấy $\frac{e^x(2x-1)}{e^x(x-1)+\sqrt{x+1}}$ vẫn chưa có dạng $\frac{g'(x)}{g(x)}$.

Chia cả tử và mẫu cho $\sqrt{x-1}$ ta được $\frac{\frac{e^x(2x-1)}{\sqrt{x-1}}}{e^x\sqrt{x-1}+1}$

Đạo hàm của mẫu $\left(e^x\sqrt{x-1}+1\right)'=\frac{e^x(2x-1)}{2\sqrt{x-1}}$. Ta có: $I=\int_2^5 dx+\int_2^5 \frac{e^x(2x-1)}{e^x(x-1)+\sqrt{x+1}}dx$

- Tính $I_1=\int_2^5 dx=x\Big|_2^5=5-2=3$
- Tính $I_2=2\int_2^5 \frac{\frac{e^x(2x-1)}{2\sqrt{x-1}}}{e^x\sqrt{x-1}+x}dx=2\int_2^5 \frac{\left(e^x\sqrt{x-1}+1\right)'}{e^x\sqrt{x-1}+1}dx=2\ln\left(e^x\sqrt{x-1}+x\right)\Big|_2^5=2\ln\frac{2e^5+1}{e^2+1}$

Vậy $I=I_1+I_2=3+\ln\frac{2e^5+1}{e^2+1}$. Chọn đáp án **B.**

Câu 24: Ta có $\sqrt{x\left(3^x+1\right)}\geq 0,\forall x\geq 0$ và $\sqrt{x\left(3^x+1\right)}=0 \Leftrightarrow x=0$. Do đó thể tích khối cầu tròn xoay cần tính là: $V=\pi\int_0^1 x(3^x+1)dx=\pi\int_0^1 x3^x dx+\pi\int_0^1 xdx=\pi\int\ x3^x dx+\frac{\pi}{2}$

Tính $\int_0^1 x3^x dx$. Đặt $u=x, dv=3^x dx$. Suy ra $du=dx; v=\frac{3^x}{\ln 3}$

Theo công thức tích phân từng phần ta có:

$$\int_0^1 x3^x dx=\frac{x3^x}{\ln 3}\Big|_0^1-\frac{1}{\ln 3}\int_0^1 3^x dx=\frac{3}{\ln 3}-\frac{1}{\ln^2 3}3^x\Big|_0^1=\frac{3}{\ln 3}-\frac{2}{\ln^2 3}$$

Vậy $V=\pi\left(\frac{3}{\ln 3}-\frac{2}{\ln^2 3}+\frac{1}{2}\right)$. Chọn đáp án **A.**

Câu 25: Trước tiên ta cần tìm nguyên hàm của $\sin x\cos 2x$, ta có:

$$\int \sin x\cos 2xdx=\int \sin x(2\cos^2 x-1)dx=\int (1-2\cos^2 x)d(\cos x)=\cos x-\frac{2}{3}\cos^3 x$$

Đặt $u = dx, v = \cos x - \frac{2}{3}\cos^3 x$. Theo công thức tính tích phân từng phần ta có:

$$I = \int_0^a x\sin x\cos 2x dx = x\left(\cos x - \frac{2}{3}\cos^3 x\right)\Big|_0^a - \int_0^a \left(\cos x - \frac{2}{3}\cos^3 x\right)dx$$

$$= x.\left(\cos x - \frac{2}{3}\cos^3 x\right)\Big|_0^a - \sin x\big|_0^a + \frac{2}{3}\int_0^a (1-\sin^2 x)\cos x dx$$

$$= x.\left(\cos x - \frac{2}{3}\cos^3 x\right)\Big|_0^a - \sin x\big|_0^a + \frac{2}{3}\int_0^a (1-\sin^2 x)d\left(\sin x\right)$$

$$= x.\left(\cos x - \frac{2}{3}\cos^3 x\right)\Big|_0^a - \sin x\big|_0^a + \frac{2}{3}\left(\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}\right)\Big|_0^a$$

$$= a\left(\cos x - \frac{2}{3}\cos^3 x\right) - \sin a + 1 + \frac{2}{3}\left(\sin a - \frac{\sin^3 x}{3}\right) - \frac{4}{9}$$

Theo đề bài ta có

$$I = \int_0^a x\sin x.\cos 2x dx = \frac{5}{9} \Leftrightarrow a\left(\cos a - \frac{2}{3}\cos^3 a\right) - \sin a + 1 + \frac{2}{3}\left(\sin a - \frac{\sin^3 x}{3}\right) - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{2}$$

Chọn đáp án **D.**

Câu 26: Câu này chỉ yêu cầu tính I thì ta có thể dễ dàng bấm máy và chọn ngay được kết quả nhưng để khắc phục dùng Casio-Vinacal đề lại yêu ta tính $2b + a^2$ nên buộc ta phải tính I. Nhận xét đây là tích phân hữu tỷ nên chúng ta cần phải phân tích đưa về dạng có thể lấy nguyên hàm được. Ta cần biến đổi $\frac{1}{x + x^3}$ về dạng có thể tìm được nguyên hàm

$$I = \int_1^e \frac{dx}{x + x^3} = \int_1^e \frac{dx}{x(1+x^2)} = \int_1^e \frac{xdx}{x^2(1+x^2)}xdx = \int_1^e \frac{dx}{x} - \frac{1}{2}\int_1^e \frac{d(x^2+1)}{x^2+1} = \ln|x|\Big|_1^e - \frac{1}{2}\ln\left|+x^2\right|\Big|_1^e = 1 - \frac{1}{2}\ln\frac{1+e^2}{2}$$

Suy ra $a = 1, b = \frac{-1}{2}$ từ đó tính được $2b + a^2 = 2.\left(\frac{-1}{2}\right) + 1^2 = 0$. Chọn đáp án **C.**

Câu 27: Theo công thức $S = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left|\frac{x}{\sqrt{1-x^4}}\right| dx = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x}{\sqrt{1-x4}}dx$.Đặt $x^2 = \sin t \Rightarrow 2xdx = \cos t dt$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

Do đó $S = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{2\sqrt{1-\sin^2 t}}dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{2} = \frac{t}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{12}$. Chọn đáp án **C.**

Câu 28: Mấu chốt của bài toán nằm ở việc chia cả tử và mẫu cho 2 để đưa biểu thức $\sqrt{3}\cos x - \sin x$ về dạng quen thuộc. Ta có

$$\int \frac{dx}{\sqrt{3}\cos x - \sin x} = \frac{1}{2}\int \frac{dx}{\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{1}{2}\int \frac{\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}{1 - \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}dx$$

Đặt $t=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\Rightarrow dt=\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)dx$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{3}\cos x-\sin x}dx=\frac{-1}{2}\int\frac{dt}{t^2-1}=\frac{-1}{4}\int\left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t+1}\right)dt=\frac{-1}{4}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|+C=\frac{-1}{4}\ln\left|\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1}{\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+1}\right|+C$$

Chọn đáp án **B.**

Câu 29: Đặt $\begin{cases}u=\frac{1}{\sin x}\\ dv=\frac{1}{\sin^2 x}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{-\cos x}{\sin^2 x}dx\\ v=-\cot x=-\frac{\cos x}{\sin x}\end{cases}\Rightarrow\int\frac{1}{\sin^3 x}dx=\frac{-\cos x}{\sin^2 x}-\int\frac{\cos^2 x}{\sin^3 x}dx$

$$=-\frac{\cos x}{\sin^2 x}-\int\frac{1-\sin^2 x}{\sin^3 x}dx=\int\frac{1}{\sin^3 x}dx=-\frac{\cos x}{\sin^2 x}-\int\frac{1}{\sin^3 x}dx+\int\frac{dx}{\sin x}dx\Rightarrow 21=-\frac{\cos x}{\sin^2 x}+\int\frac{dx}{\sin x}$$

Tính:

$$\int\frac{dx}{\sin x}=\int\frac{1}{2\sin\frac{x}{2}.\cos\frac{x}{2}}dx\int\frac{1}{2\tan\frac{x}{2}.\cos^2\frac{x}{2}}dx=\int\frac{d\left(\tan\frac{x}{2}\right)}{\tan\frac{x}{2}}=\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|+C$$

$\Rightarrow I=\frac{-1}{2}.\frac{\cos x}{\sin^2 x}+\frac{1}{2}\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|+C$. Chọn đáp án **A.**

Câu 30: Đây là một câu thuộc mức đôl dễ không nên để mát quá nhiều thời gian.

Cách 1(tính trực tiếp) Ta có w=z$^6=(1+i)^6=\left[(1+i)^2\right]^3=(2i)^3=8.i^2.i=-8i$

Cách 2(dùng máy tính): Sau khi chuyển máy tính qua chế độ $\boxed{CMPLX}$ ta sẽ tiến hành tính z^6 với lưu ý nhoe là các dòng máy tính cũ (trừ **CASIO** fx-**570VNP LUS) "chỉ"** tính được phép tính dạng $(a+bi)^2$ và $(a+bi)^3$ nên ta sẽ phân tích z^6 thành $\left(z^2\right)^3$, tính z^2 bằng máy tính, sau đó lũy thừ ba kết quả vừa tìm được $\boxed{\textbf{ANS}}$ ta sẽ nhận được giá trị cần tìm. Đáp án **A.**

<u>Sai lầm thường gặp:</u> Bài này thuộc mất độ cơ bản chỉ làm "mất thời gian"nếu không biết lỹ thuật làm nhanh bằng máy tính, chỉ cần cẩn thận sẽ tìm được đáp án chính xác. Khuyến khích xài dòng máy **CASIO-fx-570VN PLUS** vì có nhiều tính năng nổi bật, vượt trội hơn các dòng máy trước đó

Câu 31: Đây chính là một câu hỏi khác của câu 31 đề số 1. Ta có $x=x+yi$, suy ra

$|x+yi+i|=2\Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=4$

Vậy quỹ tích cần tìm là đường tròn có phương trình $x^2+(y+1)^2=4$. Đáp án **B.**

Câu 32: Sau khi chuyển máy tính qua chế độ $\boxed{CMPLX}$ ta sẽ nhập biểu thức cần tính trực tiếp vào và nhận được kết quả mong muốn. Với biểu thức này chỉ chứa lũy thừa bậc 2 và bậc 3, nên hầu hết các dòng máy **PLUS** (kể cả **CASIO** và **VINACAL**) để có thể tính được dễ dàng. Đáp án **C.**

Câu 33: Đây là một câu phức tạp nhưng cơ bản, cần làm nhiều bài tập tự luyện để tăng tốc độ và quan kỹ năng cũng như hướng xử lý.

Xét phương trình $z^2+(1+2i)z+\frac{1}{2}-2i=0$. Ta tính được:

$\Delta=(1+2i)^2-4\left(\frac{1}{2}-2i)\right)=-5+12i=(2+3i)^2$

Suy ra $z_1=\frac{-1-2i+2+3i}{2}=\frac{1+i}{2}$ (nhận) và $z_2=\frac{-1-2i-2-3i}{2}=\frac{-3-5i}{2}$ (loại)

Do đó $z^2=\left(\frac{1+i}{2}\right)^2=\frac{i}{2}$. Vậy $a=0,b=\frac{1}{2}$ hay $K=-1$. Đáp án **D.**

Sai lầm thường gặp: Tính biệt thức Δ, sai công thức nghiệm, hoặc sai kết luận nghiệm đều dẫn đến chọn nhầm đáp án hoặc không tìm được đáp án thích hợp.

Câu 34: Đọc kỹ đáp án ta thấy **A** và **D** chăc chắn có ít nhất một đáp án sai, **B** và **C** chăc chắn có ít nhất một đáp án sai. Khi không còn thời gian suy nghĩ, học sinh có thể dựa vào phân tích trên để chọn đáp án **D**, cơ hội chọn đúng sẽ cao hơn các đáp án khác.

Mô đun của sô phức z là $|z|=\sqrt{24^2+2^2}=2\sqrt{145}$. Số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z}=24-2i$. Đây là câu hỏi mang tính chất tổng hợp các khái niệm của số phức và những liên quan, mức độ có thể nâng cao biến đổi cách hỏi thành “chọn số phát biểu đúng” . Đáp án **D.**

Sai lầm thường gặp: Đọc đề không cẩn thận và không nắm vững kiến thức cơ bản về số phức cũng như các khái niệm liên quan.

Câu 35: Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy trùng với trọng tâm G của tam giác ABC đều. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Khi đó $GM=\frac{1}{3}AM=\frac{\sqrt{3}}{6}a$. Ta có ΔSBC cân tại S nên $SM\perp Bc$. Mà $GM\perp Bc$ nên $\widehat{((ABC);(SBC))}=\widehat{(GM;SM)}=\widehat{SMG}=45°$. Suy ra ΔSMG vuông cân tại G nên $SG=FGM=\frac{\sqrt{3}}{6}a$. Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SG=\frac{1}{24}a^3$. Chọn đáp án **C.**

Câu 36: Chia đáy của lăng trụ đã cho thành tam giác cân có chung đỉnh O là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy. Khi đó diện tích mỗi tam giác cân là $\frac{5}{3}r^2\sin 72°$. Do đó thể tích lăng trị là $V=\frac{5}{2}hr^2\sin 72°$

Chọn đáp án **B.**

Câu 37: Goi N là trung điểm của BB’. Do $B'C\parallel MN$ nên $B'C\parallel(AMN)$. Suy ra

$d(B'C,AM)=d(B'C,(AMN))=d(B',(AMN))$. Vì N là trung điểm của BB’ nên

$d(B',(AMN))=d(B,(AMN))$

Hình chóp B.AMN có AB,BM,BN đôi một vuông góc. Gọi H là hình chiếu của B lên (AMN) thì $\frac{1}{BH^2}=\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{BM^2}+\frac{1}{BN^2}=\frac{7}{a^2}$. Suy ra $BH=\frac{a\sqrt{7}}{7}$. Vậy $d(B'C,AM)=\frac{a\sqrt{7}}{7}$. Chọn đáp án **C.**

Câu 38: Đáy của hình chóp đã cho là hình thoi $ABCD$. Vì $SB=SC=SD=1$ nên chân đường cao hạ từ H hạ từ S vuông goác với $(ABCD)$ nằm trên đường trung trực của BD .Suy ra H thuộc được thẳng AC Vậy đường cao của hình chóp cũng là đường cao của tam giác SAC.

Để tính được đường cao SH ta tìm hiểu xem tam giác SAC có tính chất gì đặc biệt?

Gọi O là giao điểm cảu đường chéo AC và BD . Vì $\Delta SBD=\Delta CBD$ (c.c.c) nên $SSO=CO=AO$

Từ đó tam giác SAC vuông tại S. Vậy $SH.CA=SC.SA\Leftrightarrow SH=\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$

Câu 39: Gọi H và I lần lượt là trung điểm của AC và AB ,khi đó $A'H\perp(ABC)$ và $HI\perp AB$. Suy ra $A'I\perp AB$.

Do đó, $\widehat{A'IH}=60^\circ$. Ta có $HI=\frac{BC}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$; $A'H=HI.\tan 60^\circ=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\frac{3a}{2}$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. Từ đó suy ra: $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{3a}{2}=\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$. Chọn đáp án **A.**

Câu 40: Tam giác ABC vuông cân B $AC=2a$ nên $AB=BC=a\sqrt{2}$.

Do đó $S_{ABC}=\frac{1}{2}.AB.BC=a^2$.

Vì $SA\perp(ABC)$ nên SA là chiều cao của hình chóp $SABC$. Suy ra $V_{SABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.Sa=\frac{a^3}{3}$

Ta có; $\frac{V_{SAIC}}{V_{SABC}}=\frac{SI}{SB}=\frac{1}{3}$. Suy ra $V_{SAIC}=\frac{a^3}{9}$. Chọn đáp án **A**

Câu 41:Đáy của một tứ diện đều là hình vuông cạnh a nên diện tích đáy bằng a^2. Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$, M là trung điểm cạnh AB .Xét ΔSAM vuông tại M nên có:

$SM=\sqrt{SA^2-AM^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét ΔSMH vuông tại H nên có: $SH=\sqrt{SM^2-HM^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra $V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Chọn đáp án **B.**

Câu 42: Giả sử $O=AC\cap BD$, H là trung điểm của AO ,thì $MH\perp(ABCD)$.

Từ đó HN là hình chiếu vuông góc của MN lên $(ABCD)$, do đó $\widehat{MNH}=60^\circ$. Áp dụng định lý cosin cho tam giác HNC có

$$HN^2=CH^2+CN^2-2CH.CN.\cos\widehat{HCN}=\left(\frac{3}{4}a\sqrt{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2-2\left(\frac{3}{4}a\sqrt{2}\right)\left(\frac{a}{2}\right)\cos 45^\circ=\frac{5a^2}{8}\Rightarrow HN=\frac{a\sqrt{10}}{4}$$

Suy ra $MN=\frac{HN}{\cos\widehat{MNH}}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Ta có $AC\perp BD$ và $AC\perp SO$ nên $AC\perp(SBD)$. Góc α là góc giữa MN và AC thì góc giữa MN và (SBD) là $\beta=90^\circ-\alpha$

Gọi I là trung điểm của AB thì $IN\parallel IC$. Do đó $\left(\widehat{MN,AC}\right)=\left(\widehat{MN,IN.}\right)$

Ta có $MH=MN.\sin\widehat{MNH}=\frac{a\sqrt{10}}{2}.\sin 60^\circ=\frac{a\sqrt{30}}{4}$; $IN=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}, MN=\frac{a\sqrt{10}}{2}$

$IM=\frac{1}{2}SB=\frac{1}{2}\sqrt{SO^2+OB^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4MH^2+OB^2}=a\sqrt{2}$

Mặt khác $\cos\widehat{INM}=\frac{IN^2+MN^2-IM^2}{2IN.MN}=\frac{1}{\sqrt{5}}$. Suy ra $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}}\Rightarrow\sin\beta=\frac{\sqrt{5}}{5}$. Chọn đáp án **D.**

Câu 43: Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(1;2;-3)$. Đường thẳng d đi qua A vuông góc với mặt phẳng (P).

Ta suy ra: $(-1+t)+2(4+2t)-3(3-3t)+6=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{7}\Rightarrow\left(-\frac{9}{7};\frac{24}{7};\frac{27}{7}\right)$. Chọn đáp án **A**

Câu 44: Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-1;5)$ và có VTCP $\vec{a}=(3;3;2)$.

Ta có $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b} = (4;-1;5), \overrightarrow{MM'} = (0;-1;-6); \vec{n}.\overrightarrow{MM'} = 0 + 1 + 30 \neq 0$

Nên Δ và Δ' là hai đường thẳng chéo nhau. Mặt khác $\vec{a}\vec{b} = 3 + (-2) + 10 \neq 0$.

Do đó Δ và Δ' không vuông góc với nhau. Vậy hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau nhưng không vuông góc với nhau. Chọn đáp án **B**

Câu 45: Phương trình đường thẳng AB đi qua điểm $A(2;1;0)$ có VTCP $\overrightarrow{AB} = (-5;1-5)$ là:

$AB: \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + t \\ x = -5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Gọi điểm $M(2-5m;1+m;-5m), m \in \mathbb{R}$ thuộc đường thẳng AB sao cho $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB} = 0$ (đường thẳng MC vuông góc với AB). Ta tính được $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{51}$ và $\overrightarrow{MC} = (5m+1;1-m;5m+4)$. Ta có:

$\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -5(5m+1) + (1-m)5(5m+4) = 0 \Rightarrow m = -\dfrac{8}{17}$

Suy ra $\overrightarrow{MC} = \left(\dfrac{-23}{17};\dfrac{25}{17};\dfrac{28}{17}\right) \Rightarrow \left|\overrightarrow{MC}\right| = \sqrt{\dfrac{1938}{289}}$ .Vậy $S_{ABCD} = AB.MC \approx 18,49324201...$ Đáp án **C**

Câu 46: Ta có

$\overrightarrow{IP} = 3\overrightarrow{IQ} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OI} + 3\left(\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OI}\right)\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OP} + 3\overrightarrow{OQ} = 4\overrightarrow{OI}$

Hay $\begin{cases} 4x_1 = x_P + 3x_Q \\ 4y_1 = y_P + 3 \\ 4z_1 = z_p + 3z_Q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 6 \\ z_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2;6;0)$. Chọn đáp á **D.**

Câu 47: Mặt phẳng $(A'BD)$ có VTPT là $\overrightarrow{n_1} = \overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BA} = (ab;ab;a^2)$.

Mặt phẳng (BDM) có VTPT là $\overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BM} = \left(\dfrac{ab}{2};\dfrac{ab}{2};-a^2\right)$.

Ta có : $(A'BD) \perp (BDM) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}\overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{a^2b^2}{2} + \dfrac{a^2b^2}{2} - a^4 0 \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow \dfrac{a}{b} = 1$, Chọn đáp án **B**

Câu 48: Một cách tổng quát mặt cầu: $(S): x^2 + y^2 + z^2 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có tọa độ tâm $I(a;b;c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$. Vậy mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 11 = 0$ có tâm $I(2;-1;3$ và bán kính $R = 5$. Chọn đáp án **A.**

câu 49: : Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_P} = (2;-1;3)$. Mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) và song song với trục Oy nên nhận $\vec{n} = \overrightarrow{n_P} \wedge \vec{j} = (-3;0;2)$. là $(Q): 3x - 2z - 1 = 0$. Chọn đáp án **D.**

Câu 50: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1))$ và bán kính $R = \sqrt{41}$.

Gọi E, r lần lượt là tâm bán kính đường tròn giao tuyến, M là một điểm nằm trên đường tròn đó .

Khi đó $ME = 4, IE \perp (P)$ và $IE = d(I;(P))$.Ta có:

$d(I;(P)) = \dfrac{|0.(1) + .(-2) + 4(1) + 23|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5$.Lại có $r^2 + IE^2 = R^2 \Leftrightarrow r^2 = \left(\sqrt{41}\right)^2 - (5)^2 = 16$ suy ra $r = 4$. Vậy đường kính đường tròn giao tuyến là 8. Chọn đáp án **B**