ĐÁP ÁN

1A	2A	3D	4D	5C	6B	7C	8A	9B	10D
11B	12C	13A	14D	15A	16B	17B	18D	19A	20C
21A	22A	23B	24A	25C	26D	27D	28D	29B	30A
31B	32C	33D	34D	35C	36A	37B	38C	39D	40D
41D	42A	43B	44B	45D	46B	47A	48D	49C	50C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

Ta tính được $f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}.x-\ln x}{x^2}=-\dfrac{\ln x-1}{x^2}$.

Khi đó $\begin{cases} f'(x)=0 \\ x\in[1;3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x=1 \\ x\in[1;3] \end{cases} \Leftrightarrow x=e$.

Ta có $f(1)=0, f(e)=\dfrac{1}{e}$ và $f(3)=\dfrac{\ln 3}{3}$

Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(e)=\dfrac{1}{e}$.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 2: Đáp án A.

Vận tốc của vật lúc *t* là: $v(t)=S'=\dfrac{1}{2}(gt^2)'=gt$. Do đó $v(5)=9,8.5=49m/s$.

Câu 3: Đáp án D.

$D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Đạo hàm $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$. Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Ta chọn phương án **C.**

Câu 4.

Ta chọn phương án **D.**

Câu 5: Đáp án C.

Nếu $m=3$ thì $y=-6x^2+3$. Đây là một parabol có một cực trị.

Nếu $m\neq 3$ thì ta có $y'=3(m-3)x^2-4mx$. Để hàm số không có cực trị khi $y'=0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'=4m^2\leq 0 \Leftrightarrow m=0$. Chọn C.

Câu 6.

Ta tính được $f'(x)=\dfrac{(1+m)(x^2-1)}{(x^2+x+1)^2}$.

$f(x)$ đồng biến trên đoạn $[10;28] \Leftrightarrow f'(x)\geq 0 \quad \forall x\in[10;28]$.

Mặt khác ta có $\dfrac{x^2-1}{\left(x^2+x+1\right)^2} > 0 \forall x \in [10;28]$ nên $1+m>0 \Leftrightarrow m>-1$ (vì dấu đẳng thức chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm). Ta chọn phương án **B.**

Câu 7.

Ta tính được $y'(x) = 3x^2 + 6x - 5$.

Khi đó $y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-3 \pm 2\sqrt{6}}{3}$. Kết hợp bảng biến thiên suy ra giá trị cực đại của hàm số là

$y_{CĐ} = y\left(\dfrac{-3-2\sqrt{6}}{3}\right) = \dfrac{32\sqrt{6}}{9}$.

Ta chọn phương án **C.**

Câu 8.

Nhận thấy hàm số ở phương án B và C luôn nghịch biến, hàm số ở phương án D khi đồng biến khi nghịch biến. Ta chọn phương án A (hàm số ở phương án A luôn đồng biến với mọi số thực *x*).

Câu 9.

Ta tính được

$$f'(x) = \frac{\left[\sin(\cos x)\right]'}{\sin(\cos x).\ln 2} = \frac{(\cos x)'\cos(\cos x)}{\sin(\cos x).\ln 2}$$

$$= \frac{-\sin x.\cos(\cos x)}{\sin(\cos x).\ln 2} = g(x)$$

Dùng chức năng tính đạo hàm tại một điểm của máy tính ta được $f''\left(\dfrac{\pi}{5}\right) = g'\left(\dfrac{\pi}{5}\right) \approx -2$.

Ta chọn phương án **B.**

Câu 10.

Ta tính được $y'(x) = x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 + 1$ và $y''(x) = 2x - 2(m+1)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2(m+1) + 2m^2 + 1 = 0 \\ 2 - 2(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 2m = 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 (\text{vô lí}) \end{array}\right. \\ m < 0 \end{cases}$$

Vậy không tồn tại giá trị *m* thỏa mãn.

Ta chọn phương án **D.**

Câu 11. Đạo hàm $y'(x)=3x^2-6mx+3(m^2-1)$.

Biệt thức $\Delta'=9m^2-9(m^2-1)=9>0,\forall m\in\mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y'(x)=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt, hay hàm số (*C*) luôn có cực đại và cực tiểu. Gọi *A*, *B* lần lượt là cực đại và cực tiểu của hàm số (*C*).

Do đó $A(m-1;-3m+2);B(m+1;-3m-2)$

Xét tọa độ điểm cực đại $A(m-1;-3m+2)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=m-1\\y=-3m+2\end{cases}$

Suy ra $x+1=m=\dfrac{2-y}{3}\Leftrightarrow 3x+y+1=0$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số (*C*) luôn chạy trên đường thẳng cố định có phương trình là $3x+y+1=0$. Ta chọn phương án **B.**

Câu 12.

Ta tính được

$$y'(x)=\frac{2x(x+1)-(x^2+1)}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$$

Khi đó

$$\begin{cases}y'(x)=0\\x\in[1;2]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2x-1=0\\x\in[1;2]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\pm\sqrt{2}\\x\in[1;2]\end{cases}$$

$\Leftrightarrow x\in[1;2]$

Mặt khác ta có $y(1)=1$ và $y(2)=\dfrac{5}{3}$.

Do đó $Q=\dfrac{5}{3}$ và $K=1$.

Vậy $\dfrac{24Q+27K}{2}-1997=-\dfrac{3927}{2}$.

Ta chọn phương án **C.**

Câu 13.

Dựa vào tính biến thiên ta loại phương án **B**. Thay giá trị $x=1$ và $y=-1$, ta loại phương án C và D.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 14.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 15.

Ta có $\log_2 x = 4 \Rightarrow x = 2^4 = 16$,

$\log_x y = 4 \Rightarrow y = x^4 = 16^4 = 65536$

và $\log_y z = \frac{1}{2} \Rightarrow z = y^{\frac{1}{2}} = 65536^{\frac{1}{2}} = 256$.

Do đó $x+y+z = 16+65536+256 = 65808$.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 16.

Ta có $\frac{1+\sqrt{13}}{3} > \frac{1+2\sqrt{3}}{3}$,

do đó $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^m > \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^m$,

kết hợp với $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^n$,

ta suy ra $\left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^m < \left(\frac{1+2\sqrt{3}}{3}\right)^n$.

Vậy $m<n$. Ta chọn phương án **B**.

Câu 17.

Điều kiện $0<x<2$. Đặt $a=\lg x, b=\lg(2-x)$ ta suy ra $10^a+10^b = x+(2-x)=2\ (1)$

Mặt khác phương trình đã cho tương đương

$\left(\lg\left(x^2(2-x)\right)\right)^3 + (\lg x)^2.\lg\left(x(2-x)^2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[2\lg x+\lg(2-x)\right]^3 +$

$(\lg x)^2.\left[\lg x+2\lg(2-x)\right]=0$

Thay $a=\lg x, b=\lg(2-x)$ vào phương trình trên ta được $(2a+b)^3+a^2.(a+2b)=0$

$\Leftrightarrow 9a^3+14a^2b+6ab^2+b^3=0$

$\Leftrightarrow (a+b)(9a^2+5ab+b^2)=0 \Leftrightarrow b=-a\ (2)$

Thay (2) vào (1) ta được

$$10^a+10^{-a}=2 \Leftrightarrow 10^a+\frac{1}{10^a}=2.$$

Vì $a=\lg x$ nên $x=10^e$. Do đó

$x+\frac{1}{x}=2 \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1$ (nhận)

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\{1\}$

Ta chọn phương án **B**.

Câu 18.

Ta có

$36^{2x-m}=\sqrt{6^x} \Leftrightarrow 6^{2(2x-m)}=6^{\frac{\pi}{2}} \Leftrightarrow 2(2x-m)=\frac{x}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{7}{4}x=m \Leftrightarrow x=\frac{4m}{7}$

Ta chọn phương án **D**.

Câu 19.

Ta có $f(x)=(x+1)^x$, lấy logarit nepe hai vế ta được $\ln f(x)=\ln(x+1)^x \Leftrightarrow \ln f(x)=x\ln(x+1)$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được

$\frac{f'(x)}{f(x)}=\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}$,

hay $f'(x)=(x+1)^x.\left[\ln(x+1)+\frac{x}{x+1}\right]$.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 20.

Cách 1 (dành cho các bạn học sinh giỏi)

Trước hết, ta nhận xét $n=3$ là giá trị *n* thỏa mãn số tiền nhận được là lớn nhất, hay ta sẽ chức minh mệnh đề sau: trong các số có dạng $\sqrt[n]{n}\left(n\in\mathbb{N},n>1\right)$, số $\sqrt[3]{3}$ có giá trị lớn nhất.

Dùng phép chứng minh quy nạp toán học.

Cách 2 (dành cho các bạn học sinh phổ thông)

Khảo sát hàm số theo ý tưởng tính đạo hàm của câu 19, hàm số trong câu này là $f\left(n\right)=\sqrt[n]{n}=n^{\frac{1}{n}}$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 21. Dễ thấy $x=\dfrac{1}{2.3.4.5.6}=\dfrac{1}{6!}$.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 22.

Lời giải. ĐKXĐ: $x\neq 1$

Bất phương trình đã cho tương đương

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left(x-\dfrac{1}{2}\right).(3-x)>0\\ \log_2|x-1|>0\end{cases}\\ \begin{cases}\left(x-\dfrac{1}{2}\right).(3-x)<0\\ \log_2|x-1|<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\dfrac{1}{2}<x<3\\ |x-1|>1\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>3\\ x<\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\\ |x-1|<1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\dfrac{1}{2}<x<3\\ \left[\begin{array}{l}x>2\\ x<0\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>3\\ x<\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\\ 0<x<2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2<x<3\\ 0<x<\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

Kết hợp ĐKXĐ, ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(2;3\right)$.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 23.

Ta có

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}|\sin 2x|dx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}|\sin 2x|\,dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}}|\sin 2x|\,dx$$

$$=-\frac{\cos 2x}{2}\bigg|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}+\frac{\cos 2x}{2}\bigg|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

Vậy $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} |\sin 2x| dx = 1$. Ta chọn phương án **B**.

Câu 24. Thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 \left(x^2\right)^2 dx = \pi \left.\frac{x^5}{5}\right|_0^2 = \frac{32}{5}(\text{đvtt}).$$

Ta chọn phương án **A**.

Câu 25.

Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$.

Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = -1; x = -1 \Rightarrow t = 1$.

Suy ra

$$I = \int_{-1}^{1} \frac{x^4}{1+2^x} dx = -\int_{1}^{-1} \frac{t^4}{1+2^{-t}} dt = \int_{-1}^{1} \frac{t^4 dt}{1+2^{-t}}$$
$$= \int_{-1}^{1} \frac{t^4.2^t}{1+2^t} dt = \int_{-1}^{1} \frac{t^4.2^t + t^4 - t^4}{1+2^t} dt$$

Do đó $I = \int_{-1}^{1} \frac{x^4}{1+2^x} dx = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} t^4 dt = \frac{1}{2}.\left.\frac{t^5}{5}\right|_{-1}^{1} = \frac{1}{5}$.

Vậy $\int_{-1}^{1} \frac{x^4}{1+2^x} dx = \frac{1}{5}$. Ta chọn phương án **C**.

Câu 26.

Ta có

$$\int_0^1 \frac{3}{x^2 - 4x - 5} dx \int_0^1 \frac{3}{(x-5)(x+1)} dx$$
$$= \int_0^1 \left(\frac{\frac{1}{2}}{x-5} - \frac{\frac{1}{2}}{x+1} \right) dx = \frac{1}{2}\left(\ln|x-5| - \ln|x+1|\right)\Big|_0^1$$

Vậy $I = \frac{1}{2} \ln \left|\frac{x-5}{x+1}\right|\Bigg|_0^1 = \frac{1}{2}\ln\frac{2}{5}$.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 27. Ta chọn phương án **D**.

Câu 28.

Gọi *x* là số tiền mà doanh nhân đó đã gửi tiết kiệm cách đây 3 năm.

Sau 1 năm, số tiền doanh nhân nhận được là $x+\frac{6,8}{100}.x$.

Sau 2 năm, số tiền doanh nhân nhận được là $\left(x+\frac{6,8}{100}.x\right)+\frac{6,8}{100}\left(x+\frac{6,8}{100}.x\right)=x\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^2$.

Sau 3 năm, số tiền doanh nhân nhận được là $x\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^3$

Nhận thấy

$x\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^3>1000\,\text{USD}\Rightarrow x>821\,\text{USD}$.

Do đó $x>16\,420\,000$ VNĐ.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 29: Đáp án B.

Khi đặt $\begin{cases}u=x^2\\dv=\cos xdx\end{cases}$ thì $\begin{cases}du=2xdx\\v=\sin x\end{cases}$ (đúng).

Câu 30.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức

$$z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$$

Ta có $|z+3-2i|=|2z+1-2i|$

$\Leftrightarrow|(x+3)+(y-2)i|=|(2x+1)+(2y-2)i|$

$\Leftrightarrow(x+3)^2+(y-2)^2=(2x+1)^2+(2y-2)^2$

$\Leftrightarrow\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{29}{9}$

Vậy tập hợp các điểm *M* là đường tròn $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\left(y-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{29}{9}$, có tâm $\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$ và bán kính là $\frac{\sqrt{29}}{3}$.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 31.

Gọi $z_1=a+bi,z_2=x+yi,(a,b,x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z_1 + z_2| = \sqrt{2}|z_1|$

$\Leftrightarrow |(a+x)+(b+y)i| = \sqrt{2}|a+bi|$

$\Leftrightarrow (a+x)^2 + (b+y)^2 = 2(a^2+b^2)$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = a^2 + b^2 - 2ax - 2by$

$\Leftrightarrow (a-x)^2 + (b-y)^2 = 2(x^2+y^2)$

$\Rightarrow |(a-x)+(b-y)i| = \sqrt{2}|x+yi|$

$\Leftrightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{2}|z_2|$

Ta chọn phương án **B.**

Câu 32.

Điều kiện $z \neq 2, \overline{z} \neq i$

Ta có

$z+1 = \dfrac{z-7}{z-2} \Leftrightarrow (z+1)(z-2) = z-7$

$\Leftrightarrow z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 1+2i \\ z = 1-2i \end{array}\right.$

Với $z = 1+2i$, suy ra

$$\left|\frac{z+2i}{\overline{z}-i}\right| = \left|\frac{1+4i}{1-3i}\right| = \left|-\frac{11}{10} + \frac{7}{10}i\right| = \frac{\sqrt{170}}{10}.$$

Với $z = 1-2i$, suy ra

$$\left|\frac{z+2i}{\overline{z}-i}\right| = \left|\frac{1}{1+i}\right| = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\right| = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Ta chọn phương án **C**.

Câu 33.

Ta chọn phương án D. Chính xác là "Với một phương trình bất kì, nếu $z_0 \in \mathbb{C}$ là một nghiệm của phương trình $\overline{z_0}$ cũng là một nghiệm của nó". *Tham khảo trang 194 và 195 SGK Giải Tích 12 – Nâng Cao*.

Câu 34.

Vì $AC//BD$ nên *ACDB* là hình thang.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 35.

Nhận thấy $SA = 2a$ và là đường cao của hình chóp *S.ABC*. Tam giác *ABC* vuông tại *B* có $AB = 2a$, $AC = 3a$, suy ra $BC = a\sqrt{5}$.

Do đó $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.BC = \frac{1}{2}.2a.a\sqrt{5} = a^2\sqrt{5}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.2a.a^2\sqrt{5} = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 36.

Ta có $V_1 = a.\frac{a}{4}.\frac{a}{4} = \frac{a^3}{16}$

và $V_2 = a.\frac{1}{2}.\frac{a}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. Do đó $V_1 > V_2$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 37.

Gọi *O* là tâm của tam giác đều *ABC* cạnh *a*.

Do *S.ABC* là hình chóp đều nên $SO \perp (ABC)$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $OA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác *SAO* ta có

$SO^2 = SA^2 - AO^2 = 4a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{11}{3}a^2 \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{33}}{3}$ Vậy

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{33}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Ta chọn phương án **B**.

Câu 38.

Ta có đường chéo của hình lập phương chính là đường kính của khối cầu. Mặt khác ta lại có công thức: Bình phương độ dài đường chéo của hình lập phương bằng ba lần bình phương của độ dài cạnh hình lập phương.

Do đó $(2R)^2 = 3a^2 \Rightarrow a = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$, suy ra

$V_{(P)} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}R\right)^3 = \frac{8\sqrt{3}}{9}R^3$.

Vì khối cầu có bán kính *R* nên ta dễ dàng tính được bán kính và chiều cao của khối trụ ngoại tiếp ngoài khối cầu lần lượt là *R* và *2R*, suy ra $V_{(T)} = \pi R^2.2R = 2\pi R^3$.

Do đó $\dfrac{V_{(P)}}{V_{(T)}} = \dfrac{\dfrac{8\sqrt{3}}{9}R^3}{2\pi R^3} = \dfrac{4\sqrt{3}}{9\pi} \approx 0,245$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 39.

Gọi *H* là tâm của tam giác đều *ABD* thì $A'H$ là đường cao của hình chóp $A'.ABD$.

Suy ra $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và

$A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$. Ta tính được

$S_{ABCD} = 2S_{ABD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Vậy

$V = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}a^2\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{2}$.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 40.

Đặt $AB = x$, thì $A'B^2 = A'C^2 = x^2 + 2a^2$. Áp dụng định lí cosin trong tam giác $A'BC$ ta được

$$\cos\widehat{BA'C} = \frac{A'B^2 + A'C^2 - BC^2}{2 \cdot A'B \cdot A'C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 + 4a^2 - a^2}{2\left(x^2 + 2a^2\right)} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = a$$

Suy ra tam giác *ABC* đều, nên $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Do đó phân nửa thể tích hình lăng trụ

$$ABC.A'B'C' \text{ là}: \frac{V}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Ta chọn phương án **D**.

Câu 41.

Gọi *K* là hình chiếu vuông góc của *A* lên *SB*.

Dễ thấy $CB \perp (SAB)$, suy ra $CB \perp AK$, kết hợp với $SB \perp AK$ ta được $AK \perp (SBC)$ hay $d(A;(SBC)) = AK$

Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$,

suy ra $AK = \sqrt{2}$. Vậy $d(A;(SBC)) = \sqrt{2}$.

Vì *M* là trung điểm *AB* nên

$$d(M;(SBC)) = \frac{1}{2}d(A;(SBC)) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó $\left[d(M;(SBC))\right]^2 = \frac{1}{2}$.

Ta chọn phương án **D**.

<u>Sai lầm thường gặp</u>: *Nhầm lẫn $d(M;(SBC))$ và $d(A;(SBC))$ ta sẽ chọn nhầm phương án B. Quên bình phương khoảng cách ta sẽ chọn nhầm phương án C. Nhầm lẫn $d(M;(SBC))$ và $d(A;(SBC))$ cùng với quên bình phương khoảng cách ta sẽ chọn nhầm phương án A. Do đó các bạn học sinh giỏi khi giải toán trắc nghiệm cần chú ý yêu cầu của đề bài, tránh trường hợp làm ra hơn 90% bài toán nhưng lại kết luận sai!*

Câu 42. Ta có $V = V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác, nhận thấy $Sm = 3MA \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{3}{4}$,

$SN = \frac{1}{5}SB \Rightarrow \frac{SN}{SB} = \frac{1}{5}$ và

$\frac{SP}{2SP + PC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{SP}{SC} = \frac{1}{2}$.

Kết hợp với

$\frac{V'}{V} = \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC} = \frac{3}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{2} = \frac{3}{40}$.

Do đó $V' = \frac{3}{40}.\frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{160}$.

Ta chọn phương án **A**.

Câu 43. Ta có $d\left(M;(\alpha)\right)=\dfrac{|-6+2+2-7|}{3}=3$. Suy ra bán kính của mặt cầu (*S*) là $R=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Vậy phương trình mặt cầu (*S*) là

$(x+3)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=25$.

Ta chọn phương án **B**.

Câu 44. Đường thẳng *d* có vector chỉ phương $\vec{u}=(2;-3;1)$, qua $H(-2;4;-1)$. Mặt phẳng (*P*) có vector pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C),\left(A^2+B^2+C^2>0\right)$.

Ta có

$$d//(P)\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}.\vec{n}=0\\H(-2;4;-1)\notin(P)\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}2A-3B+C=0\\-3A+4B-C\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C=-2A+3B\\C\neq 3A-4B\end{cases}(*)$$

Mặt khác (*P*) qua $K(1;0;0)$ suy ra

$(P):Ax+By+(3B-2A)z-A=0$

Ngoài ra

$$d\left(M;(P)\right)=\frac{|-5A+8B|}{\sqrt{A^2+B^2+(3B-2A)^2}}=\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 5A^2-22AB+17B^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}A=B\\5A=17B\end{array}\right.$$

- Với $A=B\Rightarrow C=B$ không thỏa mãn (*)
- Với $5A=17B$, chọn $A=17$, suy ra $B=5$, do đó $C=-19$ (nhận)

Vậy $(P):17x+5y-19z-17=0$

Ta chọn phương án **B**.

Câu 45.

Tiếp điểm chính là hình chiếu vuông góc *H* của *I* xuống mặt phẳng (*P*).

Đường thẳng *IH* qua *I* và nhận vector pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;-3)$ của mặt phẳng (*P*) làm vector chỉ phương có phương trình là:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -5 - t \\ z = -2 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Tọa độ *H* cần tìm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -5 - t \\ z = -2 - 3t \\ 2x - y - 3z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{9}{7}, x = \frac{3}{7}, y = -\frac{26}{7}; z = \frac{13}{7} \text{ Vậy } H\left(\frac{3}{7}; -\frac{26}{7}; \frac{13}{7}\right).$$

Ta chọn phương án **D**.

Câu 46.

Ta chọn phương án **B**.

Phương trình mặt phẳng (Q) là $2x + 2y + z - 2 = 0$.

Câu 47.

Vì *M* nằm trên trục hoành nên $M(x;0;0)$. Ta tính được $\overrightarrow{MA} = (1-x;2;3)$ và $\overrightarrow{MB} = (-3-x;-3;2)$.

Vì *M* cách đều *A*, *B* nên $MA^2 = MB^2$, hay $(1-x)^2 + 2^2 + 3^2 = (-3-x)^2 + (-3)^2 + 2^2 \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy $M(-1;0;0)$. Ta chọn phương án A.

Câu 48.

Dễ thấy A, B, C, D đồng phẳng, nên có vô số mặt phẳng cách đều cả 4 điểm đã cho, chính là những mặt phẳng song song với $(ABCD)$.

Ta chọn phương án **D**.

Câu 49.

Vector chỉ phương của (d_1) và (d_2) lần lượt là $\overrightarrow{u_{d_1}} = (2;3;4)$ và $\overrightarrow{u_{d_2}} = (1;2;-2)$.

Vì $\overrightarrow{u_{d_1}}.\overrightarrow{u_{d_2}} = 0$ nên $d_1 \perp d_2$.

Mặt khác ta tìm được một điểm chung của (d_1) và (d_2) là $Q(1;2;3)$.

Ta chọn phương án **C**.

Câu 50.

Gọi *I*, *H* lần lượt là hình chiếu của *A* lên *MN* và (*P*). Ta tính được $I(1;3;2)$. Suy ra tam giác *AIH* vuông tại *H*. Khi đó $d(A;(P)) = AH \le AI$. Dấu bằng xảy ra khi $I \equiv H$. Do đó (*P*) đi qua *I* và có vector pháp tuyến $IA = (11;-8;6)$, suy ra

$(P): 11x - 8y + 6z + 1 = 0$.

Ta chọn phương án **C**.