

ĐÁP ÁN

1D	2B	3D	4D	5A	6D	7D	8C	9A	10A
11D	12C	13B	14C	15C	16A	17B	18B	19C	20C
21A	22B	23C	24A	25C	26B	27A	28C	29A	30D
31C	32A	33D	34A	35C	36C	37B	38C	39A	40B
41D	42A	43A	44A	45A	46D	47B	48D	49A	50B

HƯỚNG DẪN:

Câu 1:

Phân tích: Hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 khi và chỉ khi dấu $f'(x_0)$ chuyển từ âm sang dương (đối với cực đại thì ngược lại chuyển từ dương sang âm). Với lý thuyết này, ta có:

$$y' = 4x^3 + 4(m+1).3x^2 + (m+2)x$$

$$\Rightarrow y' = 4x[x^2 + 3(m+1)x + (m+2)]$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 3(m+1)x + m + 2 = 0 (*) \end{cases}$$

Như vậy, để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại thì chỉ xảy ra một trong hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Phương trình (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

$$\Delta = 9(m+1)^2 - 4(m+2) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 9m^2 + 14m + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-7 - 2\sqrt{10}}{9} \leq m \leq \frac{-7 + 2\sqrt{10}}{9}$$

Trường hợp 2: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, đồng thời một trong hai nghiệm đó phải bằng 0.

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 0^2 + 3(m+1)0 + m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

Vậy đáp án đúng phải là đáp án D.

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh chỉ nhìn ra trường hợp 1 của bài toán và sẽ thu được kết quả là A. Một số khác vừa không nhìn được trường hợp 2, lại còn nhầm dấu của bất phương trình (trong trường hợp 1) nên sẽ nhầm sang đáp án B. Có nhiều em do quá vội vàng sẽ chỉ cho chỉ cần (*) vô nghiệm là đủ và cho ngay đáp án C. Bài toán này “lừa” học sinh ở chỗ là rất ít người nghĩ được trường hợp 2.

Câu 2: Đây là một câu cơ bản đối với học sinh lớp 12. Tuy nhiên vẫn cần nhắc qua kiến thức.

Nói ngắn gọn thì ta dùng phép chia đa thức y cho y' rồi được số dư chính là đường thẳng đi qua hai cực trị. (Ở bài toán tự luận hoặc bài toán trắc nghiệm mà có đáp số không tồn tại đường thẳng, thì ta cần phải tìm

điều kiện của m để hàm số có hai cực trị, vì có nhiều khả năng là không tồn tại m để hàm số có hai cực trị, đồng nghĩa là không tồn tại đường thẳng đã cho). Với bài này, do đáp án không có đáp án nào là không tồn tại đường thẳng nên ta chỉ cần chia $y = x^3 - mx^2 + 2m - 3$ cho $y' = 3x^2 - 2mx$ ta được:

$$\begin{aligned} & x^3 - mx^2 + 2m - 3 \\ &= \left(\frac{x}{3} - \frac{m}{9}\right)(3x^2 - 2mx) - \frac{2m^2x}{9} + 2m - 3 \end{aligned}$$

Do đó, đường thẳng cần tìm là:

$$y = -\frac{2m^2x}{9} + 2m - 3$$

Vậy đáp án cần tìm là **B**.

Sai lầm thường gặp: Do tính thiếu cẩn thận trong khi thực hiện phép chia đa thức.

Câu 3: Bài toán này dựa vào nhận xét sau:

$$y = \frac{(m^2 - 2m)x + m - 2}{x - 1} = \frac{f(x)}{x - 1};$$

$$f(x) = (m^2 - 2m)x + m - 2$$

Nếu $f(1) \neq 0$ thì rõ ràng, đồ thị hàm số đã cho có ít nhất một tiệm cận đứng là $x = 1$. Do đó, tối thiểu ta phải có: $f(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{3x-3}{x-1} = 3; (\forall x \neq 1) \\ y = \frac{0}{x-1} = 0; (\forall x \neq 1) \end{cases}$$

Do đó, cả hai giá trị $-1; 2$ đều thỏa mãn. Vậy đáp án đúng là **D**.

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh sẽ khẳng định $x = 1$ là tiệm cận đứng nên không tồn tại m và cho đáp án **A**.

Câu 4:

Nhận xét: Ta có thể loại trừ ngay đáp án **A, B, C**.

Ta có:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{3x^2 - 3}{3\sqrt[3]{(x^3 - 3x + 1)^2}} \\ y' = 0 &\Leftrightarrow x = \pm 1 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 5:

Khẳng định **A** là đúng bởi vì ta hoàn toàn có thể vẽ bảng biến thiên và nhận ra rằng $f(c)$ là giá trị nhỏ nhất trên $[a; b]$.

Khẳng định **B** là sai vì hàm số đã cho mới chỉ cho là **xác định** trên đoạn $[a; b]$ chứ chưa cho là có đạo hàm trên đoạn $[a; b]$. Ví dụ minh họa mà bạn đọc có thể dễ thấy là ta xét hàm số $y = |x|$ trên đoạn $[-1; 1]$. Khi đó hàm số này đạt cực tiểu tại $x = 0$ nhưng lại không có đạo hàm tại $x = 0$.

Khẳng định **C** là sai vì ta chẳng có mối liên hệ gì giữa giá trị cực tiểu với nghiệm của hàm số. Dĩ nhiên, ta có thể lấy minh họa bằng hàm số $y = x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ thì hàm này có duy nhất một cực tiểu là $x = 0$ nhưng lại vô nghiệm.

Vậy đáp án đúng là **A**.

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh sẽ chọn đáp án **D** bởi vì thường cho $f'(c) = 0$. Đây là lỗi rất khó nhìn, cần phải xem lại khái niệm cực tiểu hàm số trong sách giáo khoa.

Câu 6: Hàm số đã cho rất phức tạp nên việc bấm máy tính cũng gặp chút khó khăn. Nhưng chỉ với một lưu ý nhỏ thì ta có thể thấy ngay.

$$y = \frac{(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2) + x^2 - 2x}{(x-1)(x^2 - 5x + 6) + 2} + 1$$
$$\Rightarrow y = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3) + x^2 - 2x}{x(x-1)(x-2)(x-3) + 2} + 1$$

Nên ta có thể thấy ngay:

$$y(1) = \frac{1}{2}; y(2) = 1; y(3) = \frac{5}{2}; y(0) = 1$$

Do đó, đáp án đúng là **D**.

Câu 7: Số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$; $y = g(x)$ bằng với số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm: $f(x) = g(x)$.

Rõ ràng hàm bậc ba thì chỉ có tối đa ba nghiệm nên ta có thể loại trừ ngay phương án **A** và **C**.

Đối với phương án **B** và **D** ta trực tiếp thử:

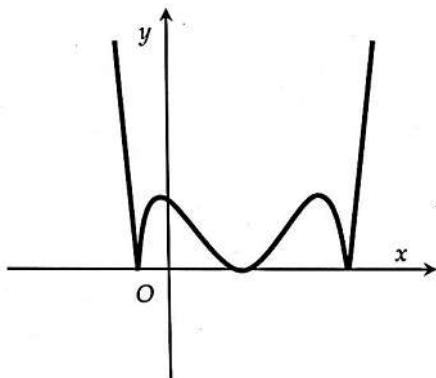
$$-x^4 + 2x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \text{ nên ta có thể loại B.}$$

$$2x^4 - 5x^2 + 3 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \\ x^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Do đó, đáp án đúng là **D**.

Câu 8: Bài toán này thực chất cũng là một bài toán tìm số giao điểm của đồ thị $y = x^2|x^2 - 2|$ và đường thẳng $y = m$. Ta quan sát một chút, hàm số có thể viết lại thành: $y = |x^4 - 2x^2|$. Như vậy hàm số này thực chất là vẽ đồ thị hàm bậc bốn sau đó, tất cả những phần nằm dưới trục hoành thì được bỏ đi và lấy đối xứng qua trục hoành, còn những phần trên đồ thị thì được giữ nguyên. Khi đó, ta thu được đồ thị hàm số và chỉ cần tìm m để thu được đúng 6 giao điểm.

Vậy đáp án đúng là **C**.



Sai lầm thường gặp: Sai trong cách biểu thị kết quả dưới dạng tập hợp.

Câu 9: Đây là dạng toán tìm tiếp tuyến cơ bản của hàm số. Công thức đã biết:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$$

Tại $x = 1$ ta có: $y = 1$ và ta có:

$$y' = \frac{2(x^2 + 2) - (2x + 1) \cdot 2x}{(x^2 + 2)^2} = \frac{-2x^2 - 2x + 4}{(x^2 + 2)^2}$$

Do đó ta có: $y'(1) = 0$. (Lưu ý việc sử dụng máy tính ở đây có vẻ nhanh và chính xác hơn).

Khi đó, tiếp tuyến là: $y = 1$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Sai lầm thường gặp: Một số học sinh do học vẹt công thức nên sẽ khoanh đáp án **C**.

Câu 10: Bản chất bài toán này là tìm giá trị lớn nhất của hàm số, ta có:

$$C(s) = \frac{e^{s-s^2}}{\sqrt{s+1}} + 0,1 \Rightarrow C'(s) = -\frac{e^{s-s^2}(4s^2 + 2s - 1)}{2(s+1)^{3/2}}$$

$$C(s) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} s = \frac{-1-\sqrt{5}}{4} (\text{loai}) \\ s = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} (\text{chon}) \end{cases}$$

Vì s là độ sâu nên ta chỉ cần xét trong trường hợp $s \geq 0$. Do đó, dễ dàng nhận thấy giá trị lớn nhất khi

$$s = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}. \text{ Vậy đáp án đúng là A.}$$

Sai lầm thường gặp: Một số học sinh vì không đọc kỹ đề bài mặc dù đã xác định được s_0 nhưng lại tính thêm nồng độ tại s_0 nên ra đáp án C.

Câu 11: Các khẳng định A, B, C là hiển nhiên đúng do kiến thức trong sách giáo khoa đã ghi. Riêng khẳng định D là sai bởi vì tập xác định của hàm số lũy thừa phụ thuộc vào giá trị của số mũ. (xem thêm trong sách giáo khoa, ví dụ với số mũ nguyên dương thì hiển nhiên tập xác định là \mathbb{R}). Vậy đáp án đúng là D.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh không chắc kiến thức sẽ phân vân là đáp án B với D. Nếu em nào còn phân vân thì xem lại sách giáo khoa nhé.

Câu 12: Câu này cần chắc về kiến thức hàm hợp:

$$f(x) = x^2; g(x) = x^{4/3} + 1; h(x) = x^{6/5} + 2$$

$$\Rightarrow h(g(f(x))) = h(g(x^2)) = h(x^{8/3} + 1)$$

$$\Rightarrow h(g(f(x))) = (x^{8/3} + 1)^{6/5} + 2$$

Vậy đáp án đúng là C.

Lưu ý: Rất dễ nhầm lẫn trong việc hợp của các hàm số.

Câu 13: Với bài toán này ta lại cần lưu ý đạo hàm của hàm hợp. Ta có:

$$h'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x)); k'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x))$$

$$f(1) = 3; g(1) = 3; f'(x) = 2x + 1; g'(x) = 4x^3 + 2x;$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h'(1) = g'(1) \cdot f'(3) = 42 \\ k'(1) = f'(1) \cdot g'(3) = 342 \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh cho rằng $h'(1) = k'(1)$.

Câu 14: Bài toán này chỉ kiểm tra công thức của hàm logarit. Ta có:

$$a = \log_2 20 = \log_2 (2^2 \cdot 5) = 2 + \log_2 5;$$

$$b = \log_{20} 5 = \frac{1}{\log_5 20} = \frac{1}{\log_5 (5 \cdot 2^2)} = \frac{1}{1 + 2 \log_5 2}$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{1}{\log_2 5}} = \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{1}{a-2}} = \frac{a-2}{a-2+2} = \frac{a-2}{a}$$

Vậy đáp án cần tìm là **C**.

Công thức cần nhớ: $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. Về ý tưởng giải dạng toán này là phải đưa về cùng một biến. Và bài toán này chọn biến trung gian là $c = \log_2 5$.

Câu 15: Nhìn vào cơ số thì ta có thể rút ra ngay bài toán: (lưu ý điều kiện $x > 0$):

$$\log_3 x + 2 \log_9 x^2 + 3 \log_{27} x^3 = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x + 2 \log_{3^2} x^2 + 3 \log_{3^3} x^3 = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x + 2 \log_3 x + 3 \log_3 x = 6$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x = 1 \Leftrightarrow x = 3$$

Vậy đáp án đúng là đáp án **C**.

Công thức cần nhớ:

$$\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \cdot \log_{|a|} x; \log_{|a|} x^n = n \log_a |x|$$

Câu 16: Đây là câu mức độ trung bình, kiểm tra công thức đạo hàm:

$$y = \frac{\log_{2017} x}{x} \Rightarrow y' = \frac{x \cdot (\log_{2017} x)' - \log_{2017} x}{x^2}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{x \cdot \frac{1}{x \ln 2017} - \log_{2017} x}{x^2} = \frac{1 - \ln 2017 \cdot \log_{2017} x}{x^2 \ln 2017}$$

Đối chiếu với các kết quả ta thấy chỉ có đáp án **A** là thỏa mãn.

Sai lầm thường gặp: Rõ ràng đây là hàm số ít gặp trong chương trình (đạo hàm của hàm logarit). Vì thế có rất nhiều học sinh nhớ nhầm công thức:

$$(\log_{2017} x)' = \frac{1}{x} \text{ thì sẽ ra đáp án B.}$$

$$(\log_{2017} x)' = \frac{x}{\ln 2017} \text{ thì sẽ ra đáp án C.}$$

$(\log_{2017} x)' = \frac{1}{x \log_{2017} 2017}$ thì sẽ ra đáp án **D**.

Vậy cách để nhớ công thức là gì???? Ta có thể sử dụng bằng cách nhớ đạo hàm của hàm $\ln x$ bằng $\frac{1}{x}$. Từ đó ta suy ra:

$$(\log_a x)' = \left(\frac{\ln x}{\ln a} \right)' = \frac{1}{\ln a} \cdot (\ln x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

Câu 17: Tập xác định của hàm $\log_a f(x)$ là: $f(x) > 0$. Do đó, với bài toán này, tập xác định sẽ là:

$$|2 - x^2| > 0 \Leftrightarrow |x| \neq \sqrt{2}. \text{ Do đó, đáp án đúng là } \mathbf{B}.$$

Sai lầm thường gặp: Nhiều học sinh nắm rõ bản chất nhưng vẫn quên dấu giá trị tuyệt đối ở phía trong nên hiểu sai thành $2 - x^2 > 0$ và đưa ra đáp án **A**. Một số học sinh lại cho điều kiện có nghĩa là biểu thức không âm mà giá trị tuyệt đối của một số luôn không âm nên sẽ khoanh ngay đáp án **D**.

Câu 18: Về mặt nguyên tắc ta cần nhớ khẳng định “quý” sau:

$$\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow (a-1)(b-c) > 0$$

Khi đó áp dụng vào bài toán một cách nhanh chóng: (điều kiện $x > 0; x \neq 1$)

$$\log_x (5x-6) > 2 \Leftrightarrow \log_x (5x-6) > \log_x x^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(5x-6-x^2) > 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x-3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ 2 < x < 3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $x > 0; x \neq 1$ ta có: $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 2 < x < 3 \end{cases}$

Vậy đáp án cần tìm là **B**.

Sai lầm thường gặp: Rất nhiều học sinh do chỉ xét tới một trường hợp là $x > 1$ hoặc $x < 1$ nên có thể gây ra đáp án **A** hoặc **C**. Một số em không biết cách giải bất phương trình cuối hoặc nhầm dấu và đưa tới kết quả **D**.

Câu 19: Câu này khá lạ đối với học sinh và được đánh giá ở mức độ khá. Thay vì tính đạo hàm cấp 100 ta cứ thử tính toán với một số cái nhỏ nhỏ để rút ra:

$$y' = 3.e^{3x} \Rightarrow y'' = 9.e^{3x} \Rightarrow y^{(3)} = 27.e^{3x} = 3^3.e^{3x}$$

$$y^{(4)} = 3^3.3.e^{3x} = 3^4.e^{3x} \Rightarrow y^{(5)} = 3^5.e^{3x}$$

Từ đó, dễ dàng dự đoán được $y^{(100)} = 3^{100}.e^{3x}$ (công việc chứng minh ở đây chỉ là quy nạp đơn thuần). Vậy đáp án **C** đúng.

Sai lầm thường gặp: Hay sai $(e^{3x})' = e^{3x}$ hoặc $(e^{3x})' = \frac{e^{3x}}{3}$.

Câu 20: Đây là một câu suy luận khá thú vị và hơi trừu tượng đối với học sinh, cần phân tích kĩ. Ta sẽ vẽ thành một cái bảng với các hàng thì biểu thị số con sống được 0, 1, 2, 3, 4 tiếng còn các cột thì biểu thị số con từng thời điểm 0h, 1h, 2h, 3h, ..., 7h.

	0t	1t	2t	3t	4t
0h	0				
1h	4	2			
2h	16	4	2		
3h	64	16	4	2	
4h	256	64	16	4	2
5h	960	256	64	16	4
6h	3712	960	256	64	16
7h	14336	3712	960	256	64

Ta sẽ mô tả như sau: tại hàng một, có đúng 2 con sống được 0 tiếng tại thời điểm 0h. Tại hàng hai tức là thời điểm 1h, 2 con này sống được 1 tiếng và mỗi con sinh ra $2^1 = 2$ con nên có tổng 4 con mới được sinh ra, hay là 4 con sống được 0 tiếng tại thời điểm này. Tại hàng thứ ba tức là thời điểm 2h, 4 con sống được 1 tiếng và 2 con sống được 2 tiếng, khi đó, chúng đẻ ra: $4 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 = 16$ con và 16 con này sống được 0 tiếng tại thời điểm này. Cứ tiếp tục như vậy ta có bảng trên và thu được, tại thời điểm 7h ta có tổng số con đang sống là:

$$14336 + 3712 + 960 + 256 = 19264$$

Vậy đáp án đúng là C.

Sai lầm thường gặp: Chỉ dừng lại ở số con sống được 0 tiếng tại thời điểm 7h và ra đáp án A. Một số học sinh lại cộng cả 64 con sau khi đẻ lần 4 (tức là cả hàng cuối) và ra đáp án B.

Câu 21: Học sinh có thể bấm máy tính là nhanh nhất, thế nhưng vẫn nên hiểu bản chất vấn đề:

$$I = \int_0^{2\pi/3} \sqrt{1 - \cos 2x} dx = \int_0^{2\pi/3} \sqrt{2 \sin^2 x} dx$$

Do trên đoạn $[0; 2\pi/3]$ thì $\sin x \geq 0$ nên:

$$I = \sqrt{2} \int_0^{2\pi/3} \sin x dx = -\sqrt{2} \cos x \Big|_0^{2\pi/3} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Vậy đáp án đúng là A.

Câu 22: Công thức nguyên hàm:

$$\int f(x) dx = \int (2 \cos 2x + 3^{\sin x - 1} \cos x + x) dx$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = \int 2 \cos 2x dx + \int 3^{\sin x - 1} d(\sin x) + \int x dx \text{ Vậy đáp án đúng là B.}$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = \sin 2x + \frac{3^{\sin x - 1}}{\ln 3} + \frac{x^2}{2} + C$$

Sai lầm thường gặp: Học sinh hay nhầm:

$$\int \cos x dx = -\sin x; \int 3^x dx = 3^x \ln 3$$

Câu 23: Đáp án đúng là C. Xem thêm định lý trong sách giáo khoa.

Câu 24: Đây là một câu khó trong đề thi.

Do xuất hiện $f'(x); f(x)$ trong dấu tích phân nên ta có thể nghĩ tới phương pháp tích phân từng phần.

$$\int_0^1 x(f'(x) - 2) dx = f(1) \Rightarrow \int_0^1 xf'(x) dx = \int_0^1 2x dx + f(1)$$

$$\Rightarrow \int_0^1 x d(f(x)) = x^2 \Big|_0^1 + f(1) = 1 + f(1)$$

Vậy đáp án đúng là A.

$$\Rightarrow xf(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) dx = 1 + f(1) \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = -1$$

Câu 25: Ta có:

$$V = \int_a^b B \frac{x^2}{b^2} dx = \frac{B}{3b^2} (b^3 - a^3)$$

$$\Rightarrow V = B \cdot \frac{b-a}{3} \cdot \frac{a^2 + ab + b^2}{b^2}$$

$$h = b - a; B' = B \cdot \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow V = \frac{h}{3} (B + \sqrt{BB'} + B')$$

Đáp án đúng là C.

Câu 26: Phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 = 3$. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x^2 + \frac{x^4}{4} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ \frac{x^2}{2} + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow A(-\sqrt{2}; 1); B(\sqrt{2}; 1)$$

Diện tích được giới hạn bởi parabol với đường tròn là:

$$S_1 = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \left(\sqrt{3-x^2} - \frac{x^2}{4} \right) dx = \frac{2\sqrt{2}}{3} + 3 \arcsin \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)$$

Diện tích đường tròn là:

$$S = S_1 + S_2 = \pi R^2 = 3\pi$$

$$\Rightarrow S_2 = 3\pi - 3 \arcsin \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right) - \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó, } S_1 < S_2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3} + 3 \arcsin \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)}{3\pi - 3 \arcsin \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right) - \frac{2\sqrt{2}}{3}}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 27: Có thể sử dụng ngay công thức tính thể tích hình trụ. Lưu ý, bài toán này chỉ tính mức nước ở giữa cái giếng hay nửa thể tích hình trụ:

$$V = \frac{1}{2} \cdot S \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot h \Rightarrow V = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \frac{7}{2} = \frac{7}{16} \pi \text{ Vậy đáp án đúng là A.}$$

Sai lầm thường gặp: Nhớ sai công thức thể tích hình trụ: $V = \frac{1}{3}Sh$ hoặc coi d là bán kính thì sẽ ra ba đáp án còn lại.

Câu 28: Kiểm tra tổng quát các công thức tích phân, lưu ý rằng nếu với mọi hàm $f(x)$ thì hầu hết những khẳng định sau xảy ra:

$$\int_a^b |f(x)| dx \neq \left| \int_a^b f(x) dx \right| \quad (1);$$

$$\int_a^b (f(x))^2 dx \neq \left(\int_a^b f(x) dx \right)^2 \quad (2);$$

$$\int_a^b |f(x)| dx \neq \int_a^b f(x) dx \quad (3)$$

Khẳng định (1) xảy ra dấu "=" khi khi $f(x)$ không đổi dấu.

Khẳng định (3) xảy ra dấu "=" khi khi $f(x) \geq 0$.

Khẳng định (2) xảy ra dấu "=" khi điều kiện phức tạp không muốn nêu (ai thích tìm hiểu có thể tìm trên internet là bất đẳng thức Bunhiacopski dạng tích phân), nhưng thực sự nó không cần thiết cho kì thi đại học. Vấn đề ở đây là ta có thể lấy ví dụ $f(x) = x^2$ thì rõ ràng không xảy ra dấu "=".

Khi đó dễ dàng kiểm tra chỉ có khẳng định **C** là đúng bởi vì:

$$\int_0^1 f(|x|)dx = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^{1/2} f(x)dx + \int_{1/2}^1 f(x)dx$$
$$= 2 \int_0^{\sqrt{2}/2} xf(x^2)dx - \int_1^{1/2} f(x)dx$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

Câu 29: Đặt $z = a + bi$. Khi đó ta có:

$$z + 2\bar{z} = (a + bi) + 2(a - bi) = 3a - bi$$

$$z + 2\bar{z} = 3 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ -b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

Do đó, phần thực của số phức z là 1. Vậy đáp án đúng là **A**.

Sai lầm thường gặp: Không phân biệt được đâu là phần thực của số phức z và có thể ghi đáp án **D**.

Câu 30: Bài toán này chỉ cần lưu ý một số tính chất sau của số phức: $|z^m| = |z|^m$; $|z| = |\bar{z}|$; $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

Khi đó ta có ngay:

$$z^2 (|z| + z \cdot \bar{z}) = 12\bar{z} \Rightarrow |z|^2 (|z| + |z|^2) = 12|z|$$

$$\Rightarrow |z| (|z|^3 + |z|^2 - 12) = 0 \Rightarrow |z| (|z| - 2) (|z|^2 + 3|z| + 6) = 0$$
 Do đó, $|z| = 2$ và đáp án đúng là **D**.

$$\Rightarrow \begin{cases} |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0 \text{ (loại; } z \notin \mathbb{R}) \\ |z| = 2 \end{cases}$$

Sai lầm thường gặp: Đáp án **A** người ta không yêu cầu tìm z . Đáp án **B** sai do không loại trường hợp z thực.

Câu 31: Rõ ràng tập hợp các điểm là tập hợp các điểm nằm trên cạnh và nằm bên trong hình vuông có bốn đỉnh là:

$$(2; 2); (2; -2); (-2; 2); (-2; -2). \text{ Do đó, đáp án đúng là } \mathbf{C}.$$

Câu 32: Do $|a| = |b| = 1$ nên ta có thể đặt:

$$a = \cos A + i \sin A; b = \cos B + i \sin B$$

Khi đó ta có:

$$x = \sqrt{(\cos A + \cos B)^2 + (\sin A + \sin B + 1)^2}$$

$$y = \sqrt{(\cos A \cos B - \sin A \sin B - \sin A - \sin B)^2 + (\cos A \sin B + \sin A \cos B + \cos A + \cos B)^2}$$

Rút gọn ta có:

$$x = \sqrt{3 + 2 \cos(A - B) + 2(\sin A + \sin B)};$$

$$y = \sqrt{3 + 2 \cos(A - B) + 2(\sin A + \sin B)}$$

Do đó, $x = y$ nên đáp án đúng là **A**.

Câu 33: Ta có:

$$z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)(z^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z^2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 \\ z = i \\ z = -i \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 34: Giải phương trình ta được bốn nghiệm:

$\pm i; \pm 2i$. Do đó ta có:

$$S = \left(\frac{1}{1+i} + \frac{1}{1-i} \right) + \left(\frac{1}{1-2i} + \frac{1}{1+2i} \right)$$

$$S = \frac{2}{(1+i)(1-i)} + \frac{2}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{2}{2} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 35:

Kinh nghiệm: Với dạng toán này ta thực hiện từ những đáp án theo hình thức từ đơn giản đến phức tạp.

Ta thấy ngay khẳng định **A, B** là đúng. Thử với khẳng định **D** ta có:

$z(1+i)^2 = (a+bi)(2i) = -2b + 2ai$ nên khẳng định **D** là đúng. Đến đây ta có thể khoanh **C** ngay, ta thử kiểm chứng xem???

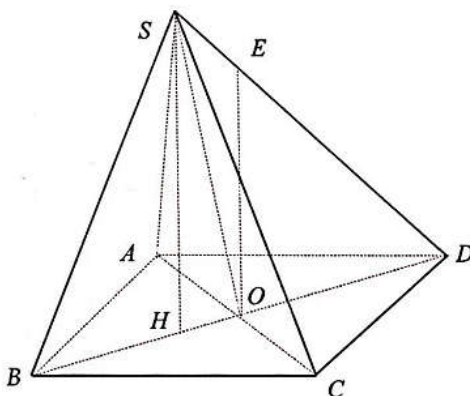
$$\frac{1+i}{z} = \frac{1+i}{a+bi} = \frac{(1+i)(a-bi)}{a^2+b^2} = \frac{(a+b) + (a-b)i}{|z|^2}$$

Như vậy mẫu số sai. Do đó, đáp án đúng là **C**.

Câu 36: Đáp án đúng là **C** (bạn đọc xem lại sách giáo khoa)

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh nhầm đáp án **B** và **D**.

Câu 37:



Trong mặt phẳng (SBD) kẻ OE song song SH và cắt SD tại E . Khi đó ta có tứ diện $OECD$ vuông tại O và

$$OC = \frac{a}{2}; OD = \frac{a\sqrt{3}}{2}; OE = \frac{3a}{8}$$

$$\frac{1}{d^2(O; (SCD))} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OE^2}$$

$$\Rightarrow d(O; (SCD)) = \frac{3a}{4\sqrt{7}}$$

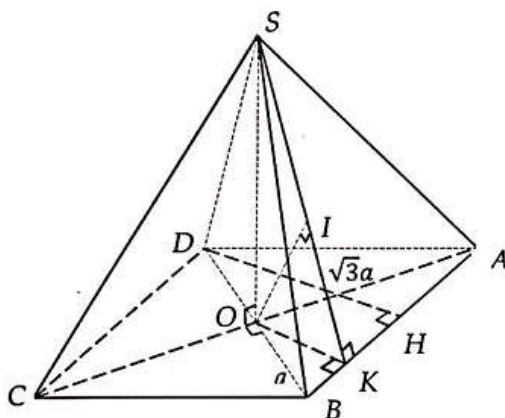
$$\text{Mà } d(B; (SCD)) = 2d(O; (SCD)) = \frac{3a}{2\sqrt{7}}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 38: Bát diện đều thì chỉ có 6 đỉnh. Ngoài ra ghép hai tứ diện đều thì không đem được kết quả gì.

Đáp án đúng là C.

Câu 39:



+Từ giả thiết $AC = 2a\sqrt{3}; BD = 2a$ và AC, BD vuông góc với nhau tại trung điểm O của mỗi đường chéo.

Ta có tam giác ABO vuông tại O và $AO = a\sqrt{3}; BO = a$, do đó $ABD = 60^\circ$

Hay tam giác ABD đều.

Từ giả thiết hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD) nên giao tuyến của chúng là $SO \perp (ABCD)$.

+Do tam giác ABD đều nên với H là trung điểm của AB, K là trung điểm của HB ta có $DH \perp AB$ và

$$DH = a\sqrt{3}; OK \parallel DH \text{ và } OK = \frac{1}{2}DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOK).$$

+Gọi I là hình chiếu của O lên SK ta có $OI \perp SK$; $AB \perp OI \Rightarrow OI \perp (SAB)$, hay OI là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB).

Tam giác SOK vuông tại O, OI là đường cao

$$\Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow SO = \frac{a}{2}$$

Diện tích đáy:

$$S_{ABCD} = 4S_{\triangle ABO} = 2.OA.OB = 2\sqrt{3}a^2;$$

$$\text{Đường cao của hình chóp } SO = \frac{a}{2}.$$

Thể tích khối chóp S.ABCD :

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$$

Vậy đáp án đúng là A.

(trích đề thi thử Lộc Hưng – Tây Ninh 2016)

Sai lầm thường gặp: Khả năng tính toán bài này rất dễ nhầm.

Câu 40: Lăng trụ tam giác đều là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Gọi cạnh của tam giác đều là a và chiều cao của lăng trụ là h . Khi đó ta có:

$$S_{\text{day}} = \frac{1}{2}a^2 \sin(60^\circ) = \sqrt{3}$$

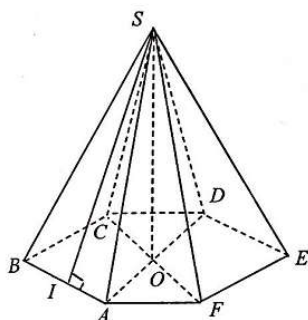
$$S_{\text{mat ben}} = ah = 2$$

$$\Rightarrow h = \frac{2}{a} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\Rightarrow V = S_{\text{day}}.h = \sqrt{3}$$

Vậy đáp án đúng là B.

Câu 41:



Lưu ý rằng lục giác $ABCDEF$ là lục giác đều và nó giống như xếp 6 tam giác đều AOB theo chiều kim đồng hồ. Ta cần xác định hai yếu tố:

Chiều cao (để ý tam giác AOB đều nên $OA = AB = 3$):

$$h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

Diện tích để ý diện tích ngũ giác $ABCDE$ bằng 5 lần diện tích tam giác AOB nên ta có:

$$S = 5.S_{AOB} = 5 \cdot \frac{1}{2} AB^2 \sin(60^\circ) = \frac{45\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Do đó, ta có: } V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{45\sqrt{3}}{4} \cdot 4 = 15\sqrt{3}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Sai lầm thường gặp: Đa số học sinh do đọc quá nhanh đề bài tưởng là tính $V_{SAB CDEF}$ nên thu được kết quả **B**.

Câu 42:

Ta sử dụng công thức:

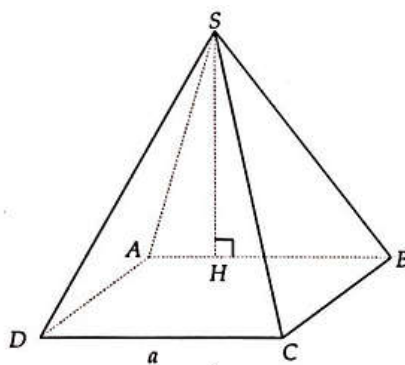
$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

Do đó ta có:

$$\frac{V_{A'B'C'.ABC}}{V_{SABC}} = 1 - \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{SABC}} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Đáp án đúng là **A**.

Câu 43:



Ta có: $(SAB) \perp (ABCD); (SAB) \cap (ABCD) = AB$

$SH \subset (SAB); SH \perp AB$ (là đường cao của ΔSAB đều). Suy ra: $SH \perp (ABCD)$

Tính $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (vì ΔSAB đều cạnh a)

$$S_{ABCD} = a^2$$

Do đó, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Đáp án đúng là **A**.

Câu 44: Một trong những tính chất cơ bản của bài toán này là: H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $OH \perp (ABC)$. (Nếu em nào chưa biết có thể hỏi thêm trong group). Ta có: $\vec{OH} = (2; 3; 4)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là:

$$\begin{aligned} 2(x-2) + 3(y-3) + 4(z-4) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x + 3y + 4z - 29 &= 0 \end{aligned}$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 45: Phương trình đường thẳng AB là:

$$\frac{x-0}{1-0} = \frac{y-1}{2-1} = \frac{z-1}{3-1}$$

Khi đó, ta có:

$$M(x_0; y_0; z_0) \in AB \Leftrightarrow \exists t: M(t; t+1; 2t+1)$$

M là giao điểm AB và mặt phẳng (P) khi:

$$1.t + 2.(t+1) + 3.(2t+1) = 4 \Leftrightarrow t = \frac{-1}{9}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{-1}{9}; \frac{8}{9}; \frac{7}{9}\right)$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 46: Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{0 + (-1) + 1}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1 + 1 + 1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{2 + 4 + 3}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0; 1; 3)$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 47:

Tâm nằm trên trục Oz nên có tọa độ: $I(0; 0; z_0)$.

Do mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A; B$ nên ta có:

$$IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(1-0)^2 + (-2-0)^2 + (1-z)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (2-0)^2 + (0-z)^2}$$

$$\Leftrightarrow 1 + (z_0^2 - 2z_0 + 1) = z_0^2 \Leftrightarrow z_0 = 1 \Leftrightarrow I(0; 0; 1)$$

$$\Leftrightarrow (S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

Câu 48:

Vì theo đáp án ta chỉ cần kiểm tra:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 5 \neq 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 10 \neq 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{d} = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = -2 \neq 0$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 3 \neq 0$$

$$\vec{b} \cdot \vec{d} = (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = 0$$

$$\vec{c} \cdot \vec{d} = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = 0$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 49:

Điểm $H(x_0; y_0; z_0)$ là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) khi:

$$\begin{cases} AH \perp (P) \\ H \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_0 - 1}{1} = \frac{y_0 - 2}{2} = \frac{z_0 - 4}{3} \\ x_0 + 2y_0 + 3z_0 = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_0 - 1}{1} = \frac{2y_0 - 4}{4} = \frac{3z_0 - 12}{9}$$

$$= \frac{(x_0 - 1) + (2y_0 - 4) + (3z_0 - 12)}{1 + 4 + 9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x_0 - 1}{1} = \frac{y_0 - 2}{2} = \frac{z_0 - 4}{3} = \frac{-12}{14} = \frac{-6}{7}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{1}{7} \\ y_0 = \frac{2}{7} \\ z_0 = \frac{10}{7} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{10}{7}\right)$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

Câu 50: Tâm của mặt cầu (S) là:

$$(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 8$$

$$\Rightarrow I(0; 1; 2)$$

Do đó, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A và I là:

$$\frac{x - 0}{2 - 0} = \frac{y - 1}{3 - 1} = \frac{z - 2}{1 - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 2}{-1}$$

Vậy đáp án đúng là **B**.