**ĐÁP ÁN**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1B** | **2A** | **3C** | **4A** | **5C** | **6A** | **7D** | **8C** | **9B** | **10B** |
| **11A** | **12D** | **13D** | **14A** | **15B** | **16B** | **17B** | **18B** | **19A** | **20D** |
| **21B** | **22B** | **23B** | **24B** | **25D** | **26C** | **27A** | **28A** | **29C** | **30D** |
| **31A** | **32C** | **33A** | **34A** | **35B** | **36B** | **37B** | **38B** | **39B** | **40A** |
| **41A** | **42A** | **43C** | **44C** | **45D** | **46B** | **47C** | **48B** | **49D** | **50D** |

**GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1. Đáp án B**

A sai vì $f(x)$ phải là hàm số lẻ

C sai vì tâm đối xứng phải là $I(m;n)$

D sai vì theo như câu 1 vẫn tồn tại trường hợp $f'(x)=0$ nhưng $x=x_0$ lại không phải là điểm cực trị

**Câu 2. Đáp án A**

Giải:

$$y'=\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}};y'=0\Leftrightarrow x=0$$

Sử dụng máy tính Casio ta tính được $y''_{(0)}=\frac{-1}{2}<0$ . Suy ra hàm số đạt cự đại tại $x=0$.

Như vậy hàm số không có cực tiểu.

**Câu 3. Đáp án C**

Nhắc lại kiến thức: Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$ của đồ thị hàm số (C) cho trước là

$$y=y'_{(x_0)}(x-x_0)+y_0\,(*)$$

Suy ra hệ số góc của phương trình tiếp tuyến là $y'_{(x_0)}=6x^2-12x=6(x-1)^2-6\geq -6$

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị $(C):y=2x^3-6x^2+3$ đạt nhỏ nhất là $-6$ khi $x=1$

Thay vào (*) ta được phương trình tiếp tuyến cần tìm.

**Câu 4. Đáp án A**

Các hàm số 1;4

**Câu 5. Đáp án C**

Vì máy tính không có chức năng tìm đạo hàm cấp 2 mà chỉ tìm được đạo hàm cấp 1 nên ta phải tìm được đạo hàm cấp 1 của hàm số đã cho.

Có $f'(x)4.\sin^3 x\cos x - 4\cos^3 x\sin x$ , suy ra $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$

Bấm máy tính $\frac{d}{dx}\left(4.\sin^3 x\cos x - 4\cos^3 x\sin x\right)\Big|_{x=\frac{\pi}{4}}$ ta được $f''\left(\frac{\pi}{4}\right)=4$

Vậy giá trị cần tìm là 1.

**Câu 6. Đáp án A**

***Lưu ý*** *bài toán bắt tìm tổng GTLN và GTNN chứ không phải tổng giá trị cực tiểu và giá trị cực đại, cần chú ý điều này để tránh sai sót không đáng có.*

**Giải:** Ta có $y'=3x^2+6x-9$

Phương trình $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3\in[-5;2] \\ x=1\in[-5;2] \end{cases}$

Tính các giá trị $y_{(-5)}=30; y_{(-3)}=62; y_{(1)}=30; y_{(2)}=37$

So sánh các giá trị ta suy ra GTLN là 62 và GTNN là 30

Tổng cần tìm là 92.

**Câu 7. Đáp án D**

Đối với dạng toán này, thí sinh rất dễ "hoảng loạn" khi gặp phải vì hàm số đã cho khá dài và phức tạp. Tuy nhiên nếu để ý, ta có thể thấy rằng $|x_2-x_1|$ bằng một giá trị nào đó theo biến $a$ , do đó ta có thể thử giá trị của a sau đó tìm $|x_2-x_1|$ rồi tìm mối liên hệ giữa hai giá trị phù hợp với đáp án nào. Nên thử nhiều hơn 2 giá trị của a để tính chính xác cao hơn.

Với $a=1 \Rightarrow y=2x^3-9x^2+12x+2$. Khi đó $y'=6x^2-18x+12; y'=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=1 \Rightarrow |x_2-x_1|=1$

Như vậy đáp án chỉ có thể là B hoặc D.

Với $a=2 \Rightarrow y=2x^3-15x^2+36x+2$. Khi đó $y'=6x^2-30x+36; y'=0 \Leftrightarrow x=2 \vee x=3$

$\Rightarrow |x_2-x_1|=1$

Vậy đáp án D là chính xác.

**Câu 8. Đáp án C**

Tập xác định $D=R$

Có $y'=3(m-3)x^2-4mx$. Hàm số đã cho không có cực trị khi $\left[\begin{array}{l} y'\ge 0\ \forall x\in R \\ y'\le 0\ \forall x\in R \end{array}\right.(*)$

Nếu $m=3 \Rightarrow y'=-12x$ có tập giá trị là R $\Rightarrow$ không thỏa mãn.

Nếu $m\ne 3 \Rightarrow y'$ thỏa mãn điều kiện (*) khi và chỉ khi $-4mx=0\quad \forall x\in R \Rightarrow m=0$

Thử lại thấy giá trị $m=0$ thỏa mãn.

**Câu 9. Đáp án B**

Ta có $y'=x^2+2(m-2)x+2m+3$. Kẻ bảng biến thiên thì ta thấy để hàm số nghịch biến đã cho nghịch biến trên $[0;3]$ thì phương trình $y'=0$ phải có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1\le 0\le 3\le x_2$

Suy ra $\begin{cases} x_1x_2\le 0 \\ (x_1-3)(x_2-3)\le 0 \\ \Delta>0 \end{cases}$. Áp dụng vi-et giải ta được $m\le\frac{-3}{2}$. Do đó chọn đáp án B

**Câu 10. Đáp án B**

Hướng đi: Chuyển hàm đã cho về biến là $\cos^2 x$

$f(x)=\sin^4 x.\cos^6 x=\left(1-\cos^2 x\right)^2.\left(\cos^2 .x\right)^3$

Đặt $\cos^2 x=t\in[0;1]\Rightarrow f(x)=g(t)=(1-t)^2.t^3$. Suy ra $g'(t)=-t^3.2.(1-t)+3t^2(1-t)^2$.

Phương trình $g'(t)=0\Leftrightarrow t^2(1-t)\left[-2t+3(1-t)\right]=0 \Leftrightarrow t^2(1-t)(3-5t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\in[0;1] \\ t=1\in[0;1] \\ t=\frac{3}{5}\in[0;1] \end{array}\right.$.

Tính giá trị $g(t)$ tại $t=0;1;\frac{3}{5}$ ta được GTLN của hàm số là $\frac{108}{3125}$

**Câu 11. Đáp án A**

Để đồ thị $(C_m)$ nhận I(1;0) làm tâm đối xứng thì I(1;0) phải là trung điểm của hai điểm cực trị.

Suy ra hàm số đã cho đạt cực trị tại 2 điểm có tổng bằng 2 (Vì hoành độ điểm I là 1)

Có $y'=-3x^2+6mx; y'=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2m \Rightarrow 0+2m=2\Leftrightarrow m=1$

**Câu 12. Đáp án D**

Giá trị cần tìm là $\log_3\left(\frac{1}{27\sqrt{3}}\right)=-\frac{7}{2}=-3,5$

**Câu 13. Đáp án D**

Điều kiện $a\ne 1$

Ta có thể viết lại $(a-1)^{\frac{-2}{3}} \le (a-1)^{\frac{-1}{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{(a-1)^2}} \le \frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{(a-1)^2} \ge \sqrt[3]{a-1} \\ \frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 \ge a-1 \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a-2) \ge 0 \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow a \ge 2$

Kết hợp điều kiện suy ra $a \ge 2$ .

**Sai lầm thường gặp:** *Không để ý đến điều kiện* $\frac{1}{\sqrt[3]{a-1}} > 0$ *khi biến đổi tương đương.*

**Câu 14. Đáp án A.**

Đặt $3^x = t > 0$ suy ra $3t^2 - 10t + 3 \le 0 \Leftrightarrow (3t-1)(t-3) \le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \le t \le 3 \Leftrightarrow 3^{-1} \le 3^x \le 3^1 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1$

**Câu 15. Đáp án B.**

Sử dụng công thức tính đạo hàm $(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$ suy ra $y' = \left[(\ln 7x)^{\frac{1}{5}}\right]' = \frac{1}{5}.(\ln 7x)^{\frac{-4}{5}}.(\ln 7x)$

$= \frac{1}{5}.\frac{1}{\sqrt[5]{\ln^4 7x}}.\frac{7}{x} = \frac{7}{5x\sqrt[5]{\ln^4 7x}}$

**Câu 16. Đáp án B**

Từ phương trình đã cho ta suy ra: $\log_5 x.\log_3 x - \log_5 x - \frac{\log_5 x}{\log_5 3} = 0 \Leftrightarrow \log_5 x\left(\log_3 x - 1 - \frac{1}{\log_5 3}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \log_5 x(\log_3 x - \log_3 3 - \log_3 5) = 0 \Leftrightarrow \log_5 x.\log_3 \frac{x}{15} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_5 x = 0 \\ \log_3 \frac{x}{15} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 15 \end{array}\right.$

Vậy đáp án **B** là đáp án chính xác

**Nhận xét:** *Sử dụng chức năng SHIFT SOLVE của máy tính ta có thể dễ dàng tìm ta nghiệm* $x = 1$ *do đó có thể loại luôn 2 đáp án A và C.*

**Câu 17. Đáp án B**

Áp dụng BĐT Cô si ta có: $f(x) = \frac{2^x}{2} + \frac{2^3}{2^x} \ge 3\sqrt{\frac{2^x.2^3}{2.2^x}} = 2\sqrt{4} = 4$ . Dấy "=" xảy ra khi

$\frac{2^x}{2} = \frac{2^3}{2^x} \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^4 \Rightarrow x = 2$

**Câu 18. Đáp án B**

**Câu 19. Đáp án A**

Ở dạng bài toán tìm đạo hàm, ngoài cách đặt bút ra nháp và tính đạo hàm thì ta cũng có thể thử trực tiếp bằng máy tính. Cách thử là ta sẽ tính giá trị của $f'(x)$ tại 4 đáp án và giá trị đạo hàm $f(x)$ tại cùng một giá trị. Ví dụ tại giá trị $x=1$

Bấm máy tính $\frac{d}{dx}\left(\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}\right)\Big|_{x=1}$ cho kết quả $-0,724061661$

Tính giá trị tại các đáp án:

Đáp án A $f'(1)=-0,724061661$

Đáp án B $f'(1)=0,4920509139$

Đáp án C $f'(1)=3,08616127$

Đáp án D $f'(1)=-0,9050770762$

**Câu 20. Đáp án D**

Điều kiện $x\in(0;+\infty)\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$

Phương trình $2\ln x+\ln(2x-1)^2=0 \Leftrightarrow 2\ln x+2\ln|2x-1|=0 \Leftrightarrow \ln(x.|2x-1|)=\ln 1$

$$\Leftrightarrow x|2x-1|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x\in\left(0;\frac{1}{2}\right) \\ x(1-2x)=1\end{cases} \\ \begin{cases} x>\frac{1}{2} \\ x(2x-1)=1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow x=1$$

***<u>Nhận xét:</u>*** *Ở bài toán này việc chuyển* $\ln(2x-1)^2=2\ln|2x-1|$ *nếu bị nhầm thành* $(2x-1)^2=2\ln(2x-1)$ *không gây ảnh hưởng tới kết quả. Tuy nhiên ở một số bài toán tương tự, trong việc phá bình phương ở logarit chúng ta cần chú ý là cần có dấu giá trị tuyệt đối để tránh sai lầm không đáng có.*

**Câu 21. Đáp án B**

Từ dữ kiện đề bài ta dễ dàng suy ra số thóc ở ô thứ n sẽ là $2^{n-1}$ hạt.

Tổng số thóc ở các ô là $S=\sum_1^{64}2^n=1+2+2^2+...+2^{63}=\frac{2^{64}-1}{2-1}=2^{64}-1$ hạt

Lưu ý rằng số chữ số của một số chính là giá trị nguyên nhỏ nhất lớn hơn log của số đó.

Sử dụng máy tính ta tính được $\log\left(2^{64}-1\right)\approx 19,26591972$ nên số thóc là một số có 20 chữ số.

**Câu 22. Đáp án B**

Nếu với phương thức thi tự luận, đây có thể là câu gây khó dễ với nhiều thí sinh, tuy nhiên với phương thức thi trắc nghiệm ta có thể đơn giản thử từng đáp án để có được kết quả nhanh nhất.

**Câu 23. Đáp án B**

Đối với bài toán này, chúng ta sử dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \dfrac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} \end{cases}$

Áp dụng công thức tích phân từng phần ta có: $I = \left(x\tan x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin x dx}{\cos x} = \left(x\tan x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{d\left(\cos x\right)}{\cos x}$

$\Leftrightarrow I = \left(x\tan x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + \ln\left(\cos x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \dfrac{\pi}{\sqrt{3}} - \ln 2$

Suy ra $a = \dfrac{1}{\sqrt{3}}; b = -\ln 2$.

Tổng $a + b = \dfrac{1}{\sqrt{3}} - \ln 2 \approx -0,1157969114$

Lưu ý khái niệm phần nguyên của x là số nguyên lớn nhất không vượt quá x, vậy đáp án đúng là đáp án B.

**<u>Nhận xét:</u>** *Bài toán trên đòi hỏi khả năng biến đổi của thí sinh và nhắc lại kiến thức về khái niệm phần nguyên, sẽ có thí sinh khi đi thi đã tìm ra kết quả phân tích nhưng lúng túng trong việc lựa chọn đáp án vì không nhớ rõ khái niệm phần nguyên.*

**Câu 24. Đáp án B**

**Câu 25. Đáp án D**

Phương trình hoành độ giao điểm: $\left|x^2-4x+3\right| = x+3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \in \left(-\infty;1\right] \cup \left[3;+\infty\right) \\ x^2-4x+3 = x+3 \end{cases} \\ \begin{cases} x \in \left(1;3\right) \\ x^2-4x+3 = -x-3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow S = \int_0^5 \left|\left|x^2-4x+3\right| - x - 3\right| dx = \dfrac{127}{7}$

**Câu 26. Đáp án C**

Ta có họ nguyên hàm của $f(x)=2x^2+x^3-4$ là $\int f(x)dx=\frac{2}{3}x^3+\frac{x^4}{4}-4x+C$

Vì $F(0)=0$ nên C sẽ nhận giá trị 0, nguyên hàm cần tìm là $F(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}-4x$

***Sai lầm thường gặp:*** *Thí sinh đọc không kĩ đề bài nhầm lẫn chọn đạo hàm của hàm đã cho dẫn đến lựa chọn đáp án **A**.*

**Câu 27. Đáp án A**

Dễ dàng tìm được phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2+1$ tại điểm **A** là: $y=2x$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_0^1\left|x^2+1-2x\right|dx=\frac{1}{3}$

**Câu 28. Đáp án A**

**Câu 29. Đáp án C**

Chú ý rằng hai số được gọi là đối của nhau nếu tổng của chúng bằng 0, do đó số đối của số phức $z=2+5i$ phải là $-2-5i$

***Sai lầm thường gặp:*** *nhầm lẫn giữa số đối và số phức liên hợp.*

**Câu 30. Đáp án D**

Việc sử dụng máy tính Casio trong bài toán này duy nhất chỉ có thể ở bước thử lại đáp án. Để giải quyết bài toán chúng ta cần giải phương trình đã cho theo phương pháp "cổ điển":

Đặt $z=a+bi(a;b\in R)$. Phương trình đã cho tương đương: $3z+i(z-\overline{z})=7-6i$

$\Leftrightarrow 3(a+bi)+i.(2bi)=7-6i \Leftrightarrow 3a-2b+3bi=7-6i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3a-2b=7\\ 3b=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=-2\end{cases}$

Suy ra mô đun số phức z là $|z|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

**Câu 31. Đáp án A.**

Ngoài cách biến đổi thông thường là đặt $z=a+bi(a;b\in R)$ sau đó biến đổi tương đương, ta cũng có thể thử các đáp án bằng cách chọn một điểm trên mỗi đường rồi sau đó lấy số phức z mà điểm đó biểu diễn thay vào đề bài kiểm tra lại.

**Câu 32. Đáp án C**

Ta có tọa độ các điểm lần lượt là A(-1;3); B(-3;-2); C(4;1)

Tiếp theo ta tính các vecto tạo thành từ 3 điểm trên: $\overrightarrow{AB}=(-2;-5);\overrightarrow{AC}=(5;-2);\overrightarrow{BC}=(7;3)$

Dễ dàng thấy rằng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ và $AB=AC=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$

Do đó tam giác ABC vuông cân tại A

**Câu 33. Đáp án A**

Biến đổi ta được kết quả sau $w=z^2-2z+3=(3-i)^2-2(3-i)+3=5-4i$

Vậy phần ảo của số phức w là -4

**Câu 34. Đáp án A.**

Sử dụng chức năng tìm nghiệm trên máy tính ta tính được $z_1=\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i;z_2=\frac{-\sqrt{3}}{2}-\frac{5}{2}i$

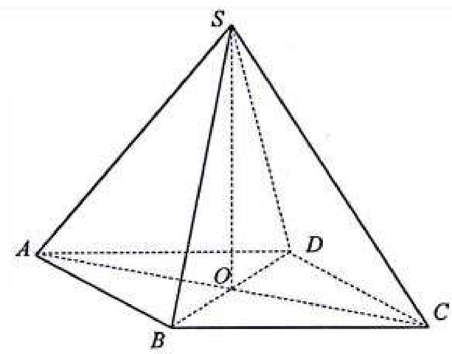
Tuy nhiên máy tính không thể tính được lũy thừa bậc bốn của một số phức nên ta sẽ phải tính lần lượt.

Ta có $z_1^2=\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i\right)^2=\frac{-11}{2}-\frac{5\sqrt{3}}{2}i\Rightarrow z_1^4=\left(z_1^2\right)^2=\left(\frac{-11}{2}-\frac{5\sqrt{3}}{2}i\right)^2=\frac{23}{2}+\frac{53\sqrt{3}}{2}i$

Tương tự thì $z_2^4=\frac{23}{2}-\frac{53\sqrt{3}}{2}i\Rightarrow z_1^4+z_2^4=23$

**Câu 35. Đáp án B**

gọi O là tâm hình vuông ABCD




$\Rightarrow SO\perp(ABCD);SO=\frac{a\sqrt{3}}{2};OA=OB=OC=OD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

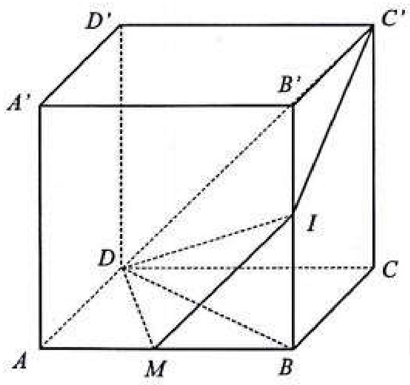
Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là:

$(SA;(ABCD))=(SA;OA)=SAO$

$\tan SAO=\frac{SO}{OA}=\sqrt{\frac{3}{2}}\Rightarrow SAO=\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

**Câu 36. Đáp án B**

**Câu 37. Đáp án D**




Coi như khối lập phương có cạnh bằng 1.

Để giải bài toán này, ta phải xác định đúng thiết diện cắt bởi mặt phẳng $(DIC')$

Lấy M là trung điểm AB thì IM là đường trung bình tam giác ABB' nên $IM // AB' // DC'$

Suy ra bốn điểm $I, M, C'D$ cùng thuộc một mặt phẳng $(C'ID)$

Thiết diện cắt bởi mặt phẳng $(DIC')$ là tứ giác $C'DMI$

Phần có thể tích nhỏ hơn là khối đa diện $C'IBMDC$

Để thuận tiện tính toán ta chia khối trên thành 2 phần là tứ diện IMBD và hình chóp DIBCC'.

$$V_{IMBD} = \frac{1}{3}.IB.S_{BDM} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.IB.DA.MB = \frac{1}{6}.\frac{1}{2}.1.\frac{1}{2} = \frac{1}{24}$$

$$V_{D.IBCC'} = \frac{1}{3}.DC.S_{IBCC'} = \frac{1}{3}.DC.\frac{1}{2}.(IB + CC').BC = \frac{1}{2}.1.\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}+1\right).1.\frac{1}{4}$$

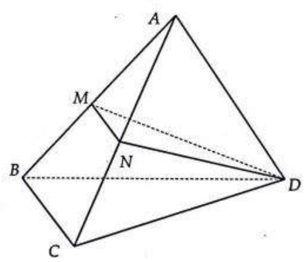
Suy ra thể tích khối có thể tích nhỏ hơn là $V_n = V_{IMBD} + V_{DIBCC'} = \frac{1}{24} + \frac{1}{4} + \frac{7}{24}$

Thể tích phần lớn hơn là $V_l = V_{ABCDA'B'C'D'} - V_n = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$

Vậy tỉ lệ cần tìm là $V_n : V_l = 7:17$

__Nhận xét:__ *Đây là một bài toán khá khó đòi hỏi khả năng dựng hình và xác định điểm phù hợp của thí sinh. Có một số bạn xác định đúng thiết diện nhưng gặp khó khăn trong việc tính thể tích các phần vì chưa chia được khối thể tích thành các hình nhỏ hơn để tính cho phù hợp.*

**Câu 38. Đáp án B**




Vì đây là các khối tứ diện nên ta có thể áp dụng công thức tính tỉ lệ thể tích: $\frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB}.\frac{AN}{AC}.\frac{AD}{AD} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1 = \frac{1}{4}$

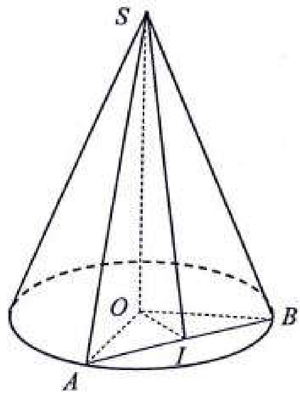
**Câu 39. Đáp án B**

**Câu 40. Đáp án A**

Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC} = \frac{1}{2}.CA.CB = \frac{a^2}{2}$

$G \in (A'B'C') \Rightarrow d_{(G;(ABC))} = 2a$ . Suy ra thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.2a = \frac{a^3}{3}$

**Câu 41. Đáp án A**




Gọi I là trung điểm của AB thì $OI \perp AB; SI \perp AB; OI = 2$

Lại có $\begin{cases} AO = SA.\cos SAO = SA.\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ AI = SA.\cos SAI = \dfrac{SA}{2} \end{cases}$

Từ đó ta có $\dfrac{AI}{AO} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Mặt khác

$\dfrac{AI}{AO} = \cos IAO \Rightarrow \sin IAO = \dfrac{\sqrt{6}}{3} = \dfrac{2}{OA} \Rightarrow OA = \sqrt{6}$

Mà $SA = \dfrac{OA}{\cos 30} = \sqrt{6}.\dfrac{2}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

Diện tích xung quanh cần tính là: $S_{xq} = \pi.OA.SA = 4\pi\sqrt{3}$

**Nhận xét:** *Điểm mấu chốt của bài toán nằm ở việc lấy thêm điểm I*

**Câu 42. Đáp án A**

Hình nón sinh bởi một tam giác đều cạnh $a$ khi quay quanh một đường cao thì sẽ có chiều cao bằng chiều cao của tam giác đó, tức là $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; đường kính bằng cạnh tam giác $\Rightarrow 2r = a \Leftrightarrow r = \dfrac{a}{2}$.

Thể tích của khối nón đó là $V = \dfrac{1}{3}.\pi.r^2.h = \dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$

Gọi R là bán kính khối cầu có cùng thể tích với khối nón trên thì ta có $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$

$\Rightarrow R^3 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{32} \Leftrightarrow R = \dfrac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4} \Rightarrow$ Diện tích khối cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2\dfrac{\sqrt[3]{12}}{16} = \dfrac{a^2\pi\sqrt[3]{12}}{4}$

**Câu 43. Đáp án C**

Gọi $H(1+2t; 2t; -1+t)$ là hình chiếu của M trên $d \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (1+2t; 2t+1; 1-4)$

Mà $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow (2t+1).2 + (2t+1).2 + (t-4).1 = 0 \Leftrightarrow 9t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (1;1;-4)$

Vậy khoảng cách từ M đến d là $MH = \sqrt{1^2+1^2+4^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

**Câu 44. Đáp án C.**

Phương trình trục Oy là: $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ có vecto pháp tuyến $\vec{u}=(0;1;0)$

Gọi $M(0;t;0)$ là hình chiếu của I trên Oy $\Rightarrow \overrightarrow{IM}=(-3;t-3;4)$

$\overrightarrow{IM}.\vec{u}=0 \Rightarrow t=3 \Rightarrow \overrightarrow{IM}=(-3;0;4) \Rightarrow IM=5$

Bán kính mặt cầu chính là khoảng cách từ I đến Oy hay IM

**Câu 45. Đáp án D**

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-3)$

Khoảng cách từ I đến $(\alpha): 4x-2y+3z+1=0$ là $d=\dfrac{|4.1-2.(-2)+3.(-3)+1|}{\sqrt{4^2+2^2+3^2}}=0$

Vậy mặt cầu (S) không tiếp xúc với $(\alpha)$; $(\alpha)$ đi qua I và $(\alpha)$ cắt $(S)$ theo một đường tròn

**Câu 46. Đáp án B**

Gọi điểm $M(3t+1;3-t;2-3t)$ thuộc $d$ và là giao điểm của d và $(\alpha)$

$M(3t+1;3-t;2-3t)\in(\alpha) \Rightarrow 2(3t+1)+(3-t)+(2-3t)+5=0 \Leftrightarrow t=-6$

Suy ra $M(-17;9;20)$

**Câu 47. Đáp án C**

Nhận thấy rằng nếu MC vuông góc với (ABC) thì MC sẽ vuông góc với các đường nằm trong mặt phẳng (ABC). Từ đó ta sẽ có 2 phương trình là $\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AB}=0; \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AC}=0$

Gọi $M(0;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{CM}=(-3;b;c-4)$

Dễ dàng tính được $\overrightarrow{AB}=(-1;2;0); \overrightarrow{AC}=(2;0;4); \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AB}=0; \overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AC}=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3.1+2b=0 \\ -3.2+4(c-4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{-3}{2} \\ c=\dfrac{11}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(0;-\dfrac{3}{2};\dfrac{11}{2}\right)$$

**Câu 48. Đáp án B**

Hai mặt phẳng song song với nhau khi vecto pháp tuyến của chúng tỉ lệ với nhau.

Hai mặt phẳng đã cho đều đã biết hệ số của z nên ta có thể dễ dàng tính tỉ lệ của 2 vecto pháp tuyến là $k=\frac{-6}{3}=-2$

Do đó: $m=2.(-2)=-4; l=\frac{-6}{-2}=3 \Leftrightarrow (l;m)=(3;-4)$

**Câu 49. Đáp án D**

Ta có $\vec{u}_d=(2;4;1); \vec{n}_P=(1;1;1) \Rightarrow \vec{u}_d.\vec{n}_P \neq 0$ . Vậy (d) cắt (P), loại đáp án A và C

Thử hai giá trị điểm M ở hai đáp án B và D ta thấy đáp án D thỏa mãn yêu cầu đề bài..

**Câu 50. Đáp án D**

Từ phương trình mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2z=0$ ta suy ra được mặt cầu có tâm $I(1;0;1); R=\sqrt{2}$

Nhận thấy hai mệnh đề I và III đối nhau, cả hai mệnh đề đều liên quan đến giá trị *m* để $(\alpha)$ cắt (S).

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y+mz=0$ là $d=\frac{|4+m|}{\sqrt{4^2+3^2+m^2}}$

Để $(\alpha)$ cắt (S) theo một đường tròn thì khoảng cách d phải nhỏ hơn bán kính mặt cầu là

$$R=\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|4+m|}{\sqrt{4^2+3^2+m^2}}<\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{(m+4)^2}{m^2+25}<2 \Leftrightarrow 2m^2+50-(m+4)^2>0 \Leftrightarrow m^2-8m+34>0 .$$

Do đó với mọi giá trị của *m* ta đều có: $(\alpha)$ cắt $(S)$

Vậy cả hai mệnh đề I và III đều sai

***<u>Sai lầm thường gặp:</u>*** *Đôi khi chúng ta lạm dụng quá nhiều phương pháp loại bỏ đáp án, ở bài toán này hai mệnh đề I và III đối nhau nên ta dễ bị "lầm tưởng" rằng 1 trong hai đáp án đúng.*