ĐÁP ÁN

1B	2C	3D	4A	5B	6D	7B	8A	9B	10C
11D	12D	13C	14C	15C	16B	17B	18B	19C	20D
21C	22A	23B	24C	25C	26B	27A	28B	29B	30D
31D	32C	33A	34D	35B	36A	37B	38D	39A	40C
41C	42C	43C	44A	45B	46D	47B	48C	49C	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Nhận thấy $x^3+x, e^x, \sqrt{x}$ là các hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}^+$ nên $f(x)=(x^3+x).e^x.\sqrt{x}-2e$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}^+$, suy ra phương trình đã cho có tối đa 1 nghiệm.

Mặt khác $f(x)=(x^3+x).e^x.\sqrt{x}-2e$ liên tục trên $\mathbb{R}^+$ và $f\left(\frac{1}{2}\right).f\left(\frac{3}{2}\right)<0$ nên phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$, *ta cũng có thể nhẩm chính xác nghiệm* $x=1$, *hay* $f(1)=0$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=1$. Ta chọn phương án **B**.

Câu 2.

Ta tính được $y'(x)=4x^3-4x$.

Khi đó $y'(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\pm 1$.

Nhận thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị. Tuy nhiên chỉ có 2 giá trị cực trị là $y(1)=y(-1)=-4$ và $y(0)=-3$. *Tham khảo tại trang 10 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.*

Ta chọn phương án **C**.

Câu 3.

Khi $x\to+\infty$ thì $y\to+\infty$ nên không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số đã cho.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 4.

Ta tính được $y'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\ge 0$, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Tham khảo cách giải thích tương tự với hàm số $y=x^3$ tại trang 11 và 12 SGK Giải Tích 12 – Nâng cao.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 5. *Tham khảo tại trang 12 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao*.

Ta chọn phương án **B.**

Câu 6.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 7.

Áp dụng công thức Héron: Nếu tam giác *ABC* có độ dài các cạnh là *a*, *b*, *c* thì diện tích nó là:

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

với $p=\dfrac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác.

Ta có $a+b+c=16$. Giả sử $a=6\Rightarrow b+c=10$.

Do đó áp dụng bất đẳng thức *AM-GM* ta được

$$S=\sqrt{8(8-6)(8-b)(8-c)}$$
$$=4\sqrt{8-b}\sqrt{8-c}\le 4.\frac{8-b+8-c}{2}=4.\frac{8+8-10}{2}=12$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $b=c=5$.

Suy ra $b\cdot c=25$. Ta chọn phương án **B**.

Câu 8.

Với $x\le 0$ thì $f(x)\le 0$.

Với $x>0$ thì $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}\le\dfrac{x}{2x}=\dfrac{1}{2}$

Suy ra $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=1$, hay $x_0=1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại $x=1$ là $y=\dfrac{1}{2}$. Ta chọn phương án **A**.

Câu 9: Đáp án B.

$$y'=\frac{(x-1)'.\sqrt{x^2+1}-(x-1)\left(\sqrt{x^2+1}\right)}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{x^2+1}-(x-1).\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{\sqrt{x^2+1}-\dfrac{x^2-x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}$$

$$=\frac{x+1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}=\frac{1+x}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}$$

Câu 10

Đạo hàm $y'(x)=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)$. Biệt thức $\Delta'=9m^2-9\left(m^2-1\right)=9>0$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y'(x)=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt, hay hàm số (*C*) luôn có cực đại và cực tiểu. Gọi *A*, *B* lần lượt là cực đại và cực tiểu của hàm số (*C*).

Do đó $A(m-1;-3m+2);B(m+1;-3m-2)$

Xét tọa độ điểm cực tiểu $B(m+1;-3m-2)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=m+1\\y=-3m-2\end{cases}$

Suy ra $x-1=m=\dfrac{-2-y}{3}\Leftrightarrow 3x+y-1=0$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (*C*) luôn chạy trên đường thẳng cố định có phương trình là $3x+y-1=0$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 11.

Ta tính được $y'(x)=x^2-4x+3$.

Khi đó $y'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$. Kết hợp bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 12.

Ta tính được $y'(x)=\dfrac{-1-m^2-m-1}{(x-1)^2}$. Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi

$-m^2-m-2>0\Leftrightarrow m^2+m+2<0$

$\Leftrightarrow\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}<0$

(vô lí). Ta chọn phương án **D**.

Câu 13.

Ta tính được $y'(x)=x^2-4x+3$ và $y''(x)=2x-4$. Khi đó $y''(x)=0\Leftrightarrow x=2$, suy ra $y(2)=\frac{1}{3}$.

Vậy tọa độ điểm uốn của đồ thị hàm số đã cho là $I\left(2;\frac{1}{3}\right)$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 14.

Đặt $t=3^x$, suy ra $\frac{5}{9}t^2+4t-\frac{41}{9}\le 0\Leftrightarrow -\frac{41}{5}\le t\le 1$.

Do đó $3^x\le 1\Leftrightarrow x\le 0$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 15.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 16.

Đặt $y=\log_2 x$.

Áp dụng bất đẳng thức $\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|\ge\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$ ta được $5=\sqrt{(t+1)^2+1^2}+\sqrt{(2-t)^2+3^2}\ge\sqrt{3^2+4^2=5}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\frac{t+1}{1}=\frac{2-t}{3}\Leftrightarrow t=-\frac{1}{4}$, suy ra $x=2^{-\frac{1}{4}}=\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. Thử lại thỏa.

Ta chọn phương án **B**.

Câu 17.

Ta có $\log_2 x+m\ge x,\forall x\in[1;3]$ khi và chỉ khi $m\ge x-\log_2 x=f(x),\forall x\in[1;3]$, hay $m\ge\max\limits_{[1;3]}f(x)$

Ta tính được $f'(x)=1-\frac{1}{x\ln 2}$.

Khi đó $\begin{cases}f'(x)=0\\x\in[1;3]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{\ln 2}\\x\in[1;3]\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{1}{\ln 2}$.

Ta có

$f(1)=1, f\left(\frac{1}{\ln 2}\right)=\frac{1}{\ln 2}+\log_2(\ln 2), f(3)=3-\log_2 3$ Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(3)=3-\log_2 3$, hay $m \geq 3-\log_2 3$. Ta chọn phương án **B**.

Câu 18.

Phương án A sai, chính xác là đồ thị hàm số $y=\log_2 x$ và đồ thị hàm số $y=2^x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=x$.

Phương án C sai, chính xác là $a^\alpha=b$. *Tham khảo tại trang 83 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.*

Ta chọn phương án **B**. *Tham khảo tại trang 80 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.*

Câu 19.

Điều kiện $x>0$. Phương trình đã cho tương đương với $\frac{1}{2}.4^{\lg(4x)}+3.4^{\lg(4x)}=7^{\lg(4x)}+7^{\lg(4x)}.\frac{1}{7}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{7}\right)^{\lg(4x)}=\frac{1+\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}+3}=\frac{16}{49}=\left(\frac{4}{9}\right)^2 \Leftrightarrow \lg(4x)=2$

$\Leftrightarrow x=25$

So ĐKXĐ ta được nghiệm duy nhất $x=25$.

Suy ra $x^2=25^2=625$. Ta chọn phương án **C**.

Câu 20.

Điều kiện $x,y>0$.

Ta có $\log_3(\log_2 x)+\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_{\frac{1}{2}} y\right)=1$ tương đương với $\log_3(\log_2 x)-\log_3(-\log_2 y)=1$

$\Leftrightarrow \log_3(\log_2 x)-\log_3(-\log_2 y)=1$

$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{y}}\right)=1 \Leftrightarrow \log_2 x=3\log_2\frac{1}{y}$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{y^3} \Leftrightarrow xy^3=1$

Kết hợp với $xy^2=4$ được $\begin{cases} xy^3=1 \\ xy^2=4 \end{cases}$.

Vì $x, y > 0$ nên chia theo từng vế ta được $\frac{1}{y} = 4 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}$, do đó $x = 64$.

Suy ra $126x^2 + y^3 = 126.64^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 \approx 516096,0156$

Ta chọn phương án **D**.

Câu 21.

Ta có $\exists x \in [1;3]: \log_2 x + m \geq \frac{1}{2}x^2$ khi và chỉ khi $m \geq \min\limits_{[1;3]} f(x)$, với $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \log_2 x$.

Ta tính được $f'(x) = x - \frac{1}{x\ln 2}$.

Khi đó $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ x \in [1;3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{\frac{1}{\ln 2}} \\ x \in [1;3] \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{\ln 2}}$.

Ta có

$f(1) = \frac{1}{2}, f\left(\sqrt{\frac{1}{\ln 2}}\right) = \frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{2}\log_2(\ln 2),$

$f(3) = \frac{9}{2} - \log_2 3$

Vậy $\min\limits_{[1;3]} f(x) = f\left(\sqrt{\frac{1}{\ln 2}}\right) = \frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{2}\log_2(\ln 2)$,

hay $m \geq \frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{2}\log_2(\ln 2)$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 22.

Điều kiện $x \geq \frac{1}{e^2}$. Ta có

$$\sqrt{6\left((\ln x)^2 + 2\ln x + 4\right)} - 2(\ln x + 2)$$

$$= \frac{2\left((\ln x)^2 - 2\ln x + 4\right)}{\sqrt{6\left((\ln x)^2 + 2\ln x + 4\right)} + 2(\ln x + 2)} > 0, \forall x \geq \frac{1}{e^2}$$

Do đó bất phương trình đã cho trở thành

$$2\left(\sqrt{\ln x+2}-2\right)\geq\sqrt{6\left((\ln x)^2+2\ln x+4\right)}-2(\ln x+2)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{\ln x+2}+2\ln x\geq\sqrt{12(\ln x+2)+6(\ln x)^2}\ (1)$$

Nhận xét $x=\frac{1}{e^2}$ không là nghiệm của bất phương trình.

Khi $x>\frac{1}{e^2}$, chia hai vế bất phương trình (1) cho $\sqrt{\ln x+2}>0$, ta được

$$2+\frac{2\ln x}{\sqrt{\ln x+2}}\geq\sqrt{12+6\left(\frac{\ln x}{\sqrt{\ln x+2}}\right)^2}$$

Đặt $t=\frac{\ln x}{\sqrt{\ln x+2}}$, bất phương trình trở thành

$$2+2t\geq\sqrt{12+6t^2}\Leftrightarrow\begin{cases}2+2t\geq 0\\ 4+8t+4t^2\geq 12+6t^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t\geq -1\\ 2(t-2)^2\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow t=2$$

Với $t=2$ thì $\frac{\ln x}{\sqrt{\ln x+2}}=2$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\ln x>0\\ (\ln x)^2-4\ln x-8=0\end{cases}$$

$\Leftrightarrow \ln x=2+2\sqrt{3}\Leftrightarrow x=e^{2+2\sqrt{3}}$ (nhận)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left\{e^{2+2\sqrt{3}}\right\}$.

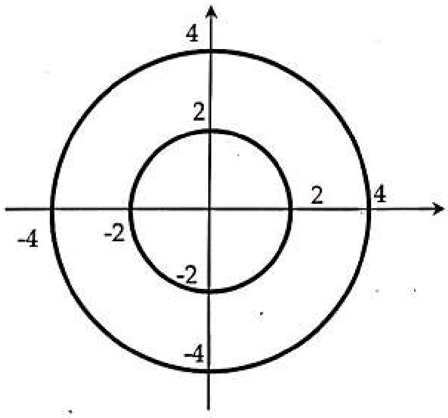
Phương án B sai vì không có phần tử nào là số nguyên tố, phương án C sai vì "tồn tại duy nhất" chứ không phải "vô số", phương án D sai vì phương trình có nghiệm.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 23.

Giả sử $k=x+yi$, suy ra $|x+yi|\leq 2$, do đó $x^2+y^2\leq 4$.

Tương tự với $v=a+bi$ ta được $4\leq a^2+b^2\leq 16$.



Nhận thấy *Q* là diện tích phần hình tròn được tô màu xám (như hình minh họa), tức là diện tích hình tròn tâm *O*, bán kính 2 và *S* là diện tích phần hình vành khăn không màu (như hình minh họa), tức là diện tích phần còn lại sau khi lấy hình tròn tâm *O*, bán kính 4 loại đi hình tròn tâm *O*, bán kính 2.

Khi đó $Q = \pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 2^2 = 16\pi - 4\pi = 12\pi$.

Suy ra $Q < S$ hay $S - Q > 0$.

Ta chọn phương án **B**.

Câu 24.

Ta tính được $x = 3 - 4i$, $y = \dfrac{64}{25} + \dfrac{102}{25}i$, $z = \dfrac{483}{145} - \dfrac{1313}{290}i$ và $A \approx -26,5 - 33,3i$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 25.

Phát biểu 1 **đúng**, phát biểu 2 **sai** vì ta chỉ xét được hai số phức có bằng nhau hay không chứ không xét được số nào lớn hơn hay bé hơn, phát biểu 3 **sai** vì lí do tương tự, phát biểu 4 **đúng** vì môđun của hai số phức bất kì là hai số thực dương và ta hoàn toàn so sánh chúng được.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 26.

Giả sử $z = x + yi$, suy ra $\left|(x+2)+(y+3)i\right| \le 4$, do đó $(x+2)^2 + (y+3)^2 \le 16$. Vậy tập hợp điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán là phần hình giao nhau giữa hình tròn tâm $I(-2;-3)$, bán kính 4 và nửa mặt phẳng bờ là trục ảo chứa các điểm có phần thực không âm. Do đó ta thu được một hình viên phân.

Ta chọn phương án **B**.

Câu 27.

Ta chọn phương án **A**. *Tham khảo tại trang 207 và 208 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao*.

Câu 28.

Ta có

$$I=\int_e^{e^2}\frac{\left(x^2+1\right)\ln x+1}{x\ln x}dx=\int_e^{e^2}\frac{x^2\ln x+1+\ln x}{x\ln x}dx$$
$$=\int_e^{e^2}\left(x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x\ln x}\right)dx=\int_e^{e^2}\left(x+\frac{1}{x}\right)dx+\int_e^{e^2}\frac{1}{x\ln x}dx$$

Xét $M=\int_e^{e^2}\left(x+\frac{1}{x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}+\ln|x|\right)\Bigg|_e^{e^2}=\frac{e^4-e^2}{2}+1$

Xét $N=\int_e^{e^2}\frac{1}{x\ln x}dx$, đặt $t=\ln x$, suy ra $dt=\frac{1}{x}dx$.

Đối cận $x=e\Rightarrow t=1$ và $x=e^2\Rightarrow t=2$ ta được

$N=\int_1^2\frac{dt}{t}=\left(\ln|t|\right)\Big|_1^2=\ln 2-\ln 1=\ln 2$.

Vậy $I=\frac{e^4-e^2}{2}+1+\ln 2$.

Do đó $a=-b=c=d=1$. Ta chọn phương án **B**.

Câu 29.

Ta có $I=\int_1^e\frac{x+1}{x^2}\ln xdx=\int_1^e\frac{1}{x}\ln xdx+\int_1^e\frac{1}{x^2}\ln xdx$.

Xét $A=\int_1^e\frac{1}{x}\ln xdx=\int_1^e\ln xd\left(\ln x\right)=\frac{1}{2}\ln^2 x\Big|_1^e=\frac{1}{2}$

và $B=\int_1^e\frac{1}{x^2}\ln xdx$, đặt $u=\ln x\Rightarrow du=\frac{1}{x}dx$

và $dv=\frac{1}{x^2}dt\Rightarrow v=-\frac{1}{x'}$, suy ra

$$B=-\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^e+\int_1^e\frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{x}\Big|_1^e$$
$$=-\frac{1}{e}-\left(\frac{1}{e}-1\right)=-\frac{2}{e}+1$$

Vậy $I=A+B=\frac{1}{2}-\frac{2}{e}+1=\frac{3}{2}-\frac{2}{e}$. Do đó $a=3$ và $b=2$, hay phương trình $3x+2=0$ có nghiệm duy nhất là $x=-\frac{2}{3}$.

Ta chọn phương án **B**.

Câu 30.

Xét phương trình $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Diện tích hình phẳng là

$$S = \left|\int_1^e \ln x dx\right| = \left|x \ln x\Big|_1^e - \int_1^e x.\frac{1}{x}dx\right| = \left|e - \int_1^e dx\right|$$

$$= \left|e - x\Big|_1^e\right| = 1$$

Ta chọn phương án **D**.

Câu 31.

Lấy mốc thời gian là lúc xe tải bắt đầu được thắng. Gọi *T* là thời điểm xe tải dừng hẳn. Ta có $v(T) = 0$ suy ra $-27T + 24 = 0 \Leftrightarrow T = \frac{24}{27}$. Như vậy, khoảng thời gian từ lúc đạp thắng đến khi dừng hẳn của xe tải là $\frac{24}{27}$ *giây*. Trong khoảng thời gian đó, xe tải di chuyển được quãng đường là

$$S = \int_0^{\frac{24}{27}} (24 - 27t) dt = \left(24t - \frac{27}{2}t^2\right)\Bigg|_0^{\frac{24}{27}} = \frac{32}{3} \text{ (mét)}$$

Ta chọn phương án **D**. *Tham khảo tại ví dụ 2 trang 150 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.*

Câu 32.

Ta có nguyên hàm của $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$ là $I = \int x\sqrt{x^2+1}dx$. Đặt $t = \sqrt{x^2+1}$, suy ra $t^2 = x^2 + 1$ hay $tdt = xdx$.

Do đó $I = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C$, với $t = \sqrt{x^2+1}$.

Trả biến được $I = \frac{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}{3} + C$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 33.

Cho $x^2 + x - 1 = x^4 + x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x^4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 1$

Khi đó diện tích cần tìm là $S = \int_{-1}^1 \left|x^2 - x^4\right| dx$, hay $S = \left|\int_{-1}^0 \left(x^2 - x^4\right)dx\right| + \left|\int_0^1 \left(x^2 - x^4\right)dx\right|$

$$=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{5}\right)\Big|_{-1}^{0}\right|+\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{5}\right)\Big|_{0}^{1}\right|=\frac{4}{15}$$

Ta chọn phương án **A**.

Câu 34.

Phát biểu 1 sai, chính xác phải là "$a<b$". *Tham khảo tại trang 150 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.*

Phát biểu 2 sai, chính xác phải là "$\int_a^b f(t)dt$". *Tham khảo tại trang 150 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.*

Phát biểu 3 sai, chính xác phải là "cấp *n*". *Tham khảo tại trang 156 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao.*

Ta chọn phương án **D**.

Câu 35.

Ta dễ dàng kiểm tra được *A* và *B* nằm khác phía so với mặt phẳng (α). Suy ra $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi A, M, B thẳng hàng, hay *M* là giao điểm của đường thẳng *AB* với mặt phẳng (α).

Ta xác định được tọa độ thỏa mãn là $M\left(1;\frac{1}{2};-\frac{7}{2}\right)$.

Ta chọn phương án **B**.

Câu 36.

Cách 1. Tọa độ giao điểm *M* của Δ_m và (*Oxy*) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}(\alpha): mx+y-mz-1=0\\(\beta): x-my+z-m=0\\z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}mx+y=1\\x-my=m\\z=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m^2x^2+2mxy+y^2=1\\x^2-2mxy+m^2y^2=m^2\\z=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+y^2=1\\z=0\end{cases}$$

Vậy tập hợp các giao điểm *M* là đường tròn tâm *O*, bán kính bằng 1 trong mặt phẳng (*Oxy*).

Ta chọn phương án **A**.

Cách 2. Tọa độ giao điểm *M* của Δ_m và (*Oxy*) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}(\alpha): mx+y-mz-1=0\\(\beta): x-my+z-m=0\\z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}mx+y=1\\x-my=m\\z=0\end{cases}$$

Xét một số trường hợp đặc biệt như $m=0, x=0, y=0$ để kiểm tra kết quả.

Xét $m \neq 0, x \neq 0, y \neq 0$ ta thấy hệ trên tương đương với $\begin{cases} \dfrac{1-y}{x}=m=\dfrac{x}{y+1} \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=1 \\ z=0 \end{cases}$

Vậy tập hợp các giao điểm *M* là đường tròn tâm *O*, bán kính bằng 1 trong mặt phẳng (*Oxy*).

Ta chọn phương án **A**.

Đây là một câu khá khó trong phần hình học (Oxyz), chủ yếu là dựa vào kỹ năng biến đổi các phương trình trong hệ để tìm ra biểu thức biểu diễn tập hợp điểm M

Câu 37.

Ta có *A*, *B*, *C* thẳng hàng

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=k \\ y-5=2k \\ 3=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=11 \\ k=3 \end{cases}.$$

Vậy $x+y=5+11=16$.

Ta chọn phương án **B**.

Câu 38.

Nhận thấy $d_1 \perp d_2$. Gọi (α) là mặt phẳng cách đều d_1 và d_2 nên cả hai đường thẳng đều song song với mặt phẳng (α). Khi đó, vector pháp tuyến $\vec{a}$ của mặt phẳng (α) cùng phương với vector $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]$ (với $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là các vector chỉ phương của hai đường thẳng d_1,d_2). Chọn $\vec{a}=(1;5;2)$, suy ra phương trình mặt phẳng (α) có dạng $(\alpha): x+5y+2z+d=0$.

Chọn $A(2;1;0)$ và $B(2;3;0)$ lần lượt thuộc đường thẳng d_1 và d_2, ta có $d\left(A;(\alpha)\right)=d\left(B;(\beta)\right)$ ta tìm được $d=-12$ nên mặt phẳng (α) có phương trình là $(\alpha): x+5y+2z-12=0$.

Khoảng cách từ điểm $M(-2;4;-1)$ đến mặt phẳng (α) bằng $d\left(M;(\alpha)\right)=\dfrac{2\sqrt{30}}{15}$.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 39.

Hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) (có hai vector chỉ phương lần lượt là $\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}$) vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0$, suy ra $m=-\dfrac{9}{19}$, *gần nhất* với giá trị $-0,5$.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 40.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' chéo nhau (với Δ đi qua điểm M_0 và có vector chỉ phương $\vec{u}$, Δ' đi qua điểm $M_0^{'}$ và có vector chỉ phương $\vec{u}'$) là $d(\Delta;\Delta') = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_0M_0^{'}}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}$. *Tham khảo tại trang 109 SGK Hình học 12 – Nâng Cao*.

Áp dụng công thức trên ta tính được giá trị của biểu thức $\dfrac{1}{h} = \sqrt{102} \approx 10,1$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 41.

Ta chọn phương án C, chính xác là $\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_0M_0^{'}} = 0$. *Tham khảo tại trang 99 SGK Hình Học 12 – Nâng Cao*.

Câu 42.

Trường hợp hai đường thẳng không cắt nhau, có duy nhất 1 mặt phẳng cách đều chúng, đó chính là mặt phẳng trung trực của đoạn vuông góc chung nối hai đường thẳng ấy.

Trường hợp hai đường thẳng cắt nhau, tức là chúng tạo nên một mặt phẳng và sẽ có vô số mặt phẳng cách đều chúng, đó chính là những mặt phẳng song song với mặt phẳng mà chúng tạo ra.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 43.

Trong mặt phẳng (*ABC*), qua *A* kẻ đường thẳng *d* song song với *BC*. Kẻ $HI \perp d$, dễ thấy $AI \perp (SHI)$. Trong tam giác vuông *SHI* kẻ $HK \perp SI$, nhận thấy $HK \perp (SIA)$.

Ta có

$$d(SA,BC) = d\left(B,(SIA)\right) = \frac{3}{2}d\left(H,(SIA)\right) = \frac{3}{2}HK$$

Ta tính được $HI = HA.\sin 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $\widehat{SCH} = \left(\widehat{SC;(ABC)}\right) = 60^0$, suy ra $SH = a\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

Từ $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HI^2}$ ta thu được $HK = \dfrac{a\sqrt{42}}{12}$.

Suy ra $d(SA,BC) = \dfrac{3}{2}HK = \dfrac{a\sqrt{42}}{8}$

Ta chọn phương án **C**.

<u>Sai lầm thường gặp.</u>

Công đoạn khó khăn nhất câu này là tìm được đoạn HK từ đó ta dễ dàng tính được $d\left(SA,BC\right)$. *Nhiều bạn thường tính được* $HK=\frac{a\sqrt{42}}{12}$ *và vội vàng chọn phương án* ***B****.*

Câu 44.

Gọi I,I' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ABC, $A'B'C'$. Như vậy *I* và I' đồng thời cũng là tâm của hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác ấy và nằm trong hai mặt phẳng cùng vuông góc với đường thẳng II'. Suy ra trung điểm *O* của đoạn II' chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp đi qua 6 đỉnh của lăng trụ đã cho, hay *OA* chính là bán kính *R* cần tìm.

Ta có

$$OA=\sqrt{AI^2+OI^2}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=a\frac{\sqrt{21}}{6}$$

Ta chọn phương án **A**.

Câu 45.

Ta có $V_1=\frac{4}{3}\pi R^3$, $V_2=\pi R^3$ và $V_3=R^3$.

Do đó $V_1>V_2>V_3$. Ta chọn phương án **B**.

Câu 46.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 47.

Ta có $V_1=\frac{1}{3}\pi b^2c, V_2=\frac{1}{3}\pi c^2b$

và
$$V_3=\frac{1}{3}\pi\cdot AH^2\cdot BH+\frac{1}{3}\pi\cdot AH^2\cdot CH$$
$$=\frac{1}{3}\pi\cdot AH^2\cdot BC=\frac{1}{3}\pi\cdot\frac{b^2c^2}{a^2}\cdot a=\frac{1}{3}\pi\frac{b^2c^2}{a}$$

Do đó $\frac{1}{V_3^2}=\frac{1}{\frac{1}{3}\pi}.\frac{a^2}{b^4c^4}$

và $\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}=\frac{1}{\frac{1}{3}\pi}\left(\frac{1}{b^4c^2}+\frac{1}{b^2c^4}\right)$.

Vì tam giác *ABC* vuông tại *A* nên $a^2=b^2+c^2$.

Mặt khác

$\frac{1}{b^4c^2}+\frac{1}{b^2c^4}=\frac{1}{b^2c^2}\left(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)=\frac{1}{b^2c^2}.\frac{b^2+c^2}{b^2c^2}=\frac{a^2}{b^4c^4}$ Vậy $\frac{1}{V_3^2}=\frac{1}{V_1^2}+\frac{1}{V_2^2}$.

Ta chọn phương án **B**.

Tham khảo tại bài tập 5 trang 63 SGK Hình Học 12 – Nâng Cao

Câu 48

Ta có $SA\perp(ABCD)$, suy ra *AC* là hình chiếu của *SC* trên $(ABCD)$, do đó $\widehat{SCA}=60^0$.

Mặt khác ta tính được $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=a\sqrt{5}$ và $SA=AC\tan 60^0=a\sqrt{15}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}AB.AD.SA=\frac{2\sqrt{15}}{3}a^3$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 49.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 50.

Kẻ *SH* vuông góc với *AC* (với $H\in AC$), suy ra

$SH\perp(ABC)\Rightarrow SC=BC=a\sqrt{3}, SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Và $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH=\frac{a^3}{4}$.

Ta chon phương án **D**.