

ĐÁP ÁN

1C	2D	3A	4A	5D	6A	7D	8A	9B	10C
11C	12A	13A	14D	15B	16A	17B	18C	19D	20D
21B	22A	23D	24A	25B	26B	27A	28A	29C	30C
31D	32A	33D	34C	35A	36A	37B	38C	39B	40A
41B	42C	43D	44A	45B	46A	47D	48C	49B	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đáp án C.

Phân tích: Ta đi xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: Đây là mệnh đề không chính xác. Ta lấy đơn cử như ví dụ hàm hằng thì mệnh đề này sai.

Với mệnh đề B: Mệnh đề này rõ ràng sai, không phải lúc nào $f(x_0) = 0$

Với mệnh đề C: Ta nhận thấy đây là mệnh đề đúng, ở đây chỉ có chiều suy ra mà không có chiều ngược lại.

Với mệnh đề D: Đây là mệnh đề sai, ta sửa lại như sau: “Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x)$ đổi chiều khi qua x_0 ”

Câu 2. Đáp án D.

Phân tích: Đây là bài toán tìm lỗi sai, ta cần đi soát từng bước một cách giải của người giải.

Ở giai đoạn I: Đây là giai đoạn đúng, vì rõ ràng tập xác định của hàm số bậc 3 (một biến) là tập \mathbb{R} .

Ở giai đoạn II: Ta thấy $y' = x^2 - x - 2$, đúng và giải phương trình $y' = 0$ đúng.

Ở giai đoạn III: Bảng biến thiên, thử các giá trị thấy đúng.

Vậy chỉ còn giai đoạn IV, ta có thể khoanh luôn ý D.

Tuy nhiên, ở đây tôi muốn giải thích rõ cho quý độc giả biết giai đoạn 4 sai ở đâu.

Ta cũng nhớ lại câu 4 ở đề số 1 mà tôi đã đề cập như sau: “Ở sách giáo khoa hiện hành, không giới thiệu khái niệm hàm số (một biến) đồng biến, nghịch biến trên một tập số, mà chỉ giới thiệu khái niệm hàm số (một biến) đồng biến, nghịch biến trên một khoảng, một đoạn, nửa khoảng (nửa đoạn). “Vậy kết luận đồng biến nghịch biến ở giai đoạn IV này bị sai:

Sửa lại như sau: “Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$

Câu 3. Đáp án A.

Phân tích: Chúng ta có điều kiện đủ sau đây:

“Nếu $f'(x) > 0$ ($f'(x) < 0$) trên khoảng (a, b) thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến (nghịch biến) trong khoảng đó.”

Vậy điều ngược lại có đúng không? Ta cùng đi đến định lý mở rộng sau đây:

“Nếu trên khoảng (a, b) , hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có hữu hạn nghiệm thì:

- a. $f(x)$ đồng biến khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0$;
- b. $f(x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0$ ”;

Vậy từ định lý mở rộng mà tôi vừa đưa ra ở trên, quý độc giả có thể giải quyết bài toán này một cách dễ dàng.

Xét hàm số $y = x^3 + (1 - 2m)x^2 + m + 2$ trên \mathbb{R}

Hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0$. Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn nghiệm.

$y' = 3x^2 + 2(1 - 2m)x \geq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.

Dấu bằng xảy ra tại hữu hạn nghiệm $\Leftrightarrow x + 2 - 4m \geq 0$ (do $x \in (0; +\infty)$)

$\Leftrightarrow m \leq \frac{x+2}{4}$. Xét hàm số $g(x) = \frac{x+2}{4}$ trên $(0; +\infty)$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Để $m \leq g(x)$ với mọi $x \in (0; +\infty)$ thì $m \leq \frac{1}{2}$. Vậy giá trị lớn nhất của m thỏa mãn đề bài là $m = \frac{1}{2}$.

Trên đây là cách giải thích chi tiết, tuy nhiên quý độc giả có thể nhẩm nhanh mà không cần vẽ BTT sẽ rất tốn thời gian, vì thế hãy linh hoạt trong mọi tình huống nhé.

Câu 4. Đáp án A

Phân tích: Đây là dạng bài nhận diện đồ thị quen thuộc, thực tế, để tìm a, b ta chỉ cần thay tọa độ 2 điểm mà đồ thị giao với trục Ox, Oy được hệ phương trình 2 ẩn và giải được a, b ngay.

Ta có
$$\begin{cases} \frac{a-2}{2+b} = 0 \\ \frac{a}{b} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2; b = 1$$

Câu 5. Đáp án D

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng đáp án một.

Đáp án A: Đây là hàm số bậc 2 luôn có cực trị tại đỉnh của Parabol.

Đáp án B: Ta có $y' = 3x^2 - 3$; phương trình $y' = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số luôn có 2 điểm cực trị. Từ đây ta xét luôn đáp án D cũng là hàm bậc 3 có phương trình $y' = 0$ chỉ có một nghiệm duy nhất, ta nhớ luôn đến bảng các dạng

đồ thị hàm bậc ba mà tôi vẫn nhắc đến trong lời giải của các đề trước.

Vậy hàm số $y = x^3$ không có cực trị. Ta chọn luôn đáp án D.

Nếu quý độc giả đã nắm chắc các kiến thức thì có thể chọn nhanh luôn ý D mà không cần xét các ý còn lại.

Câu 6. Đáp án A.

Phân tích: Thực chất đây là bài toán tìm GTNN của hàm số một đoạn cho trước.

Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t + 20$

trên $[1; 20]$

$$f'(t) = t^3 - 3t + 2; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2(l) \end{cases}$$

Ta so sánh các giá trị $\{f(1); f(20)\}$ thì thấy $f(1) < f(20)$ nên vận tốc của chất điểm đạt GTNN tại thời điểm $t = 1$ giây.

Câu 7. Đáp án D

Phân tích: Ta có định lí SGK về sự tồn tại của GTLN, GTNN trên đoạn như sau:

Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có GTLN và GTNN trên đoạn đó.

Ta đi xét từng hàm số một.

Với mệnh đề A: Đây là hàm số bậc nhất, đơn điệu trên $[-2; 2]$ nên luôn có GTLN trên $[-2; 2]$.

Với mệnh đề B: Ta có

$$y' = 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0. \text{ Đồ thị hàm số}$$

không có điểm cực trị và luôn đồng biến trên $[-2; 2]$ nên có GTLN trên $[-2; 2]$.

Với mệnh đề C: Hàm số liên tục trên $[-2; 2]$ do đó có GTLN trên $[-2; 2]$

Với mệnh đề D: Hàm số gián đoạn tại $x = -1$ nên không có GTLN trên $[-2; 2]$

Câu 8. Đáp án A.

Phân tích: Với $x \neq 2$

Xét đến giao điểm của hai đồ thị hàm số thì ta đi xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x-3}{2-x} = -x+m \Leftrightarrow (x-m)(x-2) = x-3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + 2m = x-3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m+3)x + 2m+3 = 0(*)$$

Để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 2 \\ 2^2 - (m+3)2 + 2m+3 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - 2m - 3 > 0$$

Luôn thỏa mãn. Vậy số nguyên dương m nhỏ nhất là $m = 1$

Câu 9. Đáp án B.

Phân tích: Như ở các đề trước tôi đã dạy quý độc giả cách tìm nhanh tiệm cận đứng của đồ thị hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất. Khi đó ra có thể dễ dàng nhận ra được $x = 4 - m^2$ là tiệm cận đứng của đồ

thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+m^2-4}$; $x = -5$ là tiệm

cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-x-7}{x+5}$.

Để hai đường tiệm cận đứng của hai đồ thị hàm số trên trùng nhau thì

$$4 - m^2 = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 3 \end{cases}$$

Câu 10. Đáp án C.

Vì sao đề lại cho $b > 0$? Bởi vì, số nghiệm của phương trình $y' = 0$ phụ thuộc vào dấu của a, b .

Ta cùng kiểm chứng:

$$y' = 4ax^3 + 2bx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x(2ax^2 + b) = 0$$

Do $a > 0; b > 0$ nên phương trình chỉ có một nghiệm duy nhất, vậy đồ thị hàm số có dạng parabol. Vậy đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 11. Đáp án C

Phân tích: Một bài toán thực tế khá hay trong ứng dụng của việc tìm giá trị lớn nhất của hàm số. Ta nhận thấy, dải duy băng tạo thành hai hình chữ nhật quanh cái hộp, do đó chiều dài của dải duy băng chính là tổng chu vi của hai hình chữ nhật đó. Tất nhiên chiều dài duy băng đã phải trừ đi phần duy băng dùng để thắt nơ, có nghĩa là: $22(2r + h) = 120 \Leftrightarrow h = 30 - 2r$

Khi đó thể tích của hộp quà được tính bằng công thức:

$$V = B.h = \pi.r^2(30 - 2r) = \pi(-2r^3 + 30r^2)$$

Xét hàm số $f(r) = -2r^3 + 30r^2$ trên $(0; 15)$

$$f'(r) = -6r^2 + 60r; f'(r) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} r = 0(l) \\ r = 10 \end{cases}$$

Khi đó vẽ BBT ta nhận ra

$$\underset{(0;10)}{Max} f(r) = f(10). \text{ Khi đó thể tích của}$$

$$\text{hộp quà } V = B.h = \pi.10^2.10 = 1000\pi$$

Câu 12. Đáp án A.

Phân tích: Nhận thấy trong bài có xuất hiện $\log 2$ và $\log 5$. Ta nghĩ ngay đến

$$\log 10 = \log(2.5) = \log 2 + \log 5$$

$$= a + \log 5 = 1 \Rightarrow \log 5 = 1 - a$$

$$\log \frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \log 2 - \log 5^{\frac{1}{3}} = \log 2 - \frac{1}{3} \cdot \log 5$$

$$= a - \frac{1}{3}(1 - a) = \frac{4}{3}a - \frac{1}{3}$$

Một cách khác là quý độc giả có thể bấm máy tính để thử, tuy nhiên đây là một bài toán đơn giản, không nhất thiết bạn phải thử từng đáp án một sẽ rất tốn thời gian. Trong quá trình rèn luyện đề, hãy tập tư duy nhanh để giải quyết tình huống mà không bị phụ thuộc vào máy tính quá nhiều.

Câu 13. Đáp án A.

Phân tích: Ta sẽ đi tìm tập xác định của hàm số, sau đó tính số số nguyên nằm trong tập xác định vừa tìm được.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\begin{cases} \frac{(2x-5)^3(x-7)^2}{12-x} > 0 \\ x \neq 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 7; x \neq \frac{5}{2}; x \neq 12 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{5}{2} < x < 12 \\ x > 12; x < \frac{5}{2} \end{array} \right. \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 7 \\ \frac{5}{2} < x < 12 \end{cases} \end{cases}$$

Trong khoảng đó có 8 số nguyên. Đáp án A.

Phân tích sai lầm: Sẽ có rất nhiều quý độc giả quên điều kiện $(x-7)^2 \neq 0$ dẫn đến vẫn tính số 7 và chọn đáp án B là sai.

Câu 14. Đáp án D

Phân tích: Đây là phương trình logarit đơn giản.

Nhìn vào hai vế ta thấy các logarit trong phương trình không cùng cơ số. Bước đầu tiên, ta cần chuyển đổi về một cơ số.

Vì VP có hai logarit cùng cơ số x nên ta sẽ chuyển VT về logarit cơ số x.

Điều kiện $x > 0; x \neq 1$

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow \frac{1}{\log_x 3} = \frac{\log_x 3 + \log_x x}{1 - 2\log_x 3}$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2\log_x 3 = (\log_x 3 + 1)\log_x 3$$

$$\Leftrightarrow \log_x^2 3 + 3\log_x 3 - 1 = 0$$

Đến đây nếu độc giả nào không tinh ý có thể tìm rõ x ra rồi tính, tuy nhiên ta cùng nhớ đến công thức

$$\log_a (x_1 x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$$

Vậy đến đây, bấm máy tính giải phương

trình bậc hai thì sẽ ra
$$\begin{cases} \log_x 3 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \\ \log_x 3 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Khi đó $\log_3 x_1 = \frac{2}{-3 + \sqrt{13}}$;

$$\log_3 x_2 = \frac{2}{-3 - \sqrt{13}}$$

Bấm máy tính ta được $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3$

$$\Leftrightarrow \log_3 x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 27$$

Câu 15. Đáp án B

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề (I):

$$\log_{a^b} x^b = \frac{1}{b} \cdot b \cdot \log_a x = \log_a x$$

Đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề (II): $\frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}$

$$= \frac{\log_b \frac{a}{x} + 1}{\log_b a} = \frac{\log_b \frac{ab}{x}}{\log_b a} = \log_a \frac{ab}{x}$$

Đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề (III): $\log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a$

$$= \frac{\log_b b}{\log_b a} \cdot \log_b x \cdot \log_x a = \frac{\log_b x}{\log_b a} \cdot \log_x a$$

$$= \log_a x \cdot \log_x a = 1$$

Đây cũng là mệnh đề đúng.

Câu 16. Đáp án A.

Phân tích: Ta có $y' = \left((2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}} \right)$

$$= \frac{1}{3} (2x^2 - x + 1)' \cdot (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}-1}$$

$$= \frac{1}{3} (4x - 1) (2x^2 - x + 1)^{\frac{-2}{3}}$$

$$= \frac{1}{3} \frac{(4x - 1)}{(2x^2 - x + 1)^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \frac{1}{3} \frac{(4x - 1)}{\sqrt[3]{(2x^2 - x + 1)^2}} = \frac{(4x - 1)}{3\sqrt[3]{(2x^2 - x + 1)^2}}$$

Phân tích sai lầm: Nhiều quý độc giả sẽ bị thiếu phần $(2x^2 - x + 1)'$ dẫn đến chọn sai đáp án. Nhiều độc giả khác lại không nhớ công thức $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Câu 17. Đáp án B

Phân tích: Ta lần lượt đi xét từng phần mệnh đề một.

Với mệnh đề A: Rõ ràng mệnh đề này đúng

$$\text{do } \frac{\log(x^2 - 1) - \log(1 - x)}{\log(1 - x)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\log(x^2 - 1)}{\log(1 - x)} < 1$$

Với mệnh đề B: Ta có

$$\frac{\log(x^2 - 1)}{\log(1 - x)} = \log_{1-x}(x^2 - 1). \text{ Vậy đây là}$$

mệnh đề B sai.

Câu 18. Đáp án C

Phân tích: Ta đi xét từng mệnh đề một.

Với mệnh đề A: Ta có với $0 < a \neq 1$ thì $a^x > 0$ với mọi x. Do đó nếu $b < 0$ thì bất phương trình vô nghiệm, đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề B: với $b > 0; a > 1$ thì

$$a^x \leq b \Leftrightarrow \log_a a^x \leq \log_a b \Leftrightarrow x \leq \log_a b.$$

Đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề C: Ta thấy rõ ràng không có điều kiện của b, nếu $b \leq 0$ thì rõ ràng bất phương trình vô nghiệm. Vậy đây chính là mệnh đề không đúng.

Với mệnh đề D: Nhận thấy với $b = 0$ thì $a^x \leq 0$ VN, đây là mệnh đề đúng.

Chú ý: Nếu không để ý kỹ, chắc hẳn quý độc giả sẽ không thể nhận ra được đáp án, do đáp án A và C rất dễ nhầm.

Câu 19. Đáp án D.

Phân tích: Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$

có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$x^2 - 2mx + 4 > 0$ với mọi x $\Leftrightarrow \Delta' < 0$ với mọi x (do $a = 1 > 0$ rồi nên ta chỉ cần điều kiện delta)

$$\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$$

Câu 20. Đáp án D.

Phân tích: Đây là phần so sánh về số mũ mà tôi đã nhắc đến rất nhiều lần trong các đề trước nên ở đề này tôi sẽ không nhắc lại nữa. Nếu $a > 1$ thì mệnh đề trên đúng, tức là ta chọn đáp án D.

Câu 21. Đáp án B.

Phân tích: Trữ lượng gỗ sau một năm của khu rừng là:

$$N = 4.10^5 + 4.10^5.a\% = 4.10^5(1+a\%)$$

Trữ lượng gỗ sau năm thứ hai của khu rừng là:

$$N = 4.10^5(1+a\%)^2$$

...

Trữ lượng gỗ sau năm năm của khu rừng

$$\text{là: } N = 4.10^5(1+a\%)^5 = 4,8666.10^5$$

$$\Rightarrow a \approx 4\%$$

Câu 22. Đáp án A.

Phân tích: Nhận xét: $(\cos x)' = -\sin x$.

Do đó ta có thể làm như sau:

$$I = \int \frac{\sin^2 x \cdot \sin x}{\cos^4 x} dx = -\int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^4 x} d(\cos x)$$

$$= -\int \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) d(\cos x)$$

$$= -\int (\cos^{-4} x - \cos^{-2} x) d(\cos x)$$

$$= -\left(\frac{1}{-4+1} \cdot \cos^{-4+1} x - \frac{1}{1-2} \cdot \cos^{-2+1} x \right) + C$$

$$= -\left(\frac{-1}{3} \cos^{-3} x + \cos^{-1} x \right) + C$$

$$= \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C$$

Câu 23. Đáp án D

Phân tích: Ta cùng nhớ lại một tính chất của tích phân:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \text{ với}$$

$$a < c < b$$

Khi đó với bài này ta chỉ thay c bằng d , do đó ta có

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx = 5 - 2 = 3$$

Câu 24. Đáp án A.

Phân tích: Trước tiên ta tìm hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho để xác định cận của tích phân.

$$\text{Ta có } -x^2 + 2x + 3 = x^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đã cho được tính bằng công thức:

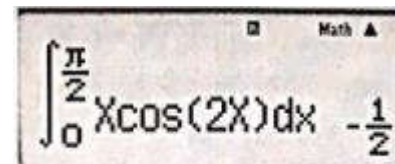
$$S = \int_{-1}^2 \left| (x^2 - 1) - (-x^2 + 2x + 3) \right| dx. \text{ Từ đây}$$

suy ra phương án B và C đúng.

Nhận xét ta có thể suy ra ngay A sai vì rõ ràng thiếu hẳn hệ số 2.

Câu 25. Đáp án B

Phân tích: Đây là dạng bài tích phân từng phần, để giải quyết nhanh bài toán, quý độc giả có thể bấm máy tính để có được kết quả như sau:



The image shows a calculator screen with the expression $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(2x) dx$ and the result $-\frac{1}{2}$.

Tuy nhiên ở đây: tôi xin giải thích cách làm về mặt toán học như sau:

Đây là dạng bài tích phân từng phần.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = \cos 2x dx \Rightarrow v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \sin 2x dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sin \pi - \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot \sin 0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos x dx$$

$$= - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx (\sin x) = - \frac{1}{2} \cdot \sin^2 x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= - \frac{1}{2} \cdot \left(\sin^2 \frac{\pi}{2} - \sin^2 0 \right) = - \frac{1}{2}$$

Câu 26. Đáp án B

Phân tích: Ta thấy đây là bài toán áp dụng tính chất tôi đã đưa ra ở câu 23 nên ở đây tôi không nhắc lại nữa. Việc chúng ta cần làm là tìm khoảng đơn điệu của $3^x - 9$ để bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

Ta có $3^x - 9 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy

$$\int_0^5 |3^x - 9| dx = \int_0^2 |3^x - 9| dx + \int_2^5 |3^x - 9| dx$$

$$= \int_0^2 (9 - 3^x) dx + \int_2^5 (3^x - 9) dx. \text{ Vậy I sai, II}$$

đúng và III sai.

Câu 27. Đáp án A.

Phân tích: Ta có $V = \pi \int_0^3 (x-2)^2 dx$. Đến

đây ta có thể bấm máy tính để có thể có được nhanh kết quả đó chính là $V = 3\pi$

Lời giải chi tiết:

$$V = \pi \int_0^3 (x-2)^2 dx = \pi \int_0^3 (x-2)^2 d(x-2)$$

$$= \pi \cdot \frac{1}{3} (x-2)^3 \Big|_0^3 = \pi \cdot \frac{1}{3} \cdot ((3-2)^3 - (0-2)^3)$$

$$= 3\pi$$

Câu 28. Đáp án A.

Phân tích: Đây là bài toán đơn giản trong việc rút gọn số phức và giải hệ phương trình hai ẩn.

Ta sẽ lần lượt cho:

$$\begin{cases} -x + 2y = 4x - y - 3 \\ 2x + 3y + 1 = 3x - 2y + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 3y = 3 \\ x - 5y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases}$$

Phân tích sai lầm: Nhiều quý độc giả không đọc kỹ và cho luôn

$$\begin{cases} -x + 2y = 3x - 2y + 2 \\ 2x + 3y + 1 = 4x - y - 3 \end{cases} \text{ và cuối cùng chọn}$$

đáp án B hoặc D là sai. Hãy đọc kỹ đề bài nhưng tốc độ vẫn cần phải nhanh để đạt kết quả tốt nhất bạn nhé.

Câu 29. Đáp án C.

Phân tích: Ta có

$$z_1 = 5\bar{z} = 5(3 - 6i) = 15 - 30i$$

Vậy phần thực của z_1 là 15 và phần ảo là -30 .

Phân tích sai lầm: Sai lầm khi xác định phần ảo là một sai lầm kinh điển của học sinh. Hãy nhớ kỹ rằng phần ảo chỉ có số và không có i.

Câu 30. Đáp án C.

Phân tích: Đây là bài toán ngược của bài toán tìm điểm biểu diễn của số phức. Ta cùng nhắc lại kiến thức sau:

Điểm $M(a; b)$ trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$

Khi đó ta nhận thấy phần gạch chéo được giới hạn bởi đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$. Nghĩa

là $y \leq \frac{-1}{2}$.

Suy ra phần ảo nhỏ hơn hoặc bằng $-\frac{1}{2}$.

Còn khoảng gạch chéo thì sao? Rõ ràng ta nhận thấy nó liên quan đến khoảng cách từ tâm O đến điểm biểu diễn, tức là mô đun của số phức. Vậy rõ ràng $1 \leq |z| \leq 2$.

Chú ý: Nhiều bạn bị lộn giữa trục biểu diễn phần thực phần ảo, và không xác định được phần gạch chéo chính là sự biến thiên của mô đun nên sẽ bị vướng mắc bài toán này.

Câu 31. Đáp án D.

Phân tích: Với bài toán này, xuất hiện x, y là hai số phức. Do đó ta sẽ lần lượt đặt: $x = a + bi$; $y = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$).

Khi đó:

Với mệnh đề A:

$$x + \bar{y} = a + bi + c - di = a + c + (b - d)i,$$

$$\text{còn } \bar{x} + y = a - bi + c + di = a + c + (d - b)i$$

là hai số phức liên hợp của nhau.

Với mệnh đề B:

$$x \cdot \bar{y} = (a + bi)(c - di) = ac - adi + bci + bd$$

$$= ac + bd + (bc - ad)i$$

$$\bar{x} \cdot y = (a - bi)(c + di) = ac + bd + (ad - bc)i$$

vậy đây là cặp số phức liên hợp của nhau.

Tương tự mệnh đề A thì C là mệnh đề đúng. Vậy theo phương thức loại trừ thì D là đáp án cần tìm.

Câu 32. Đáp án A

Phân tích: Nhận xét với bài toán này ta chỉ cần bấm máy tính là có kết quả.

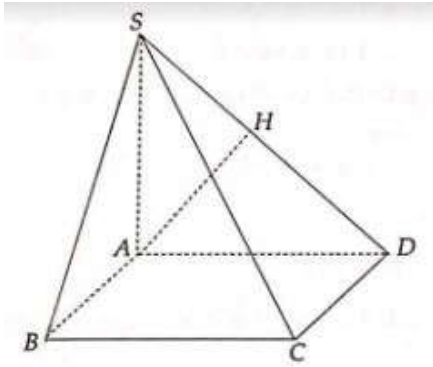
$$\text{Ta thấy } 2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{21}}{4}i \\ z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{21}}{4}i \end{cases}$$

Khi đó bấm máy tính ta được hai nghiệm như trên, do đây là bài toán trắc nghiệm nên việc

Câu 36. Đáp án A.

Phân tích: Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc mặt đáy (ABC) nên $SA \perp (ABC)$, hay SA chính là đường cao của hình chóp. Ta có hình vẽ sau:



Để tìm được khoảng cách từ AB đến SC, ta tìm một mặt phẳng chứa SC mà song song với AB, rõ ràng mặt phẳng đó chính là (SCD). Khi đó ta chỉ cần tìm khoảng cách từ một điểm trên AB đến mặt phẳng (SCD). Ta sẽ chọn điểm A vì đây là một điểm đặc biệt (là chân đường cao của hình chóp). Ta có $SA \perp CD; AD \perp CD$
 $\Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SAD) \perp (SCD)$ (đây là suy luận nhanh không phải cách trình bày rõ ràng trong một bài tự luận).

$$\begin{cases} (SAD) \perp (SCD) \\ (SAD) \cap (SCD) = SD \Rightarrow AH \perp (SCD) \\ AH \perp SD \end{cases}$$

$$\Rightarrow d(A; (SCD)) = AH = d(AB; SC)$$

Ta có $SD \perp CD; AD \perp CD$

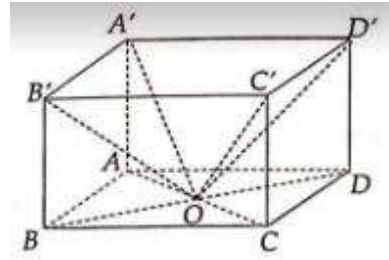
$$\Rightarrow \angle SDA = ((SCD), (ABCD)) = 60^\circ . \text{ Khi}$$

$$\text{đó } SA = AD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Leftrightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 37. Đáp án B

Phân tích:



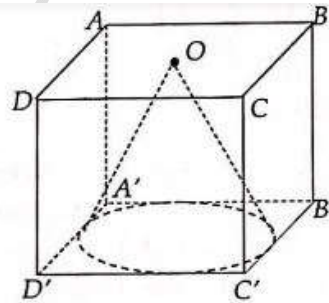
Nhận xét: Hai khối cần tìm thể tích có chung đáy và chiều cao, chỉ khác một hình là khối chóp, còn một hình là khối hộp chữ nhật.

$$\text{Mặt khác ta có } V_{chop} = \frac{1}{3} B \cdot h, V_{hh} = B \cdot h \Rightarrow$$

$$\text{tỉ lệ là } \frac{1}{3}$$

Câu 38. Đáp án C

Phân tích:



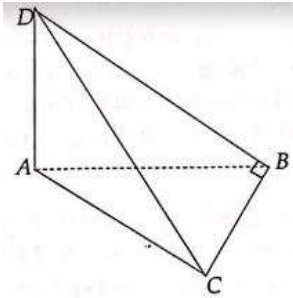
Do đường tròn đáy của hình nón nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$ nên độ dài đường

$$\text{kính hình tròn } d = a \Rightarrow R = \frac{a}{2} . \text{ Khi đó}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi = \frac{a^3}{12} \pi$$

Câu 39. Đáp án B

Phân tích:



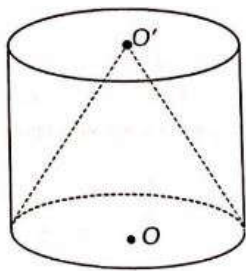
Nhận xét: Rõ ràng khi quay quanh cạnh AB thì ta có một hình chóp đỉnh B, đáy là đường tròn tâm A, bán kính AD.

Tiếp tục ta có $BD \perp BC; DA \perp BC$

$\Rightarrow BC \perp AB$. Vậy khi quay quanh AB, ta có thêm hình chóp đỉnh A đáy là đường tròn tâm B bán kính BC.

Câu 40. Đáp án A.

Phân tích: Ta có hình vẽ minh họa như sau:



Ta có thể tích khối chóp $V_{chop} = \frac{1}{3} B.h$

$$V_{tru} = B.h \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}, \text{ khác}$$

$$V = V_1 + V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$$

Câu 41. Đáp án B.

Phân tích: ở câu này có thể nhiều bạn khoan luôn vô số, tuy nhiên như vậy là sai. Một đường tròn cho trước chính là thiết diện qua trục của mặt cầu. Rõ ràng một đường tròn cho trước có tâm và bán

kính xác định, tâm chính là tâm của mặt cầu, và bán kính là bán kính mặt cầu. Do đó chỉ có một mặt cầu chứa một đường tròn cho trước.

Câu 42. Đáp án C.

Phân tích: Ta có cách xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Xác định trục đường tròn của mặt phẳng đáy, tức là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy. Lấy giao điểm của trục với trung trục của cạnh bên hình chóp. Vì thế với hình tứ diện và hình chóp đều luôn có mặt cầu ngoại tiếp, nên A và B đúng.

Với ý D: ta có hình hộp chữ nhật luôn có tâm cách đều các đỉnh của hình hộp, do đó luôn xác định được một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật. Vậy ta chỉ có thể chọn C.

Câu 43. Đáp án D.

Đây là một bài toán đơn giản, nếu tính ý bạn có thể chọn luôn đáp án D. Thử lại ta thấy: $\vec{u} + \vec{a} = (1-1) + (-2+2) + (1-1) = 0$

Câu 44. Đáp án A.

Phân tích: Ta có nếu đường thẳng d đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vtcp $\vec{u} = (a, b, c)$. Khi đó phương trình tham số của đường

$$\text{thẳng d: } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = x_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ . Vậy } \vec{u} = (6; 3; -5)$$

Câu 45. Đáp án B

Phân tích: ta cùng nhớ lại kiến thức về vị trí tương đối của hai mặt phẳng, điều kiện để hai mặt phẳng trùng nhau:

Cho $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và

$(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$. Để

$(P) = (Q)$ thì $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

Khi đó ta có: $\frac{2}{m} = \frac{3}{n-1} = \frac{-4}{8} = \frac{p}{-10}$

$\Rightarrow m = -4; n = -5; p = 5$

Câu 46. Đáp án A.

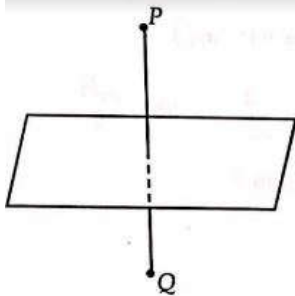
Phân tích: Mặt phẳng (P) có vtpt là

$\vec{n} = (a, b, c)$ thì $(P): ax + by + cz + \alpha = 0$.

Vậy mặt phẳng ở ý A sẽ có vtpt $(3; 1; -7)$

Câu 47. Đáp án D.

Phân tích:



Nhận xét: mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ, như hình vẽ, đi qua trung điểm của đoạn PQ và PQ vuông góc với mặt phẳng cần tìm, Khi đó ta đã có một điểm đi qua và vecto pháp tuyến.

Trung điểm của PQ là $M(1; -2; 1)$ và vtpt

$\vec{n} = \overrightarrow{PQ} = (-6; 10; 10)$.

Mặt phẳng cần tìm có phương trình

$$-6(x-1) + 10(y+2) + 10(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3(x-1) + 5(y+2) + 5(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x + 5y + 5z + 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 5y - 5z - 8 = 0$$

Câu 48. Đáp án C.

Phân tích: Để tìm được tọa độ hình chiếu

của điểm $A(-3; 2; 5)$, như ta nhận thấy ở

đây chỉ có hai dữ kiện là điểm A và mặt

phẳng (P) . Từ các dữ kiện này ta có thể

biết được vtcp của đường thẳng đi qua A

và vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó ta

có đường thẳng d : qua $A(-3; 2; 5)$; vtcp

$$\vec{u} = (2; 3; -5) \text{ là: } d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 5 - 5t \end{cases} \text{ . Khi đó}$$

tham số hóa tọa độ hình chiếu theo đường

thẳng d và thay vào phương trình mặt

phẳng đã cho ta sẽ tìm được tọa độ điểm

cần tìm.

$$2(-3 + 2t) + 3(2 + 3t) - 5(5 - 5t) - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1 \text{ . Khi đó điểm cần tìm có tọa độ}$$

$(-1; 5; 0)$

Câu 49. Đáp án B.

Phân tích: Lấy điểm $A(2; 1; 0) \in d$. Mặt

phẳng $(P) \perp (Q)$ thì $\vec{u}_{(P)} \parallel (Q)$. Khi đó

$$\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_{(P)}, \vec{u}_d] = (-1; 2; -3) \text{ . Phần này để}$$

tính tích có hướng ta cso thể bấm máy tính

như tôi đã đề cập ở các đề trước.

Vậy mặt phẳng (Q) đi qua A(2;1;0), vtpt

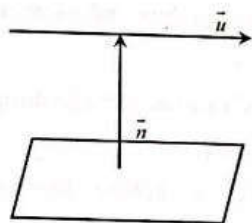
$\vec{n}_{(Q)} = (-1; 2; -3)$ có phương trình:

$$(Q): -1(x-2) + 2(y-1) - 3z = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2y + 3z = 0$$

Câu 50. Đáp án B

Phân tích: Để đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) thì d không song song với mặt phẳng (P). Ta đi tìm điều kiện để mặt phẳng (P) song song với đường thẳng d. Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) có nghĩa là vtcp của đường thẳng d vuông góc với vtpt của mặt phẳng (P), như hình vẽ:



Khi đó ta có $8m + 2.2 - 3.4 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Vậy $m \neq 1$