

**ĐÁP ÁN**

<b>1A</b>	<b>2B</b>	<b>3B</b>	<b>4C</b>	<b>5D</b>	<b>6A</b>	<b>7C</b>	<b>8D</b>	<b>9A</b>	<b>10B</b>
<b>11C</b>	<b>12C</b>	<b>13C</b>	<b>14D</b>	<b>15C</b>	<b>16B</b>	<b>17A</b>	<b>18D</b>	<b>19B</b>	<b>20D</b>
<b>21A</b>	<b>22C</b>	<b>23A</b>	<b>24B</b>	<b>25B</b>	<b>26D</b>	<b>27D</b>	<b>28D</b>	<b>29C</b>	<b>30C</b>
<b>31B</b>	<b>32D</b>	<b>33D</b>	<b>34A</b>	<b>35C</b>	<b>35A</b>	<b>36C</b>	<b>38A</b>	<b>39D</b>	<b>40D</b>
<b>41D</b>	<b>42A</b>	<b>43C</b>	<b>44D</b>	<b>45A</b>	<b>46C</b>	<b>47C</b>	<b>48B</b>	<b>49B</b>	<b>50D</b>

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1 : Phân tích:** Ta có:  $y' = 3x^2 + 6mx + 2m + 1$ . Hàm số  $y = x^3 + 3mx^2 + (2m + 1)x - 1$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' = 3x^2 + 6mx + 2m + 1 \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -\frac{3x^2 + 1}{2(3x + 1)}, \forall x \in (0; +\infty) (*)$$

Xét hàm số  $f(x) = -\frac{3x^2 + 1}{2(3x + 1)}, \forall x \in (0; +\infty)$ , ta có:  $f'(x) = \frac{3(3x^2 + 2x - 1)}{2(3x + 1)^2}$   $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{-1}{2}; f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-1}{3}; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty. \text{ Do đó } (*) \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{-1}{3}$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Sai lầm thường gặp:** Hiểu sai lý thuyết nên có thể lấy đáp án **D**. Một số sai hoàn toàn lý thuyết nên có thể lấy đáp án **C**.

**Câu 2:**  $y = x^3 + x^2 - 1$  (C). Ta có:  $\begin{cases} A(0, a) \in (C) \\ B(b, 1) \in (C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ 1 = b^3 - b^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b^3 + b^2 - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow a + b = -1 + 1 = 0$ . Vậy đáp án đúng là **B**.

**Câu 3: Phân tích:**  $y' = 4x^3 - 4(2m + 1)x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -3 \\ x = \sqrt{2m + 1} \Rightarrow y = -(2m + 1)^2 - 3 \\ x = -\sqrt{2m + 1} \Rightarrow y = (-2m + 1)^2 - 3 \end{cases}$$

Hàm số có ba cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số

là  $A(0; -3); B(\sqrt{2m + 1}; -(2m + 1)^2 - 3); C(-\sqrt{2m + 1}; (-2m + 1)^2 - 3)$

Ta có:  $\overline{AB} = (\sqrt{2m + 1}; -(2m + 1)^2); \overline{AC} = (-\sqrt{2m + 1}; (-2m + 1)^2)$

Tam giác  $ABC$  vuông:  $AB \perp AC \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow -(2m + 1) + (2m + 1)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Kết hợp điều kiện  $m > -\frac{1}{2}$  ta thu được  $m = 0$

Vậy đáp án đúng là **B**.

**Sai lầm thường gặp:** Thường học sinh quên đối chiếu điều kiện nên sẽ đánh đáp án **A**

**Câu 4: C**

Đáp án **A** và **D** chắc chắn sai vì đó là hàm đồng biến và không có cực trị

Đáp án **B** ta có:  $y = (x-1)(x^2 - 1) = x^3 - x^2 - x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 2x - 1$ .  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = \frac{-1}{3}$

Tuy nhiên ta có:  $y(-\sqrt{2}) = -(\sqrt{2} + 1) < 0 = y(1) < \frac{32}{27} = y\left(\frac{-1}{3}\right)$

Do đó giá trị nhỏ nhất không phải là giá trị cực trị. Bằng phương pháp loại trừ ta có thể khoanh ngay **C**. Nhưng ở đây chúng ta cứ tìm hiểu **C** xem sao?

$y = x^3 - 3x \Rightarrow y' = 3x^2 - 3x$   $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$   $y(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}; y(-1) = 2; y(1) = 2; y(\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$

Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 5:** Ta có :

$$y' = 60x^4 - 180x^3 + 120x^2$$

$y'' = 240x^3 - 540x^2 + 240x$  Do đó hàm số có một cực tiểu. Vậy đáp án đúng là **D**

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y'' = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y'' < 0 \\ x = 2 \Rightarrow y'' > 0 \end{cases}$$

**Câu 6:** Ta có:  $f'(x) = 2x - 1$ ,  $g'(x) = -\frac{3}{(x+2)^2}$ . Hai đường cong  $f(x)$  và  $g(x)$  tiếp xúc nhau:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = \frac{1-x}{x+2} \\ 2x-1 = -\frac{3}{(x+2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -1. \text{ Do đó hai đường cong tiếp xúc tại một điểm, vậy}$$

đáp án đúng là **A**

**Nhận xét:** Bài này cần nắm vững lý thuyết tiếp xúc của hai đồ thị.

**Câu 7:** Ta có:  $y' = 3x^2 + 2ax + b$ ,  $y'' = 6x + 2a$ . Để  $I(1;1)$  là điểm đối xứng của đồ thị hàm số

$$y = x^3 + ax^2 + bx + b \text{ thì: } \begin{cases} y''(1) = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 2a = 0 \\ 1 + a + 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 8:** Ta có:

+ Tiệm cận đứng  $x = \frac{1}{2}$  + Tiệm cận ngang  $y = 1$

+ Tâm đối xứng là giao điểm của hai tiệm cận nên có tâm đối xứng đồ thị là  $I\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . Vậy đáp án đúng

là **D**

**Câu 9:** + Khẳng định 1 đúng vì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} y = 3$

+ Khẳng định 2 sai vì:  $y'(1^+) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{y(x) - y(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^4 + x^2 + 1) - 3}{x - 1} = 6$

$y'(1^-) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{y(x) - y(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^3 + 2x) - 3}{x - 1} = 5 \Rightarrow y'(1^+) \neq y'(1^-)$

+ Khẳng định 3 sai: vì  $y(\sqrt{2}) = 7 > 6$  nên giá trị lớn nhất sẽ phải lớn hơn 6

+ Khẳng định 4 đúng vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} = +\infty$ ;

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Câu 10:** Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m}{3} \right\}$ ,  $y' = -\frac{m+6}{(3x-m)^2}$

+)  $m+6 < 0 \Leftrightarrow m < -6 \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D$ . Khi đó hàm số đồng biến trên từng khoảng  $\left(-\infty; \frac{m}{3}\right); \left(\frac{m}{3}; +\infty\right)$

+)  $m+6 > 0 \Leftrightarrow m > -6 \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D$ . Khi đó hàm nghịch biến trên từng khoảng  $\left(-\infty; \frac{m}{3}\right); \left(\frac{m}{3}; +\infty\right)$ .

Với  $m = -6$  thì hàm số đó là hàm hằng, do đó hàm số không đơn điệu trên  $D$  thì  $m = -6$ . Đáp án đúng là **B**

**Câu 11:**  $\log_3(x^2 - 7x + 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 3 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) = (x_1 x_2 - 1)^2 + (x_1 + x_2)^2 = (2 - 1)^2 + 7^2 = 50 \Rightarrow (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) = 50$$

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 12: Phân tích:** Ta có:  $\log_{1/2}(x^2 - 2x) > \log_2(-2x + 1) \Leftrightarrow -\log_2(x^2 - 2x) > \log_2(-2x + 1)$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x) + \log_2(-2x + 1) < 0 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x)(-2x + 1) < 0 \Leftrightarrow 0 < (x^2 - 2x)(-2x + 1) < 1$$

$$x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 - \sqrt{17}); 0\right) \cup \left(\frac{1}{4}(3 + \sqrt{17}); 2\right). \text{ Vậy đáp án đúng là C}$$

**Sai lầm thường gặp:** Giải bất phương trình sai có thể ra các đáp án còn lại.

**Câu 13:** Ta có:

$$673 = 760.e^{1000i} \Rightarrow i = -0.121573.10^{-3} \Rightarrow P(5000) = 760.e^{5000(-0.121574.10^{-3})} = 413,83 \text{ mmHg}$$

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 14:** Hàm số  $y = \sqrt{\log_x(x^2 + x + 1)}$  xác định:

$$\log_x(x^2 + x + 1) \geq 0 \begin{cases} (x^2 + x + 1 - 1)(x - 1) > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x + 1)(x - 1) > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1. \text{ Vậy đáp án đúng là D}$$

**Câu 15:** + Khẳng định 1 sai vì  $x$  phải dương + Khẳng định 2 đúng vì khi đó  $x_0 = a^m$

+ Khẳng định 3 đúng vì đây là những định nghĩa trong SGK về hàm logarit

+ Khẳng định 4 sai vì khi  $0 < a < 1$  nghịch biến còn  $a > 1$  đồng biến.

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 16:** Ta có:

$$y = \log_x(x + 2) = \frac{\ln(x + 2)}{\ln x} \Rightarrow y' = \frac{\frac{1}{x+2} \cdot \ln x - \ln(x + 2) \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2 x} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x + 2) \ln x} - \frac{\log_x(x + 2)}{x \ln x}$$

Vậy đáp án đúng là **B**

**Sai lầm thường gặp:** Có thể đánh đáp án **A** vì dùng cách tính đạo hàm của  $\log_a(f(x))$ . Cũng có thể đánh đáp án **C** vì dùng cách tính đạo hàm của  $\log_x A$

**Câu 17:**  $\log_{1-x}(x^3 - x^2 + x) = \sqrt{x^3 - x^2 + x - 1}$ . Tập xác định:

$$\begin{cases} x^3 - x^2 + x - 1 \geq 0 \\ 1 - x > 0 \\ 1 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x^2+1) > 0 \\ 0 \neq x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 0 \neq x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset. \text{ Vậy bài toán vô nghiệm. Đáp án A}$$

**Câu 18:** Cách đơn giản nhất ở đây là bấm máy tính nhưng phải có nghệ thuật nhé! Không thể bấm trực tiếp vì số quá to. Hãy lấu logarit rồi so sánh chúng nhé

$$\begin{cases} \ln(3^{4^5}) = 4^5 \ln 3 \approx 1124,979 \\ \ln(4^{5^3}) = 5^3 \ln 4 \approx 173,287 \Rightarrow 5^{4^3} < 4^{5^3} < 3^{4^5}. \text{ Vậy đáp án đúng là D.} \\ \ln(5^{4^3}) = 4^3 \ln 5 \approx 103,004 \end{cases}$$

**Câu 19:** Ta có:  $81^{x^3} = (\sqrt{27})^x \Leftrightarrow \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^x \Leftrightarrow 4^{4x^2} = 3^{\frac{3}{2}x} = \frac{3}{2}x \Leftrightarrow 4x^2 - \frac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{8} \end{cases}$

Vậy đáp án đúng là **B**

**Câu 20:** Ta có:

$$\begin{aligned} \log 2 + \log 5 = \log 10 = 1 &\Rightarrow \log 5 = 1 - a \Rightarrow \log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{1-a}{a} \\ \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 \sqrt[3]{25} - \log_2 \sqrt[3]{32} &\Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 \sqrt[3]{5^2} - \log_2 \sqrt[3]{2^5} \\ \Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \log_2 5^{\frac{2}{3}} - \log_2 2^{\frac{5}{3}} = \frac{2}{3} \log_2 5 - \frac{5}{3} &\Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{\frac{25}{32}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1-a}{a} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3a} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3a} - \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là **D**

**Nhân xét:** Ý tưởng của bài toán là đưa về một biến! Các câu 21;22 có thể sử dụng máy tính để đưa ra kết quả nhanh.

**Câu 21:**  $\int_0^1 \frac{x^2+1}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{(x^2-1)+2}{x+1} dx = \int_0^1 \left(x-1 + \frac{2}{x+1}\right) dx = \frac{1}{2}(x^2-2x+4\ln|x+1|) \Big|_0^1 = \frac{-1}{2} + 2\ln 2$

Vậy đáp án đúng là **A**

**Câu 22:** Đặt  $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \Rightarrow I = \int_1^2 \frac{u}{u+1} du = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{u+1}\right) du \Rightarrow I = (u - \ln|u+1|) \Big|_1^2 = 1 - \ln \frac{3}{2}$

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 23:**

$$\begin{aligned} I &= \int f(x) dx = \int 2x \sin(3x+1) dx = 2 \int x \sin(3x+1) dx = 2 \left[ \left( -\frac{1}{3} x \cos(3x+1) + \frac{1}{3} \int \cos(3x+1) dx \right) \right] \\ &= 2 \left[ \left( -\frac{1}{3} x \cos(3x+1) + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \sin(3x+1) \right) \right] + C = -\frac{2}{3} x \cos(3x+1) + \frac{2}{9} \sin(3x+1) + C \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là **A**

**Câu 24:** Xét phương trình giao điểm của hai đường cong ta được:

$$x^3 - 2x^2 + 12x - 1 = 4x^2 + x + 5 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Gọi diện tích hình phẳng cần tìm là  $S$ , thì:  $S = I_1 + I_2$ , trong đó:

$$\begin{cases} I_1 = \int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx \\ I_2 = \int_2^3 -(x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx \end{cases}$$

Mà ta có:

$$\int (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx = \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{11x^2}{2} - 6x + C. \text{ Thay số vào ta được } S = \frac{1}{2}. \text{ Đáp án là B}$$

**Sai lầm thường gặp:** Áp dụng sai công thức và sử dụng công thức tính thể tích

$$S = \pi \int_1^3 (|f^2(x) - g^2(x)|) dx \text{ có thể thu được đáp án C hoặc dùng công thức tính linh tinh}$$

$$S = \pi \int_1^3 (f(x) - g(x))^2 dx \text{ có thể thu được đáp án A.}$$

**Câu 25:** Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục  $Ox$  là:  $V = \pi \int_0^1 (x^3 - 3x + 1)^2 dx$  ta thu được kết quả:

$$V = \pi \left( \frac{x^7}{7} - \frac{6x^5}{5} + \frac{x^4}{2} + 3x^3 - 3x^2 + x \right) \Big|_0^1 \text{ Thay cận ta được: } V = \frac{31}{70} \pi. \text{ Vậy đáp án đúng là B.}$$

**Câu 26:** + Khẳng định 1 sai, ví dụ ta lấy luôn:  $f(x) = -1, a = 1, b = 0 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = -1 < 0$

+ Khẳng định 2 đúng vì:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = \int_a^0 f(-x) d(-x) + \int_0^a f(x) dx = \int_a^0 -f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

+ Khẳng định 3 đúng vì:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \int_{-a}^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = \int_a^0 f(-x) d(-x) + \int_0^a f(x) dx = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^a f(x) dx = 0$$

+ Khẳng định 4 sai vì ta chỉ có:  $F'(x) = f(x); \int f(x) dx = F(x) + C$

Vậy đáp án đúng là **D**.

**Câu 27:**

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos 2x}} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \frac{1}{1 + e^{\cos u}} du \quad (u = 2x) \quad I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos u}} du + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos(v-\pi/2)}} dv$$

$$\left( v = u - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos u}} du + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{-\cos v}} dv \quad I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos x}} dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{-\cos x}} dx$$

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + e^{\cos x}} dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \frac{e^{\cos x}}{1 + e^{\cos x}} dx \quad I = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} 1 dx = \frac{\pi}{4}. \text{ Vậy đáp án đúng là D}$$

**Câu 28:** Đặt  $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

$$(1 + 3i)(z + 1) + (2 - 3i)(\bar{z} - 2) = 0 \Leftrightarrow (1 + 3i)(a + bi + 1) + (2 - 3i)(a - bi - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a + 1 - 3b) + (3a + 3 + b)i + (2a - 4 - 3b) + (-3a + 6 - 2b)i = 0$$

$$\Leftrightarrow (3a - 6b - 3) + (9 - b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 6b - 3 = 0 \\ 9 - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 19 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow z = 19 + 9i \Rightarrow \text{Re}(z) = 19$$

Vậy đáp án là **D**.

**Câu 29:** 
$$\begin{cases} (1+3i)z_1 + (3+i)z_2 = 4-7i \\ (4-i)z_1 + (2+i)z_2 = 3+2i \end{cases} \Rightarrow (5+2i)z_1 + (5+2i)z_2 = (4-7i) + (3+2i)$$

$$\Rightarrow (5+2i)(z_1+z_2) = 7-5i \Rightarrow |z_1+z_2| = \frac{|7-5i|}{|5+2i|} = \frac{|7-5i|}{\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{74}}{\sqrt{29}} = \sqrt{\frac{74}{29}}.$$
 Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 30:**  $z^2 + (1+2i)z + (3-2i) = 0$ . Thực ra định lý Viète vẫn trong trường số phức nên ta có:

$$\begin{cases} z_1+z_2 = -(1+2i) \\ z_1z_2 = 3-2i \end{cases} \Rightarrow \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right| = \left| \frac{z_1+z_2}{z_1z_2} \right| = \frac{|z_1+z_2|}{|z_1z_2|} \Rightarrow \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right| = \frac{|-(1+2i)|}{|3-2i|} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{5}{13}}$$

Vậy đáp án đúng là **C**

**Câu 31:** Ta có:  $|z_1| = |z_2| \Rightarrow \bar{z} = \frac{\overline{z_1+z_2}}{1+z_1z_2} = \frac{\overline{z_1+z_2}}{1+z_1z_2} = \frac{\frac{|z_1|}{z_1} + \frac{|z_2|}{z_2}}{1 + \frac{|z_1z_2|}{z_1z_2}} = \frac{1 + \frac{1}{z_1z_2}}{1 + \frac{1}{z_1z_2}} \Rightarrow \bar{z} = \frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2} = z$

Do đó  $z$  là số thực. Do đó khẳng định 2 đúng, 3 sai. Khẳng định 1 sai vì ví dụ:

$$z_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i; z_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}i \Rightarrow \frac{\left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right) i}{1 + \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) i \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right) i} \Rightarrow \sqrt{\frac{\left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} \right)^2}{\left( 1 + \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \right)^2}} \approx 1,546$$

Vậy đáp án đúng là **B**

**Câu 32:** Ta giả sử  $w = x + yi$  là căn bậc hai của số phức  $z = a + 2i$ . Khi đó ta có:

$$w^2 = z \Leftrightarrow (x + yi)^2 = a + 2i \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = a + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ xy = 1 \end{cases}$$

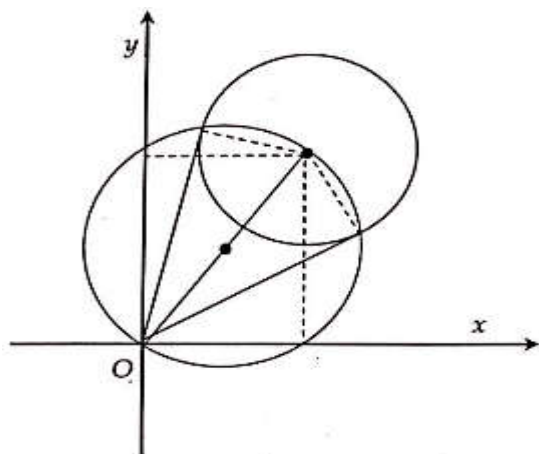
Do đó biểu diễn số phức  $w$  là một Hypecbol có phương trình  $y = \frac{1}{x}$ . Đáp án đúng là **D**

**Câu 33:** Ta có:  $z = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{1-i^2} = \frac{1-2i+i^2}{1-i^2}$

$$z = \frac{1-2i+(-1)}{1-(-1)} = -i \Rightarrow z^{2017} = -(1)^{2017} = \left( \left( (-i)^2 \right)^2 \right)^{504} \cdot (-i) = -i$$
 Đáp án đúng là **D**

**Sai lầm thường gặp:** Không biết rút gọn  $(-i)^{2017}$

**Câu 34: Phân tích:** Phương trình đường tròn  $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$  có tâm  $I(3;4)$  và bán kính  $R = 2$ . Tiếp điểm kẻ từ  $O(0;0)$  tới đường tròn  $(C)$  được xác định là giao điểm của đường tròn  $(C)$  và đường tròn có đường kính  $OI$  (như hình vẽ).



Trung điểm  $OI$  là:  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ . Phương trình đường tròn đường kính  $OI$  là:  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$

Do đó tọa độ các tiếp điểm là:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-4)^2 = 4 \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{63-8\sqrt{21}}{25}; y = \frac{84+6\sqrt{21}}{25} \\ x = \frac{63+8\sqrt{21}}{25}; y = \frac{84-6\sqrt{21}}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |z| = \sqrt{\left(\frac{63-8\sqrt{21}}{25}\right)^2 + \left(\frac{81+6\sqrt{21}}{25}\right)^2} = \sqrt{\frac{13125}{625}} \\ |z| = \sqrt{\left(\frac{63+8\sqrt{21}}{25}\right)^2 + \left(\frac{81+6\sqrt{21}}{25}\right)^2} = \sqrt{\frac{13125}{625}} \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{21} . \text{ Vậy đáp án đúng là A.}$$

**Câu 35:** Phương trình đường thẳng cần tìm là:  $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ . Đáp án đúng là C.

**Câu 36:** Giả sử phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là:  $ax + by + cz + d = 0$ . Khi đó ta có:

$$\begin{cases} a.1 + b.2 + c.3 + d = 0 \\ a.0 + b(-1) + c.1 + d = 0 \\ a.1 + b.2 + c.0 + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b + 3c = -d \\ -b + c = -d \\ a + 2d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = d \\ a = -3d \end{cases} \xrightarrow{d=-1} \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (ABC): 3x - y - 1 = 0$$

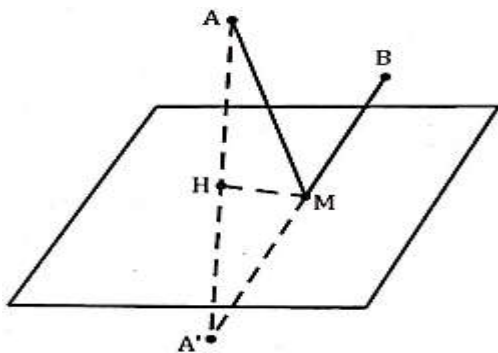
Vậy đáp án đúng là A.

**Câu 37: Phân tích:** Ta thấy:  $(2x_A + 3y_A + 4z_A - 9)(2x_B + 3y_B + 4z_B - 9) = 88 > 0$ . Do đó  $A; B$  nằm cùng nửa không gian với mặt phân cách là mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó ta có:  $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$

Dấu “=” xảy ra khi  $M$  là giao điểm của  $A'B$ . Công việc còn lại là tính toán:

+ Phương trình đường thẳng  $AA'$  là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

+  $H$  thuộc  $AA'$  nên:  $H(2t+1; 3t+2; 4t+3)$



+  $H$  thuộc  $(P)$  nên:  $2(2t+1) + 3(3t+2) + 4(4t+3) = 9 \Leftrightarrow t = \frac{-11}{29} \Rightarrow H\left(\frac{7}{29}; \frac{25}{29}; \frac{43}{29}\right)$

+ Tọa độ  $A'$  là:

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -\frac{15}{29} \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -\frac{8}{29} \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -\frac{1}{29} \end{cases} \Rightarrow A'\left(-\frac{15}{29}; -\frac{8}{29}; -\frac{1}{29}\right)$$

+ Phương trình đường thẳng  $A'B$  là:  $\frac{x-2}{-\frac{15}{29}-2} = \frac{y-3}{-\frac{8}{29}-3} = \frac{z-1}{-\frac{1}{29}-1} \Leftrightarrow \frac{x-2}{73} = \frac{y-3}{95} = \frac{z-1}{30}$

+ Tọa độ  $M$  cần tìm:  $\begin{cases} \frac{x-2}{73} = \frac{y-3}{95} = \frac{z-1}{30} = \frac{-8}{551} \\ 2x+3y+4z=9 \end{cases} \Leftrightarrow M\left(\frac{518}{551}; \frac{47}{29}; \frac{311}{551}\right)$ . Vậy đáp án đúng là C.

**Câu 38:** Ta có:  $M(1; 0; -1) \in (d): \overline{AM} = (0; -2; 4); \overline{u_d} = (2; 3; 1)$ . Véc tơ pháp tuyến của  $(P)$  là:

$$n = [\overline{AM}; \overline{u_d}] = (10; -8; 4) \Rightarrow (P): 10(x-1) - 8(y-2) + 4(z-3) = 0 \Leftrightarrow (P): 5x - 4y + 2z = 3 = 0$$

Vậy đáp án đúng là A.

**Câu 39:** Ta có:

$$\overline{AB} = (-1; -3; -2); \overline{AC} = (0; 0; -3) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} [\overline{AB}; \overline{AC}] = \frac{1}{2} |(9; -3; 0)| = \frac{3\sqrt{10}}{2} (dvdt).$$

Vậy đáp án đúng là D.

**Câu 40:**  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3y - 4z = 1$

$$(S): (x-1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z-2)^2 = \frac{33}{4} \Rightarrow I: \left(1; \frac{3}{2}; 2\right); R = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

Khoảng cách từ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  đến mặt phẳng là:

$$d_{I/(P)} = \frac{\left|1 + 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \cdot 2 - 6\right|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2}} = \frac{4}{\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{14}}{7} < \frac{\sqrt{33}}{2} = R. \text{ Do đó } (P) \text{ và } (S) \text{ cắt nhau theo một đường tròn.}$$

Vậy đáp án đúng là D.

**Câu 41:**  $A(1; 2; 3); B(0; 0; 1); C(0; 1; 0)$ .  $\overline{OA} = (1; 2; 3); \overline{OB} = (0; 0; 1); \overline{OC} = (0; 1; 0)$



$$\Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6} |[\overline{OB}; \overline{OC}] \cdot \overline{OA}| = \frac{1}{6} |(-1; 0; 0) \cdot (1; 2; 3)| = \frac{1}{6}. \text{ Vậy đáp án đúng là D.}$$

**Câu 42:** Gọi tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  là  $I(a; b; c)$ . Khi đó  $IA = IB = IC = ID$   
 $A(0; 1; 2); B(1; 0; 1); C(-1; -1; 0); D(1; 2; 0)$

$$\begin{cases} a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \\ (a+1)^2 + (b+1)^2 + c^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b-c = \frac{-3}{2} \\ 2b-c = \frac{3}{2} \\ 2a+b+c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{2} \\ b = \frac{1}{6} \\ c = \frac{-7}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{-1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{-7}{6}\right)$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Câu 43:** + Mặt phẳng  $(ABC)$  là:  $ax + by + cz + d = 0$  thì ta có:  $A(0; 1; 2); B(1; 0; 1); C(-1; -1; 0); D(1; 2; 3)$

$$\begin{cases} 0.a + 1.b + 2.c + d = 0 \\ 1.a + 0.b + 1.c + d = 0 \\ (-1)a + (-1)b + 0.c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + 2c = -d \\ a + c = -d \\ a + b = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ c = -d \\ b = d \end{cases} \xrightarrow{d=1} \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow (ABC): y - z + 1 = 0$$

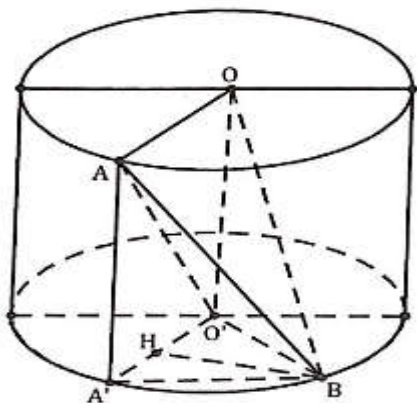
+ Mặt cầu tâm  $D$  tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$  khi và chỉ khi bán kính của nó bằng với khoảng cách

$$\text{từ } D \text{ tới mặt phẳng } (ABC): R = d_{D/(ABC)} = \frac{|2 - (-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 3\sqrt{2}$$

+ Phương trình mặt cầu cần tìm là:  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 18$ . Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 44:** Đáp án đúng là **D**. Giải thích: Đa diện lồi đều có số mặt nhiều nhất là đa diện 20 mặt và nó có 30 cạnh.

**Câu 45:**



Kẻ  $AA' \perp OO'$ ;  $BH \perp O'A'$ . Khi đó ta có:  $BH \perp (AOO'A') \Rightarrow BH = d_{B/(AOO')}$

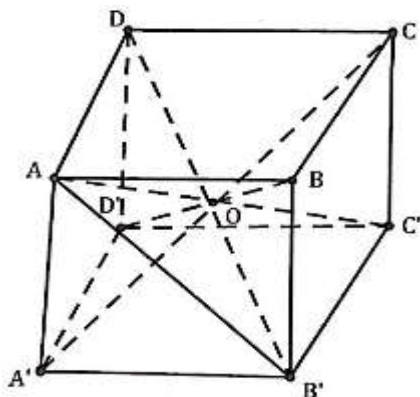
$$AA' \perp BA' \Rightarrow BA' = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{3} \Rightarrow S_{OA'B} = \frac{1}{2} d_{O/A'B'} \cdot A'B = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{OA'B} = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} BH \cdot OA' = \frac{1}{2} BH$$

$$\Rightarrow BH = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d_{B/(AOO')} = BH = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad OO' \perp AO \Rightarrow S_{AOO'} = \frac{1}{2} OA \cdot OO' = \frac{1}{2}$$

Thể tích khối chóp  $OO'AB$  là:  $V = \frac{1}{3} \cdot d_{B/(AOO')} \cdot S_{AOO'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}$ . Vậy đáp án đúng là **A**.

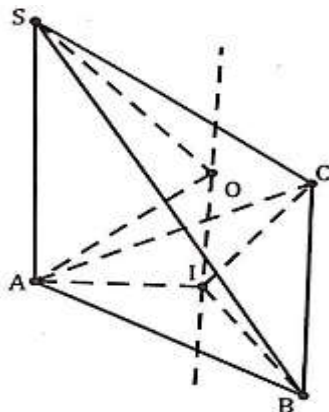
**Câu 46:**



Để thấy có 6 mặt mà mỗi mặt bằng hai hình ghép lại nên:  $V_{AA'B'O} = \frac{1}{12} V_{ABCD A'B'C'D} = \frac{1}{12} \cdot (1)^3 = \frac{1}{12}$

Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 47:**



Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khi đó, tâm  $O$  là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $SABC$  sẽ nằm trên đường thẳng đi qua  $I$  và vuông góc với  $(ABC)$ . Ta đặt  $OI = x$ . Khi đó ta có :

$$IA = IB = IC = \frac{2}{3} \cdot a\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} a \Rightarrow OA = OB = OC,$$

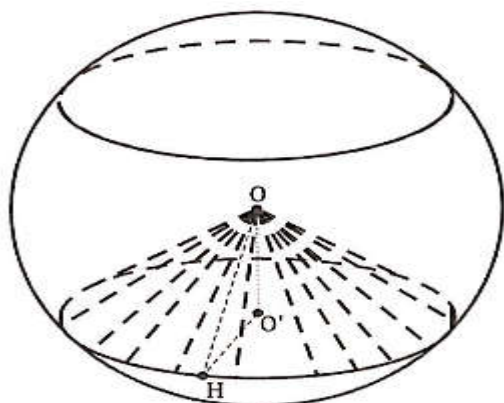
$$OA = OS \Leftrightarrow \sqrt{IA^2 + IO^2} = \sqrt{IA^2 + (SA - IO)^2} \Leftrightarrow IO = |SA - IO| \Leftrightarrow x = |2a - x| \Leftrightarrow x = a \Rightarrow IO = a$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{IA^2 + IO^2} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} a\right)^2 + a^2} = a\sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{28\sqrt{21}}{27} \pi a^3. \text{ Vậy đáp án đúng là } \mathbf{C}.$$

**Câu 48:** Diện tích toàn phần bằng diện tích bốn tam giác đều bằng nhau và bằng:

$$S_p = 4S = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \sin 60^\circ = a^2 \sqrt{3}. \text{ Vậy đáp án đúng là } \mathbf{B}.$$

**Câu 49:**



$R = 2; r = 1 \Rightarrow OO' = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{3} \Rightarrow V_{\text{hình nón}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot OO' = \frac{\pi \sqrt{3}}{3}$ . Vậy đáp án đúng là **B**.

**Câu 50: Phân tích:** Đây là hình nón bị khoét bởi một hình trụ. Ta có:

+ Thể tích hình nón là:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot MA^2 \cdot SM = \frac{1}{3} \pi \left( \frac{AB}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{SA^2 - \left( \frac{AB}{2} \right)^2} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi \left( \frac{60}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{50^2 - \left( \frac{60}{2} \right)^2} = 12000\pi (\text{mm}^3)$$

$$\Rightarrow V_1 = 12\pi (\text{cm}^3)$$

+ Thể tích khối lăng trụ là:

$$V_2 = \pi \cdot MX^2 \cdot XT = \pi \left( \frac{XY}{2} \right)^2 \cdot YZ \Rightarrow V_2 = \pi \cdot \left( \frac{20}{2} \right)^2 \cdot 15 = 1500\pi (\text{mm}^3) \Rightarrow V_2 = \frac{3}{2} \pi (\text{cm}^3)$$

+ Thể tích của vật thể là:  $V = V_1 - V_2 = \frac{21}{2} \pi (\text{cm}^3)$ . Vậy đáp án đúng là **D**.